

DISEÑO Y SIMULACION DE QUEMADO EN MOTORES DE COMBUSTIBLE SÓLIDO

Carlos E. Gette^(2,4), Elvio A. Heidenreich^(1,3), Alejandro Di Bernardi⁽²⁾, Pablo G. Ross⁽¹⁾ y Carlos R. Vega⁽¹⁾

⁽¹⁾ Instituto de Investigaciones Científicas y Técnicas para la Defensa, Villa Martelli, Buenos Aires, Argentina.

⁽²⁾ Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, La Plata, Argentina.

⁽³⁾ Departamento de Ingeniería Mecánica, Escuela Superior Técnica, Buenos Aires, Argentina.

⁽⁴⁾ Ministerio de defensa, becario de Piddef 056/10, La Plata, Argentina, cgette@citedef.gob.ar.

RESUMEN

En este trabajo se presenta el desarrollado de una metodología de cálculo para la obtención de la evolución de la presión en función de la posición y del tiempo en una cámara de combustión de un motor de cohete de combustible sólido, el cual puede o no ser de empuje dual.

En una primera instancia se describe como puede ser modelada la geometría interna del grano considerando los puntos geométricos de la misma y cómo evoluciona la misma en función del espesor de quemado. Para ello se utilizan segmentos, la normal a estos y funciones de suavizado para representar su evolución [1].

Luego dicho algoritmo es empleado para calcular el área de quemado y el volumen libre de cámara en función del tiempo. Con ello se resuelven numéricamente la ecuación 0-D [2, 3, 4], que modela la presión en función del tiempo con la hipótesis de presión de cámara constante. Tanto la ecuación del modelo 0-D como la evolución temporal de los diferentes espesores de quemado a lo largo del grano son resueltas usando el algoritmo de integración de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE) de Runge-Kutta [5].

El segundo método de resolución es modelar el quemado interno del grano con adición de masa, modelo 1-D [5], para ello se resuelven en forma simultáneamente las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento, energía, y ecuación de estado. Este método representa una evolución cuasi estática del quemado [6]. Al igual que en el caso anterior se considera el algoritmo de evolución geométrica para calcular el perímetro de quemado y el área de pasaje.

Por último ambos métodos, usando la ley de combustión de Vieille, son comparados con resultado experimentales de diferentes motores de combustible sólido utilizados en diferentes aplicaciones aeronáuticas.

1.- INTRODUCCION

En esta presente sección se estudiarán los modelos y las ecuaciones necesarias para el cálculo de un motor de propulsante sólido, partiendo de las relaciones termodinámicas en la cual determina las propiedades del flujo [4], siendo la variable más importante en estudio la presión en distintos puntos de la cámara.

El modelo de fluido parte de un balance de la masa inyectada a partir del quemado del grano y la masa descargada a través de la tobera, para luego resolver el modelo de flujo interno tanto 0-D como el modelo 1-D [1, 5].

En el modelo 0-D, los parámetros tales como la presión, temperatura son considerados como constantes y además junto con el flujo másico, tasa de quemado, área de pasaje y el volumen de cámara son valores escalares. Este modelado proporciona una primera aproximación de la performance del motor, pero debido a la necesidad en determinados casos, de simular en el modelo 1-D eventos no estacionarios tales como la combustión erosiva [ver] y la inestabilidad durante el arranque, se deberá analizar necesariamente la solución del flujo 1-D. La variación radial y en azimut dentro del flujo, incluyendo la velocidad de combustión son consideradas como parámetros muy importantes para el estudio de la balística interna.

2.-GEOMETRIA DEL GRANO

Tanto para el modelo 0-D como para el 1-D, la geometría del grano se define a partir de un código desarrollado en Octave [1]. Este obtiene, mediante los puntos de coordenadas iniciales de las k secciones internas del grano, un número n de curvas Offset que representa el frente de combustión en sentido radial a la geometría del mismo.

