



Los errores en Probabilidad y
Estadística: un análisis desde el
enfoque ontosemiótico

Tesis Doctoral

CLAUDIA MINNAARD

ID 34916HED43490

AUGUST 2015

HAWAII

ATLANTIC INTERNATIONAL UNIVERSITY

*A Lilia y a Juan por estar siempre ahí
para acompañarme y alentarme.
A Romi y a Nico mis mejores creaciones.*

Agradecimientos

A todos los colegas que han compartido generosamente sus conocimientos, posibilitando ampliar la mirada hacia temas sobre los que hasta ahora no había reflexionado.

Muy especialmente a la Dra. Esther Díaz que hizo crecer “alitas para volar”.

A la Dra. Vivian Minnaard, y a la Arq. Yanina Minnaard por ayudarme siempre a caminar por la vida con su apoyo incondicional.

A mi compañera y amiga, la Dra. Marta Comoglio por sus acertadas sugerencias, por acercarme bibliografía ampliatoria, por permitir y alentar mi desarrollo profesional.

A todos mis compañeros del Instituto de Investigaciones de Tecnología y Educación, que con el asesoramiento y apoyo de su director el Dr. Ing. Oscar Pascal, los aportes comunicacionales de la Mg. Noelia Morrongiello, junto con el trabajo colaborativo de sus integrantes ha permitido el crecimiento intelectual y personal de cada uno de los que lo forman. Un muy especial agradecimiento a la Prof. Zulma Torres y a la Ing. Guadalupe Pascal por su colaboración en el mejoramiento de la dinámica de la cátedra.

A Juan por su paciencia y acompañamiento en cada uno de mis sueños.

Índice general

CAPÍTULO 1- EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO.....	1
1.1 ¿Cómo se producen los errores en matemática?.....	2
1.2 El enfoque ontosemiótico (EOS).....	3
1.3 Nuevas perspectivas en el tratamiento de los errores.....	6
CAPÍTULO 2- PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN LA FACULTAD DE INGENIERIA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOMAS DE ZAMORA.....	9
2.1 Características generales de la materia.....	9
2.2 Cambios en los sistemas de prácticas en la materia Probabilidad y Estadística.....	12
CAPÍTULO 3 – DISEÑO METODOLÓGICO.....	15
3.1 La perspectiva metodológica del presente estudio.....	15
3.2 El sistema de matrices de datos.....	19
CAPÍTULO 4 – RESULTADOS.....	23
4.1 Comparación con investigación anterior.....	23
ANÁLISIS UNIVARIADO	
4.2 PERFIL DE LOS ALUMNOS INGRESANTES.....	33
4.2.1 Carrera en la que se inscribieron.....	33
4.2.2 Edad.....	34
4.2.3 Estudios previos.....	35
4.2.3.1. Escuela de procedencia.....	35
4.2.3.2 Tipo de escuela de procedencia.....	37
4.2.3.3 Conocimientos previos en Probabilidad y Estadística.....	38
4.2.3.4 Año de egreso del secundario.....	40
4.2.3.5 Cantidad de materias que cursa.....	42
4.2.4 Situación laboral.....	44
4.2.4.1 Condición frente al trabajo.....	44
4.2.4.2 Intensidad horaria de la jornada laboral.....	45

4.2.4.3 Conocimientos informáticos.....	47
4.3 CARACTERIZACIÓN DE LOS EXÁMENES PARCIALES Y LOS TRABAJOS PRÁCTICOS.....	48
4.3.1 Tipología de los problemas.....	48
4.4 ANALISIS COMPARATIVO ENTRE LOS ERRORES	49
4.4.1 Distribución porcentual de los errores en los Exámenes Parciales.....	49
4.4.2 Distribución porcentual de los errores en los Trabajos Prácticos.....	56
4.4.3 Idoneidad didáctica.....	73
ANÁLISIS BIVARIADO	
4.5 Recursantes – Situación con respecto al trabajo/ Tipo de escuela/ Intensidad de la jornada laboral/ Carrera en la que se inscribieron.....	75
ANÁLISIS MULTIVARIADO	
4.6.1 Errores en TP1.....	76
4.6.2 Errores en TP2.....	85
CONCLUSIONES.....	95
LINEAS DE TRABAJO FUTURAS.....	101
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	102

Índice de tablas

Tabla 1: Relación Tipo de problemas – Ocurrencia del error.....	5
Tabla 2. Características de la materia Probabilidad y Estadística en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora.....	11
Tabla 3. Contenidos desarrollados en la materia Probabilidad y Estadística.....	11
Tabla 4: Evolución de los inscriptos, aprobados y porcentaje de regularizados sin ausentes..	13
Tabla 5: La evaluación por competencias en la educación superior.....	17
Tabla 6: Errores relevados y porcentaje de ocurrencia (base de 519 parciales correspondientes al período 2001 –2004).....	24
Tabla 7: Porcentaje de los errores en estadística descriptiva según clasificación de Radatz (base de 519 parciales correspondientes al período 2001 – 2004).....	24