Para el caso del modelo 1-D será necesario ingresarle el número de segmentos m en sentido longitudinal al grano, obteniendo finalmente una suerte de maya de n segmentos radiales y m segmentos longitudinales como se observa en la Figura 1.

Esta definición geométrica, para ambos métodos permitirá obtener los parámetros necesarios para el cálculo de las variables flujo. Dichos parámetros son: espesor de quemado (W_{sp}), volumen de cámara libre (V_c), perímetro de quemado (P_{sp}) y área de pasaje (A_{sp}).

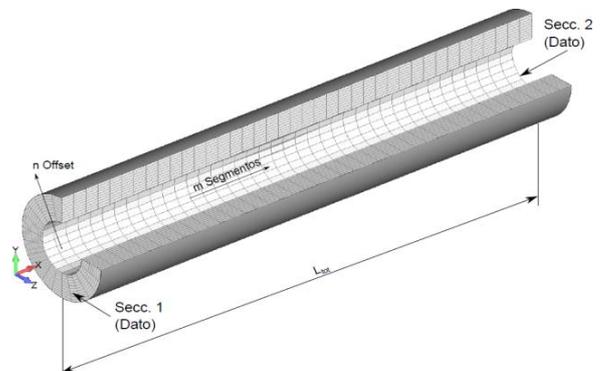


Figura 1. Generación de la maya de n Offset y m segmentos para un propulsante cilíndrico.

3.- TEORÍA 0-D

Para la simulación de la teoría 0-D, se utiliza la ecuación del balance de masa para el cálculo de la presión en cámara P_c . Esta última es asumida como uniforme a lo largo de la cámara del cohete y por lo tanto la tasa de quemado también será uniforme. Suponiendo que la derivada en el tiempo del volumen de cámara es despreciable y que la temperatura se mantiene constante, se obtiene, como se detallara a continuación, una simple ecuación diferencial ordinaria (ODE) que puede ser resuelta mediante el método de Runge-Kutta de cuarto orden [4].

Ecuación de continuidad general

Por el momento como hipótesis de trabajo asumimos que:

- A. La presión P_c es constante a través de la cámara.
- B. La tasa de quemado r , es constante para toda la superficie de quemado A_b y puede ser expresado por la ecuación :

$$r = a P_c^n \quad (1)$$

donde a y n son los coeficientes de la ley de Vieille [2] y P_c es la presión de cámara. La descarga en el tiempo a través de la tobera es, en general, despreciable en comparación con la tasa de cambio de la presión dentro de la cámara, incluso en estados transitorios, y esto puede asumir

Propulsante de sección variable y distintas propiedades

Para este caso consideraremos ahora que el grano no es de sección constante, es decir varía su conicidad a lo largo del grano, y además varía su densidad.

que la masa de flujo \dot{m} a través de la tobera puede ser siempre expresada en términos de la presión de cámara P_c mediante la ecuación:

$$\dot{m} = \Gamma \frac{P_c A_t}{\sqrt{RT_c}} \quad (2)$$

donde:

$$\Gamma = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

γ : razón de calores específicos.

A_t : área de garganta de la tobera.

R constante universal de los gases.

T_c : temperatura de cámara.

Por continuidad, la masa de gas producida por la combustión puede ser igual la masa de flujo descargada a través de la tobera mas la tasa de masa de gas acumulada en la cámara.

Luego reemplazando el flujo másico y multiplicando la ecuación resultante por RT_c obtenemos:

$$V_c \frac{\partial P_c}{\partial t} = \rho_p RT_c A_b a P_c^n - \Gamma P_c^n A_t \sqrt{RT_c} \quad (3)$$

Siendo V_c el volumen de cámara libre, ρ_p densidad del propulsante y A_b el área de quemado.

Introduciendo el coeficiente de descarga C_D o la velocidad característica c^* , la ecuación (3) nos queda:

$$\frac{V_c}{\Gamma^2} \frac{\partial P_c}{\partial t} = \frac{\rho_p A_b a P_c^n}{C_D^2} - \frac{P_c^n A_t}{C_D} \quad (4)$$

Para el análisis consideramos el motor dividido en segmentos, la velocidad de quemado en el segmento i puede ser expresada como la variación del espesor de quemado en función del tiempo de la siguiente manera:

$$\frac{de_i}{dt} = r_i = a_i P_c^{n_i} \quad (5)$$

$$P_e = \frac{S A_{(end-b)}}{\Delta x} \quad (9)$$

Siendo P_e perímetro efectivo, S perímetro del propulsante solido y A_{end-b} el área final de quemado del grano. Luego la masa inyectada será:

$$\dot{m}_i = r_b P_e \rho_c \Delta x \quad (10)$$

Finalmente de las ecuaciones definidas anteriormente y de la ecuación de continuidad, cantidad de movimiento, energía y ecuación de estado obtenemos las ecuaciones que gobierna el flujo, las ecuaciones de Euler 1-D:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho A \\ \rho u A \\ \rho e_T A \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho u A \\ (\rho u^2 + p) A \\ u(\rho e_T + p) A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_p r_b S \\ p \frac{\partial A}{\partial x} \\ \rho_p r_b S (h_f + \frac{1}{2} u_f^2) \end{pmatrix} \quad (11)$$

Siendo:

$$e_T = \frac{p}{(\gamma-1)\rho} + \frac{u^2}{2}$$

$$u_f = \frac{\rho_p r_b}{\rho} = \frac{\rho_p r_b R T_f}{p} = \frac{\rho_p r_b C_{pf} T_f (\gamma - 1)}{\gamma p}$$

A: área de pasaje

p: presión del gas.

ρ : densidad del gas.

u: velocidad de los gases.

h_f : entalpia de los productos de combustión.

u_f : velocidad de inyección de los productos de combustión.

e_T : energía total.

S: perímetro del propulsante solido.

r_b : velocidad de quemado.

R: constante del gas.

γ : relación de calores específicos.

Modelos de velocidad de quemado:

Se define un rango de velocidad de combustión apropiada para las condiciones del motor incluyendo un modelo cuasi-estacionario, no linear no estacionario (tasa de presión dependiente), y combustión erosiva (velocidad del flujo transversal dependiente).

Los modelos dinámicos de velocidad de quemado son aplicados solamente para tiempos de duración en donde los eventos inestables son importantes (por ejemplo, durante el tiempo inmediatamente después de la ignición).

Utilizaremos el modelo de quemado cuasi-estacionario cuando la diferencia entre la velocidad de quemado dinámica y de la velocidad de quemado cuasi-estacionaria es del 1 %.

En el modelo de simulación 1-D, el cálculo de la velocidad de quemado se realiza como función de la ubicación axial utilizando el modelo no cuasi-estacionario (es decir, Zeldovich-Novozhilov (ZN) [8] o el modelo cuasi-estacionario APN [2] que dependerá de la de la variación de presión y el cambio de la velocidad de quemado local. En nuestro caso solo utilizaremos este último para la simulación de quemado.

SOLVER 1-D

Para determinar la progresión de la superficie de quemado y los parámetros de performance del motor, como la presión de cámara, empuje, impulso total, entre otros parámetros, será necesario conocer la presión total y estática, temperatura, velocidad y la velocidad del flujo del gas a lo largo del grano propulsante y a través de la tobera. Estos parámetros son obtenidos

de una solución iterativa de las ecuaciones de Euler (11).

El flujo de gas a lo largo del propulsante es determinado a partir de una división del grano en un número de incrementos lo cual son denominados región de adición de masa. El la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** Figura 3 se observa el volumen de control evaluado que define la adición de masa.