Tabla 8: Errores cometidos por los alumnos en Estadística descriptiva.....	26
Tabla 9: Errores cometidos por los alumnos en Probabilidad.....	27
Tabla 10: Errores cometidos por los alumnos en Variables aleatorias.....	28
Tabla 11: Errores cometidos por los alumnos en Distribución de estimadores.....	29
Tabla 12: Errores cometidos por los alumnos en Pruebas de hipótesis.....	29
Tabla 13: Errores cometidos por los alumnos en Análisis de la Varianza.....	30
Tabla 14: Errores cometidos por los alumnos en Regresión y correlación.....	31
Tabla 15 : Comparación de resultados.....	32
Tabla 16: Distribución porcentual de las carreras en las que se inscribieron los alumnos.....	33
Tabla 17: Estadísticas descriptivas Edad.....	34
Tabla 18: Listado de las escuelas de procedencia de los alumnos.....	35
Tabla 19: Tipología de las escuelas de procedencia de los alumnos.....	37
Tabla 20: Conocimientos previos en Probabilidad y Estadística.....	38
Tabla 21: Distribución porcentual recursantes.....	39
Tabla 22: Distribución porcentual Año de egreso secundario.....	40
Tabla 23: Estadísticas descriptivas Cantidad de materias que cursa.....	42
Tabla 24: Distribución porcentual Condición frente al trabajo.....	44
Tabla 25: Estadísticas descriptivas Intensidad de la jornada laboral.....	45
Tabla 26: Distribución porcentual Conocimientos informáticos.....	47
Tabla 28: Tipología de los problemas.....	48
Tabla 29: Errores cometidos por los alumnos en Estadística descriptiva.....	49
Tabla 30: Errores cometidos por los alumnos en Probabilidad.....	50
Tabla 31: Errores cometidos por los alumnos en Variables aleatorias.....	51
Tabla 32: Errores cometidos por los alumnos en Distribución de estimadores.....	52
Tabla 33: Errores cometidos por los alumnos en Pruebas de hipótesis.....	52
Tabla 34: Errores cometidos por los alumnos en Análisis de la Varianza.....	53

Tabla 35: Errores cometidos por los alumnos en Regresión y correlación.....	54
Tabla 36 : Comparación de resultados.....	55
Tabla 37: Comparación entre las Calificaciones en los TP.....	56
Tabla 38: Distribución porcentual de los errores en TP1.....	58
Tabla 39: Distribución porcentual de los errores en TP2.....	60
Tabla 40: Dinámica de interacciones.....	62
Tabla 41: Relación entre los errores en el TP1 y la clasificación de Radatz.....	64
Tabla 42 : Relación entre los errores en el TP1(Probabilidad) y la clasificación de Radatz....	65
Tabla 43: Relación entre los errores en el TP1(V. aleatorias) y la clasificación de Radatz.....	66
Tabla 44: Relación entre los errores en el TP2 y la clasificación de Radatz.....	68
Tabla 45: Relación entre Recursantes – Situación con respecto al trabajo/ Tipo de escuela/ Intensidad de la jornada laboral/ Carrera en la que se inscribieron	75
Tabla 46: Matriz de correlación de Pearson los errores en el TP1 (Estadística descriptiva)..	76
Tabla 47: Valores propios.....	77
Tabla 48 : Matriz de correlación de Pearson los errores en el TP1 (Probabilidad).....	79
Tabla 49 : Valores propios.....	80
Tabla 50: Matriz de correlación de Pearson los errores en el TP1 (Variables aleatorias).....	82
Tabla 51: Valores propios.....	83
Tabla 52 : Matriz de correlación de Pearson los errores en el TP2.....	85
Tabla 53: Valores propios.....	86
Tabla 54 : Matriz de correlación de Pearson los errores en el TP2 y NOTA.....	88
Tabla 55:Ocurrencia del error clasificada por Tipología y por Contenidos.....	90
Índice de gráficos	
Gráfico 1: Idoneidad didáctica.....	4
Gráfico 2: Origen de los errores.....	8
Gráfico 3: Los contextos de representación en la actividad matemática.....	8