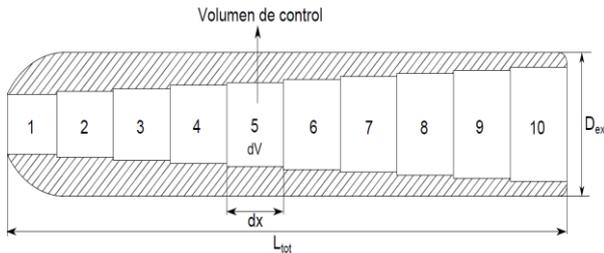


Figura 3. División en segmentos de grano cónico.

Dinámica del gas para incrementos de volúmenes de control

Para el análisis de la dinámica del gas en cada incremento de volumen, se considerara una serie de hipótesis:

- La adición de masa se aproxima como un proceso instantáneo sin componente de velocidad paralela al eje del motor, es decir $dz/dt = 0$.
- Los productos de combustión obedecen la ley de los gases perfectos.
- El flujo de gas es 1-D y adiabático.
- Las fuerzas de fricción de los gases de combustión en las cavidades internas del grano son despreciables.
- La presión estática es constante a través de la sección frontal, no hay pérdida de presión resultante de la adición de masa o cambio de área.
- El área de pasaje y el perímetro se mantiene constante a lo largo del pasaje interno del grano.

El volumen de control o región de adición de masa está definida por una estación de entrada 1 y una estación de salida 2 como se observa en la Figura 4.

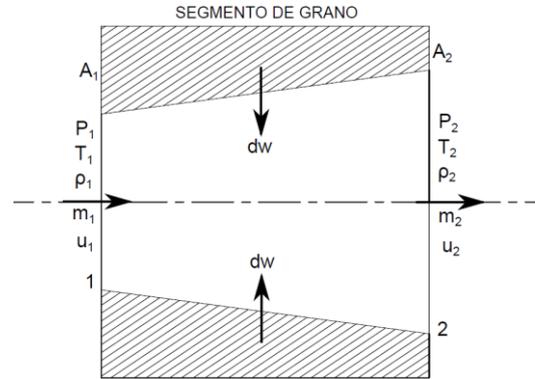


Figura 4. Definición de volumen de control

Para obtener la solución del problema, es decir la presión de descarga, temperatura y velocidad del flujo se deberá partir de las condiciones de entrada en la estación 1 y de una generación de flujo másico instantáneo. Este es determinado por el perímetro de entrada y de salida del volumen de control, de la velocidad de quemado aguas arriba y de la adición de masa en la región incremental definida como:

$$d\dot{W} = \frac{L_{p1}R_{b1} + L_{p2}R_{b2}}{2} \Delta z \rho_f \quad (12)$$

Donde:

$d\dot{W}$: generación de de flujo másico

L_{p1} : perímetro de pasaje en la estación.

L_{p2} : perímetro de pasaje en la estación 2.

Δz : longitud de la región de adición de masa.

ρ_f : densidad del propulsante.

R_{b1} : velocidad de quemado en la estación 1.

R_{b2} : velocidad de quemado en la estación 2.

La solución del flujo cuasi-estacionario en la dinámica de los gases, se obtiene a partir de una solución iterativa de la ecuación de continuidad y cantidad de

movimiento junto con la ecuación general de la energía y la ley de gases ideales, aplicado a la sección de descarga, para obtener la densidad y la temperatura de combustión de los gases. El flujo másico de descarga se obtiene de la sumatoria de los flujos de masas generados y el del flujo másico de entrada.

Una valor inicial de la velocidad de descarga es obtenido de la ecuación de cantidad de movimiento, asumiendo que $P_1 = P_2$ y un valor inicial de densidad de descarga se obtiene a partir de la ecuación de continuidad. Con el valor inicial de densidad de descarga se itera hasta que la ecuación de flujo estacionario converja. Inicialmente la velocidad inicial de descarga U_2 es obtenida de la ecuación de cantidad de movimiento asumiendo que no hay pérdida de presión, es decir $P_1 = P_2$.

La ecuación de continuidad y cantidad de movimiento son iteradas hasta converger a una densidad de descarga igual a:

1. $\widehat{\rho}_2 = \frac{\dot{W}_2}{A_2 \widehat{U}_2}$ (Continuidad)
2. $\widehat{U}_2 = \frac{\dot{W}_2}{A_2 \widehat{\rho}_2}$
3. $\widehat{T}_2 = T_o - \frac{(\gamma-1) \widehat{U}_2^2}{2g_o R \gamma}$ (Energía)
4. $\widehat{P}_2 = P_1 - \frac{2(\dot{W} \widehat{U}_2 - \dot{W}_1 U_1)}{g_o (A_1 + A_2)}$ (Cant. de movimiento)
5. $\rho_2 = \frac{\widehat{P}_2}{R \widehat{T}_2}$ (Ecuación de estado)

Siendo:

$\dot{W}_2 = \dot{W}_2 + d\dot{W}$: flujo másico.

ρ : densidad de los gases.

U : velocidad de los gases.

T : temperatura de los gases.

g_o : constante gravitacional.

R : constante del gas.

γ : relación de calores específicos.

$$6. \text{Error} = \frac{\widehat{\rho}_2 - \rho_2}{\widehat{\rho}_2}$$

7. Luego si $|\text{Error}| \leq 0.0001$ se tiene:

$$\begin{aligned} P_2 &= \widehat{P}_2 \\ T_2 &= \widehat{T}_2 \\ U_2 &= \widehat{U}_2 \end{aligned}$$

Si no se cumple dicha condición se propone $\widehat{\rho}_2 = \rho_2$ y volvemos al punto 2.

8. Determinar el Mach de descarga:

$$M_2 = \sqrt{\frac{2(T_o - T_2)}{(\gamma - 1)T_2}}$$

Se comprueba finalmente que este numero de mach coincida con el teórico obtenido bajo los parámetros del gas y geométricos en tobera.

Se obtiene entonces todas las variables que gobiernan al flujo, analizadas en las ecuaciones de Euler 1-D y que permite obtener, con la adecuada configuración geométrica de la tobera, un Empuje como resultado de una distribución de presiones en el tiempo y variable a lo largo de la longitud del grano.

Ejemplo de Simulación de un Propulsante Solido Mediante el modelo 0-D y 1-D:

En el siguiente ejemplo se realiza la simulación numérica utilizando los dos modelos teóricos, de un propulsante actualmente operativo (Figura 5), de determinadas configuración geométrica, bajo condiciones de presión y temperatura inicial. Lugo son comparados con datos obtenidos experimentalmente, que permitirán determinar la aproximación de ambos modelos.