Gráfico 4: Evolución porcentaje de regularizados sin ausentes.....	13
Gráfico 5: Gráfico de sectores carreras a las que se inscribieron los alumnos.....	33
Gráfico 6: Boxplot Edad	35
Gráfico 7: Scattergram Edad.....	35
Gráfico8: Gráfico de barras Tipología de las escuelas a las que se inscribieron los alumnos.	37
Gráfico 9: Gráfico de sectores conocimientos previos en Probabilidad y Estadística.....	38
Gráfico 10: Gráfico de sectores Recursantes.....	39
Gráfico 11: Distribución porcentual Año de egreso secundario.....	41
Gráfico 12: Boxplot Cantidad de materias que cursa.....	43
Gráfico 13: Sacttergram Cantidad de materias que cursa.....	43
Gráfico 14: Condición frente al trabajo.....	44
Gráfico 15: Boxplot Intensidad de la jornada laboral.....	46
Gráfico 16: Scattergram Intensidad de la jornada laboral.....	46
Gráfico 17: Scattergram, Stem and leaf plot y Boxplots correspondientes a las Notas de los TP1 y TP2.....	57
Gráfico 18: Distribución porcentual de los errores en TP1.....	59
Gráfico 19: Distribución porcentual de los errores en TP2.....	60
Gráfico 20 : Comparación idoneidad didáctica Exámenes Parciales y TP.....	74
Gráfico 21: Scree plot.....	77
Gráfico 22: Gráfico simétrico.....	78
Gráfico 23: Scree plot.....	80
Gráfico 24: Gráfico simétrico.....	81
Gráfico 25: Scree plot.....	83
Gráfico 26: Gráfico simétrico.....	84
Gráfico 27: Scree plot.....	86
Gráfico 28: Gráfico simétrico.....	87

Gráfico 29: Gráfico simétrico.....	89
Gráfico 30: Relación entre tipología de errores e incidencia por unidad temática.....	91
Gráfico 31: Diagrama de Caminos.....	92
Gráfico 32: Comparación Tipo de error-Unidad temática.....	94
Gráfico 33: Dinámica del proceso de enseñanza aprendizaje.....	95

Índice de imágenes

Imagen 1: características generales de los Exámenes Parciales y de los Trabajos Prácticos.....	14
Imagen 2: Aproximaciones sucesivas al objeto de estudio.....	61
Imagen 3: Proceso de retroalimentación.....	63

CAPÍTULO 1- EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

*“Comúnmente atendemos al mundo (y a nosotros en él), sin prestar atención a las palabras de las que nos valemos. Y aún si por excepción nos detenemos a examinar las palabras, eso no implica que las examinemos en el sentido requerido”.*¹
Juan Samaja (2001)¹

Abordar las investigaciones en matemática educativa, significa considerar las relaciones entre el sistema de prácticas y la configuración de objetos y procesos (Godino, Batanero y Font, 2007; Font, Godino y Gallardo, 2012).

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) proporciona herramientas de análisis que permiten indagar en estas relaciones. Es importante destacar que el problema epistémico cognitivo no puede desvincularse del ontológico². (Godino, 2012)

A partir de la observación de las producciones de los alumnos, es posible observar que aquellos con muy buen desempeño académico cometen errores. Esto se debe a que la producción del error no es necesariamente falta de estudio, sino la aplicación de un “esquema cognitivo inadecuado”. (Socas, 1997)

Los errores tienen su génesis en el mismo proceso de aprendizaje y estos a su vez se conectan formando redes verdaderamente complejas, actuando como obstáculos que se translucen en la práctica en respuestas erróneas. (Del Puerto, Minnaard, Seminara, 2006)

Las producciones de los alumnos (exámenes parciales y trabajos prácticos) permiten indagar la aparición del error vinculándolo con el sistema de prácticas y la configuración de objetos y procesos.

En función de lo descrito se pueden formular las siguientes hipótesis:

- ✓ *La ocurrencia de error que cometen los alumnos en Probabilidad y Estadística está relacionado con el sistema de prácticas.*

¹ Samaja, J.(2001) . Ontología para Investigadores. Las categorías puras del intelecto en Imanuel Kant. Revista Perspectivas Metodológicas. Ediciones de la UNLA. Año 1. N°1, Buenos Aires. pp. 11 - 42.

² Para Samaja una "ontología" quiere significar " una cierta creencia acerca del tipo de seres que hay en el mundo" (cfr. W.Quine 1985). Por ejemplo en la frase “hay que cambiar el agua de los floreros” , la palabra “agua” implica toda una teoría del ser, es decir una ontología.

- ✓ *El tipo de error que cometen los alumnos en Probabilidad y Estadística está relacionado con el tipo de objeto semiótico con el que debe trabajar.*

Para corroborar o refutar las hipótesis planteadas se considera el portafolio de actividades realizadas por los alumnos de la cátedra de Probabilidad y Estadística de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora (Exámenes parciales y Trabajos prácticos) durante el Primer Cuatrimestre de 2015.

El objetivo principal de la investigación consiste en indagar la relación entre los errores cometidos por alumnos de la cátedra de Probabilidad y Estadística de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora (Exámenes parciales y Trabajos prácticos) durante el Primer Cuatrimestre de 2015 a través de la frecuencia de ocurrencia del error y el tipo de problema propuesto. Siendo los objetivos secundarios: identificar los errores cometidos por los alumnos, clasificándolos según criterios; analizar los ejes de contenidos de Probabilidad y Estadística que presentaron mayor dificultad ; determinar la variación de la frecuencia de ocurrencia del error si se presenta un mismo problema variando el registro de representación semiótica (RRS); evaluar si existe alguna relación entre el tipo de problema propuesto y el tipo de error cometido por los alumnos; contribuir a elaborar un modelo teórico que caracterice el tipo de errores a fin de implementar estrategias de enseñanza

1.1 ¿Cómo se producen los errores en matemática?