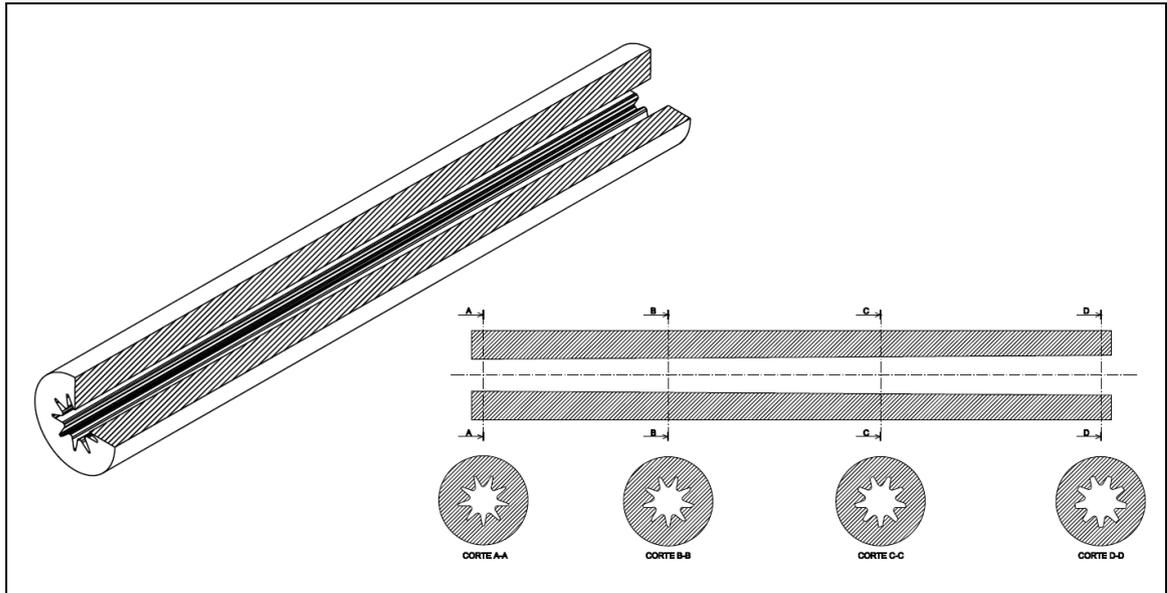


Figura 5. Configuración geométrica del grano propulsante.

A partir de la geometría definida en la Figura 5, se discretiza la misma en este caso en 4 secciones equivalentes. Luego se cargan, en una hoja de datos de entrada, los puntos y las propiedades correspondientes de cada una. El número de secciones evaluadas, está relacionado con la forma del grano, es decir según el número de discretizaciones se podrá aproximar aun mejor la geometría del grano, y por lo tanto aumenta la aproximación de la solución final.

Además de los puntos de la geometría, se cargan en la misma hoja de datos las condiciones iniciales de presión y temperatura, como así también parámetros geométricos de la tobera. Seguido se define un paso de tiempo para la solución de las ecuaciones y luego comienza la corrida del programa, arrojando la presión y el empuje además de todas las variables del flujo y su variación a lo largo de la longitud del grano.

Para el caso del modelo 1-D, en esta simulación no se tuvo en cuenta el efecto dinámico del gas (no estacionario) durante el arranque de la combustión.

Los coeficientes para el modelo de quemado APN, son adaptados en ambos modelos de acuerdo a la bibliografía [2] y a la aproximación que se obtiene según datos experimentales.

Con los resultados obtenidos de ambos modelos, se verifica finalmente la presión en cabeza y en tobera con los datos experimentales de presión en cabeza, y el empuje respectivamente a una temperatura de ensayo de 25°C, como se observa en la Figura 6 y 7.