Radillo Enríquez y Huerta Varela (2007) consideran que “algunos obstáculos o dificultades que encara un estudiante en el manejo del lenguaje matemático son fuente de errores en la solución de problemas. La naturaleza del obstáculo puede explorarse mediante el análisis de los errores cometidos”.

En el ámbito de la educación matemática los errores aparecen permanentemente en las producciones de los alumnos: las dificultades de distinta naturaleza que se generan en el proceso de aprendizaje se conectan y refuerzan en redes complejas que obstaculizan el aprendizaje, y estos

obstáculos se manifiestan en la práctica en forma de respuestas equivocadas. (del Puerto, Minnaard & Seminara, 2006)³

Bachelard(1988)(citado por Rico,1995) plantea el concepto de “obstáculo epistemológico”, considerando que

Cuando se investigan las condiciones psicológicas del progreso de la ciencia hay que plantear el conocimiento científico en términos de obstáculos...el conocimiento de lo real es una luz que siempre proyecta alguna sombra, jamás es inmediata y plena. Al volver sobre un pasado de errores se encuentra la verdad. En efecto, se conoce en contra de un conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal adquiridos o superando aquello que, en el espíritu mismo, obstaculiza.

Según Socas (1997), “el error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no sólo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción”. Brousseau, Davis y Werner (1986) (citados por Rico, 1995), señalan, en el mismo sentido, que “los errores son el resultado de un procedimiento sistemático imperfecto que el alumno utiliza de modo consistente y con confianza”.

1.2 El enfoque ontosemiótico (EOS)

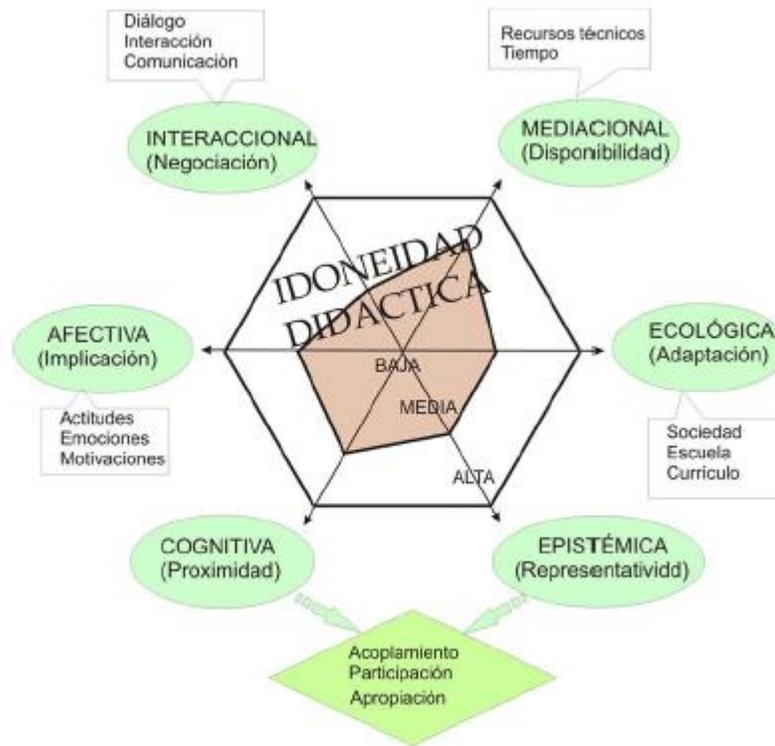
El Enfoque Ontosemiótico⁴ (EOS) al vincular el sistema de prácticas con la configuración de los objetos y procesos permite evaluar si existe una relación entre la aparición del error y un sistema de prácticas inadecuado. (Pochulu, 2005, Godino, 2012).

Godino (2013) introduce la “noción de idoneidad didáctica” como herramienta dentro del EOS vinculando Idoneidad epistémica, Idoneidad cognitiva, Idoneidad interaccional, Idoneidad mediacional, Idoneidad afectiva e Idoneidad ecológica tal como se observa en el Gráfico 1.

³ En este trabajo las autoras abordan el estudio de errores que cometen los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas, en forma comparativa entre los niveles secundario, terciario y universitario. En : <http://www.rieoei.org/1285.htm>

⁴ Samaja (2011) en *Ontología para investigadores*, aconseja reflexionar sobre “*aquellos significados más básicos que están implícitos en las palabras y que, precisamente, por estar tan en la base de su sentido, los damos siempre por supuestos y ni se nos ocurre que puedan resultar problemáticos o susceptibles de ser cuestionados*”.

Gráfico 1: Idoneidad didáctica



Fuente: Godino; J. (2013) Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2013. Año 8. Número 11. pp 111-132. Costa Rica

Godino(2013) describe cada una de las idoneidades que llevan a la idoneidad didáctica. La idoneidad epistémica hace referencia a la representatividad de los significados; la cognitiva expresa la proximidad que se encuentran los contenidos con respecto al desarrollo potencial de los alumnos; la interaccional hace referencia a aquellas acciones docentes que permiten eliminar los obstáculos epistemológicos; la mediacional hace referencia a la disponibilidad de los medios y recursos necesarios en el proceso de enseñanza aprendizaje; la afectiva tiene que ver con el interés y la motivación del alumno y por último la ecológica indica el grado en que el proceso educativo se enlaza en la institución de referencia.

Asimismo, Minnaard (2014) indaga sobre las competencias que en el área de matemática traen los alumnos ingresantes a las carreras de ingeniería. Los exámenes, surgidos de la aplicación del Test Diagnóstico, de alumnos

ingresantes a las carreras de ingeniería de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora, fueron el objeto de estudio de la investigación.

Tal como se observa en el Tabla 1 al relacionar la ocurrencia del error con los tipos de problemas propuestos se consideran dos tipologías.

Tabla 1: Relación Tipo de problemas – Ocurrencia del error

	Tipo I	Tipo II
	Ocurrencia del error : BAJA	Ocurrencia del error: ALTA o MEDIA
Tipos de problemas	No tienen enunciado textual (solamente) Tienen gráficos No es necesario aplicar fórmulas Aplican definiciones Aplican propiedades No realizan operaciones numéricas	Tienen enunciado textual (solamente) No aplican definiciones No aplican propiedades No tienen expresiones algebraicas Realizan operaciones numéricas Aplican fórmulas

Fuente: Elaboración propia

El Análisis Factorial realizado para determinar estas tipologías, permite corroborar una de las hipótesis de trabajo de la investigación realizada, ya que la ocurrencia de los errores que cometen los alumnos en el Test Diagnóstico está relacionada con el tipo de problema que se le presenta para resolver.

Ahora bien, Samaja(2001) citando a Kant afirma que

Nosotros sólo podemos pensar aquello que es pensable con los formatos básicos de nuestro pensamiento. El mundo, la realidad podrán ser lo que sea, pero cualquier cosa que sea en cuanto a sus contenidos, lo que logremos pensar será el resultado de tales contenidos, en la forma en que nuestro intelecto puede considerarlos.

Tomemos un ejemplo, el símbolo \bar{x} para el común de la gente no tiene significado alguno. Para algún alumno con conocimientos de matemática puede interpretar la x como una incógnita, pero si ese alumno tiene conocimientos de estadística sabrá que \bar{x} simboliza la media aritmética, es decir el promedio aritmético de los valores de la variable considerada.

Para Douady⁵ (citado por Godino(2012: 51)

⁵ Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. Recherches en Didactique des Mathématiques, 7(2), 5-31.

Los conceptos matemáticos tienen una doble dimensión: por un lado, posibilitan la acción (instrumento); por otro lado, son conceptualizados como entidades reutilizables en otros procesos similares (no se vinculan necesariamente a una situación determinada) y que pueden formar parte de un discurso más general (objeto).

Como los objetos matemáticos que se utilizan en Probabilidad y Estadística son propios de la disciplina, se profundizará en las relaciones entre los sistemas de prácticas, objetos, procesos, problemas y errores.

1.3 Nuevas perspectivas en el tratamiento de los errores

Morin (2011:109) considera que

Todo conocimiento es traducción y reconstrucción y las fermentaciones fantásmicas parasitan cualquier conocimiento, el error y la ilusión son problemas cognitivos permanentes de la mente humana.

A pesar de sus capacidades de control y verificación, el conocimiento humano ha corrido y sigue corriendo riesgos formidables de error y de ilusión. Son de orden individual (self-deception o autoengaño, falsos recuerdos, represiones inconscientes, alucinaciones, racionalizaciones abusivas, etc.); cultural o social (impronta en la mente de las certezas, normas, tabús de una cultura); paradigmático (cuando el principio organizador del conocimiento impone la disociación allí donde hay unidad, la unidad allí donde hay pluralidad, la simplicidad allí donde hay complejidad); noológico (cuando un dios, un mito, una idea se apoderan de un individuo que acaba de estar poseído por el dios o la idea).

Dentro de esta perspectiva son diversos los autores (Morín,2009 ; Burger &Starbird, 2013;Rico,1995 ; Pochulu, 2005; Engler et al, 2004; Abrate, Pochulu& Vargas, 2006) que consideran que el error es un elemento crítico del aprendizaje, la enseñanza y la resolución de problemas en forma creativa y eficaz.