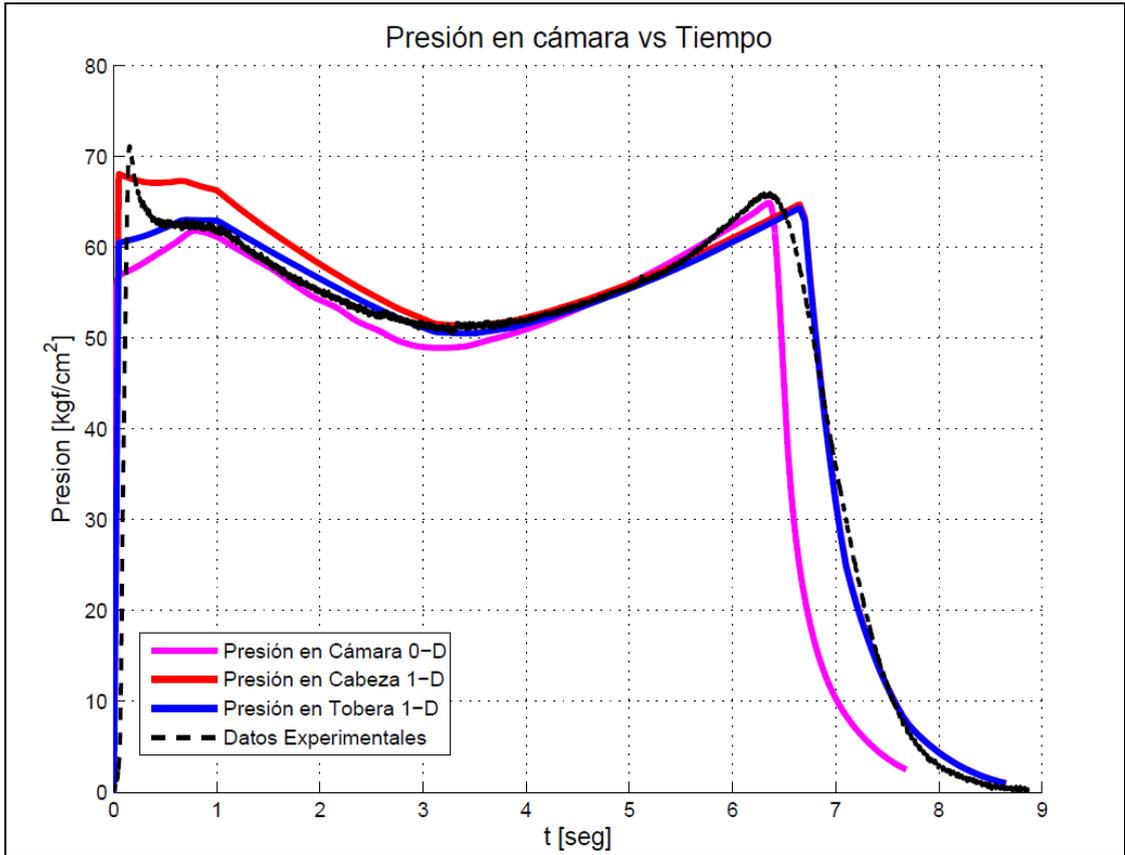


Figura 6. Presión vs tiempo para el modelo 0-D y 1-D.