Varela et al (1996: 146) sugiere aprovechar los errores más frecuentes para:

- establecer la diferencia entre una proposición y su recíproca
- aplicar en los conjuntos numéricos los conceptos sobre factorización estudiados en el conjunto de los polinomios

- establecer las propiedades que vinculan el orden con la adición y la multiplicación en el conjunto de números reales
- mostrar la necesidad de analizar todos los casos que se presentan evitando actuar mecánicamente
- generar situaciones que los lleve a tomar conciencia de los errores y en consecuencia a superarlos

En las investigaciones sobre errores más actuales, se observa un creciente interés en focalizar no solo en las respuestas correctas de los alumnos, sino también en los errores más frecuentes.

Socas (2008) considera que los errores que cometen los alumnos pueden tener tres orígenes distintos: Obstáculo, Ausencia de sentido y Actitudes afectivas y emocionales. Los errores que se originan por Obstáculos (epistemológicos, didácticos, cognitivos) nacen por la resistencia a ciertos conceptos matemáticos. Los errores que se originan por Ausencia de sentido surgen en los distintos estadios de desarrollo (semiótico, estructural y autónomo) que se dan en los distintos sistemas de representación⁶. A modo de ejemplo, el autor considera que en el Algebra estos tipos de errores pueden tener origen en la Aritmética, en los procedimientos inadecuados o en las características propias del lenguaje algebraico. Por otra parte, los errores que tienen su origen en Actitudes afectivas y emocionales tiene distinta naturaleza: falta de concentración, excesiva confianza, bloqueos, olvidos, etc.(Gráfico 2)

⁶ Las representaciones semióticas son un medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los demás. Además de sus funciones de comunicación, las representaciones semióticas son necesarias para el desarrollo de la propia actividad matemática. La posibilidad de efectuar tratamientos (operaciones, cálculos) sobre los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. El progreso de los conocimientos matemáticos se acompaña siempre de la creación y del desarrollo de sistemas semióticos nuevos y específicos que más o menos coexisten con el de la lengua natural.

Godino, J.(2003) Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Universidad de Granada, España. En: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf> [Consultado 14/06/2015]

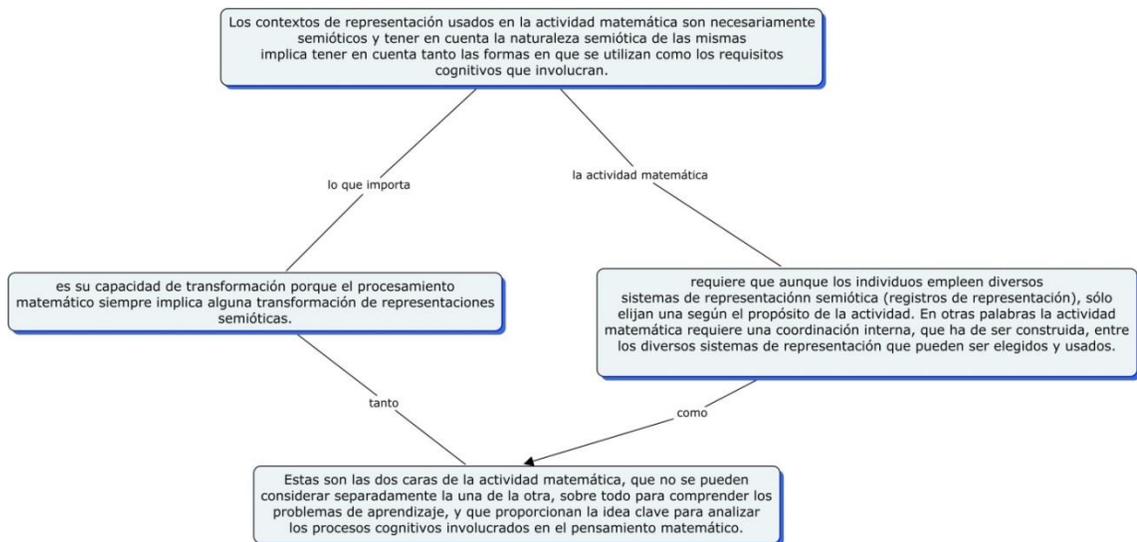
Gráfico 2: Origen de los errores.



Fuente: Socas, 2008: 34. En: http://funes.uniandes.edu.co/1247/1/Socas2008Dificultades_SEIEM_19.pdf

Cabe destacar, que en matemática existen distintos “registros de representación”. Duval (2006, 1993) enfatiza que “la actividad matemática se realiza necesariamente en un *registro de representación*”. Tal como se observa en el Gráfico 3, los contextos de representación son necesariamente semióticos.

Gráfico 3: Los contextos de representación en la actividad matemática



Fuente: Adaptado de Duval, 2006:145

CAPÍTULO 2- PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA EN LA FACULTAD DE INGENIERIA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LOMAS DE ZAMORA

*“Lo que diferencia las sociedades de los organismos no es ni la división del trabajo, ni la especialización, ni la jerarquía, ni la comunicación de información que existen en unas y otros, sino la complejidad de los individuos”
Morin, E. (1983)⁷*

2.1 Características generales de la materia

El propósito del trabajo realizado fue identificar y analizar los errores más frecuentes cometidos por los alumnos en Probabilidad y Estadística. La asignatura corresponde al tercer cuatrimestre del Ciclo del Plan de Estudios de las carreras de Ingeniería Mecánica e Industrial de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora. Para cursar esta asignatura deben tener conocimientos previos de Matemática I y II, Cálculo I⁸ y Álgebra. Los alumnos que cursan sus materias “al día” la cursan junto con Cálculo II y Física I⁹.

Probabilidad y Estadística es común a todas las carreras de Ingeniería en la Facultad de Ingeniería de Lomas de Zamora (FIUNLZ). Las carreras que se cursan en la Unidad académica son Ingeniería Mecánica Clásica, Ingeniería Mecánica Mecatrónica, Ingeniería Industrial Manufactura e Ingeniería Industrial Gestión. La carga horaria corresponde a 64 hs totales por cuatrimestre con una frecuencia de 4 hs por semana presenciales. La modalidad de enseñanza se encuadra en el modelo Blended Learning (presencialidad + virtualidad). La cátedra tiene su aula virtual alojada en la plataforma institucional¹⁰. El aula virtual se ha ido optimizando desde el año 2006, permitiendo tener un repositorio del material utilizado en las clases, así como también un espacio de

⁷ Morin, E. (1983) *El método 2. La vida de la vida*. Cátedra, Madrid, España.

⁸ Las materias correlativas necesarias para poder cursar son Cálculo I y Matemática II.

⁹ A partir del año 2015 se implementa un cambio en el Plan de estudios de la Carrera con el fin de que la materia Química que estaba en el primer cuatrimestre del primer año de estudios pase al cuarto cuatrimestre. De esta forma los alumnos adquieren los contenidos más próximos a las materias en que los aplican.

¹⁰ En: <http://www.itc-unlz.com.ar/acceso.cgi?extra=&wAccion=login&wldSeccion=82>
[Consultado: 25/07/ 2015]

interacción e intercambio con los docentes y entre los alumnos a través de los foros.

A continuación, se presenta la distribución de los contenidos durante el primer cuatrimestre.

PRIMER CUATRIMESTRE 2015

SEMANA		TEMAS
1	28-mar	Estadística descriptiva
2	04-abr	Estadística descriptiva
3	11-abr	Probabilidad-Sucesos
4	18-abr	VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS
5	25-abr	VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS
6	02-may	REPASO INTEGRACIÓN DE TEMAS
7	09-may	PRIMER PARCIAL
8	16-may	Distribución de estimadores- Intervalos de confianza
9	23-may	Prueba de hipótesis para una y dos poblaciones
10	30-may	ANVA
11	06-jun	Regresión y correlación
12	13-jun	Regresión y correlación
13	20-jun	REPASO INTEGRACIÓN DE TEMAS
14	27-jun	SEGUNDO PARCIAL
15	04-jul	RECUPERATORIO
16	11-jul	RECUPERATORIO

En Tabla 2 es posible apreciar las características de la materia y en la Tabla 3 los contenidos desarrollados de la misma.

Tabla 2. Características de la materia Probabilidad y Estadística en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora

Los alumnos asisten regularmente a clases tradicionales de 1 vez por semana con una carga horaria de 4 horas reloj en el transcurso de un cuatrimestre.	Son evaluados en forma parcial en dos oportunidades y mediante dos trabajos prácticos integradores
Rinden un examen final para la aprobación de la materia en caso de no alcanzar la promoción directa.	La materia se desarrolla a partir de tres temas fundamentales: Estadística descriptiva, Probabilidad y Estadística Inferencial.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3. Contenidos desarrollados en la materia Probabilidad y Estadística

El primer tema (ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA) comprende todo aquello que hace a la terminología específica de la materia, como así también los métodos de recopilación, tabulación, graficación y análisis descriptivo de los datos.	El segundo tema (PROBABILIDAD) comprende desde los conocimientos básicos de probabilidad, cuando la incertidumbre está presente, hasta las leyes específicas de probabilidad, que luego serán de aplicación en los problemas de toma de decisiones bajo riesgo y de inferencia estadística.
El tercer tema (ESTADÍSTICA INFERENCIAL) comprende los métodos estadísticos necesarios para obtener información de las poblaciones utilizando para ello los datos muestrales, como así también los métodos de comparación de poblaciones. La materia está organizada sobre la base del dictado de clases teórico prácticas.	

Fuente: Elaboración propia

2.2 Cambios en los sistemas de prácticas en la materia Probabilidad y Estadística

Tal como se ha descripto anteriormente la materia Probabilidad y Estadística se implementa en la modalidad Blended Learning¹¹ (Presencialidad + Virtualidad). Este cambio de modalidad se efectuó a partir del año 2006, creando el aula virtual de la materia en la plataforma Claroline.