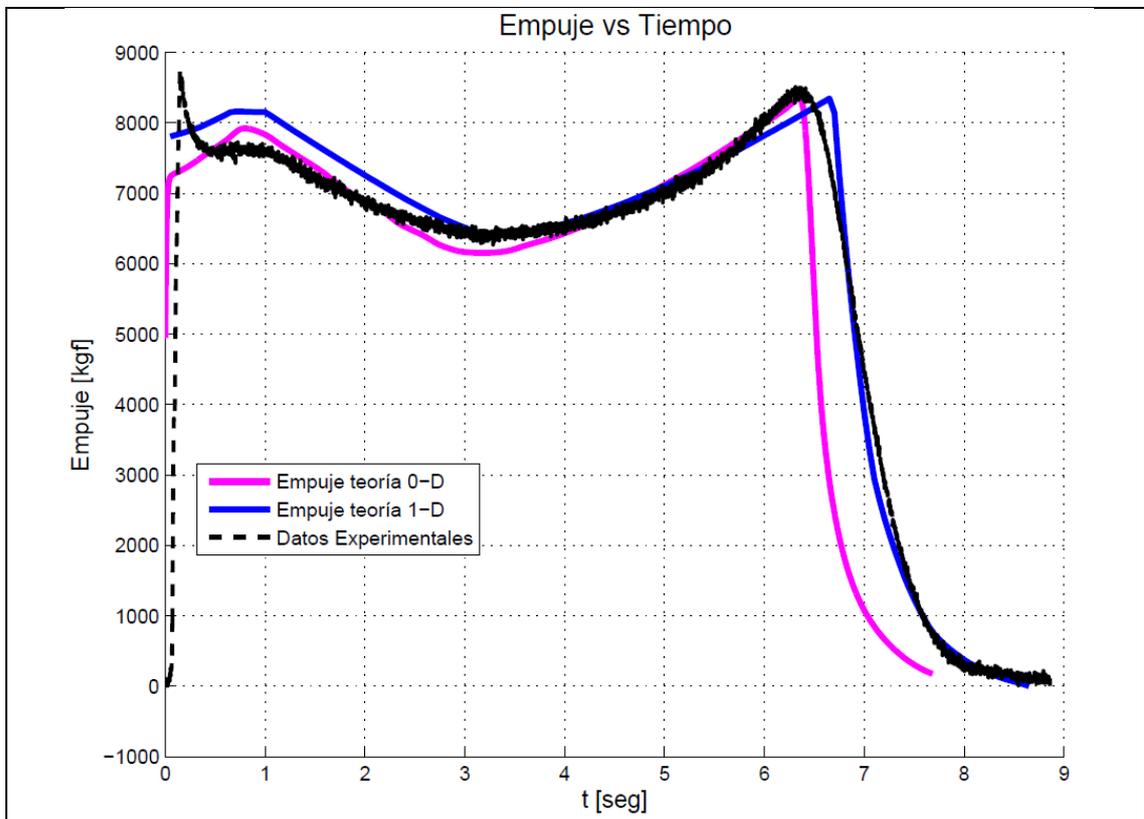


Figura 7. Empuje vs tiempo para el modelo 0-D y 1-D.

4.- CONCLUSIONES

En la Figura 6 y 7, se observa que los errores máximos en el cálculo de las variables se encuentra durante el inicio de la combustión, generado por el efecto dinámico del gas (no estacionario) y combustión erosiva producto de las altas velocidades de los gases y, en la cola de la combustión (final de la combustión). Este último se debe a los residuos de propulsante como resultado de la combustión estrella.

Por otro lado los datos teóricos calculados poseen errores debido al modelo adoptado, hipótesis consideradas, presión de salida en tobera durante el ensayo, flujo no isentrópico. Sin embargo ambos métodos se ajustan muy bien a la curva de datos experimentales, siendo el modelo 1-D quien aproxima con menor error.

Tanto el modelo 0-D como el modelo 1-D, poseen una reducción del campo del flujo y aproximación en el modelo de velocidad de quemado para la combustión del grano. Sin embargo, ambos poseen una buena aproximación a muy bajo costo y tiempo computacional, comparado con una simulación de combustión en 3-D, siendo este uno de los resultados importantes en este trabajo.

Objetivos:

Como objetivo se presenta el estudio, en el modelo 1-D, del comportamiento de los gases de combustión durante el arranque, es decir el efecto dinámico (no estacionario) y el efecto de combustión erosiva para grades longitudes de grano propulsante.

5.- REFERENCIAS

- [1] QtOctave
<http://www.gnu.org/software/octave/>
- [2] Rocket Propulsion. Marcel Barrere; Jaumotte, Andre; De Veubeke, Baudouin Fraeijs; Vandenkerckhove. Elsevier 1960.
- [3] Rocket Propulsion Elements. George P. Sutton. Sixth Edition. John Wiley & Sons, Inc (1992).
- [4] Martin J. L. Turner, Rocket and Spacecraft Propulsion; Principales, Practice and New Developments (Second Edition), Praxis Publishing Ltd, Chichester, UK 2006.
- [5] J. C. Butcher, Numerical Methods for Ordinary Differential Equations. John Wiley & Sons, Chichester, 2003.
- [6] Solid Rocket Motor Internal Ballistics Simulation Using Three-Dimensional Grain Burnback. Michael A. Willcox, M. Quinn Brewster, K. C. Tang, D. Scott Stewart, and Igor Kuznetsov. JOURNAL OF PROPULSION AND POWER Vol. 23, No. 3, May-June 2007
- [7] The Boeing Company. Report No RK-TR-67-7. Solid Propellant Rocket Motor Internal Ballistic Computer Program.
- [8] Lenoir, J. M., and Robillard, G., *A Mathematical Model to Predict Effects of Erosive Burning in Solid Propellant Rockets*, Proceedings of the 6th International Symposium on Combustion, Reinhold, New York, 1957, pp. 663-667.
- [9] Novozhilov, B. V. *Theory of Nonsteady Burning and Combustion Stability of Solid Propellants by the Zeldovich-Novozhilov Method, Non-Steady Burning and Combustion Stability of Solid Propellants*, edited by L. De Luca, E. W. Price, and M. Summerfield, Vol. 143, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Washington, DC, 1992, pp. 601-641.