La introducción del uso del aula virtual produjo diferencias cualitativas y cuantitativas en el proceso de enseñanza aprendizaje. La posibilidad de que, entre clases presenciales, el alumno tuviera acceso a los materiales de la cátedra, así como a consultas asincrónicas y atemporales a través de los foros habitados para tal fin, contribuyeron a una mejora en la calidad¹². A partir del año 2010 se migra a una nueva plataforma (e-educativa) manteniéndose las mismas características funcionales.

En la Tabla 4 y en el Gráfico 4 se observa la evolución de los inscriptos, aprobados y el porcentaje de regularizados sin ausentes para el período 2007-2014.

¹¹ Véase Comoglio, M. ; Minnaard, C. ; Iravedra, C. & Morrongiello, N. (2012) *La integración de TIC a la enseñanza de la Ingeniería- Estudio comparativo de su impacto en el rendimiento académico*. 1° Congreso Argentino de Ingeniería (CADI 2012) y VII Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería (CAEDI 2012) – Pascal, O.; Comoglio, M. & Fernández, M. (2012) *Integración de TIC en la modalidad Blended Learning impacto sobre el rendimiento académico*. XIV Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación (WICC) - Pascal, O. ; Campoli, O.; Minnaard, C. & Comoglio, M. (2012) "Impacto de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en los docentes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora: el caso red de docentes" PREMISA(SOAREM) Año 14 – N° 53.

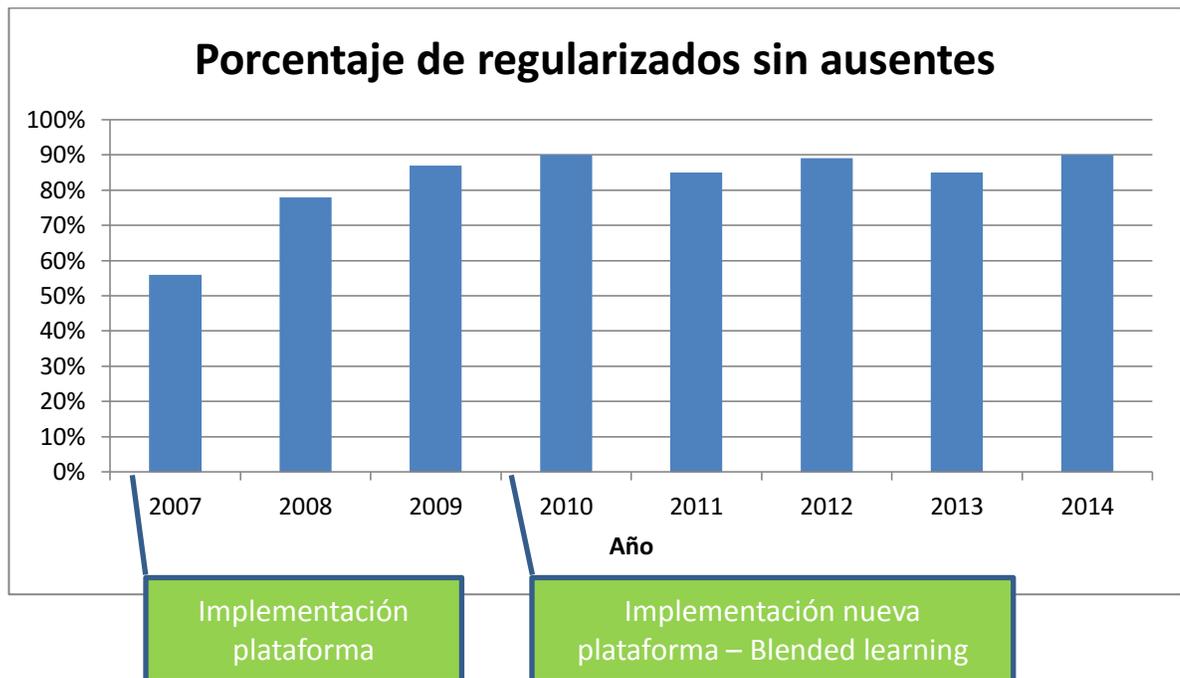
¹² Véase Minnaard, C. (2010) "El foro en un Aula Virtual de Probabilidad y Estadística" PREMISA Sociedad Argentina de Educación Matemática(SOAREM) . Año 12 – N° 44 - Minnaard, C. & Minnaard, V. (2011). *Evaluación del impacto de la implementación de materiales multimediales en el proceso de enseñanza aprendizaje en la modalidad blended learning*. 1° Jornada de Enseñanza de la Ingeniería (JEIN), Buenos Aires, Argentina. - Minnaard, C. & Minnaard, V. (2011). *Materiales multimediales en el nivel Superior*. Congreso Iberoamericano de Educación y Sociedad (CIEDUC 2011) ; II Congreso Iberoamericano sobre Calidad de la Formación Virtual ; VI Congreso Iberoamericano de Educación Científica, La Serena, Chile - Minnaard, V.; Minnaard, C.; Rabino, C. & Comoglio, M. (2010). "El tutor virtual". CVEM 2010 (VIII Congreso Virtual Internacional de Enseñanza de la Matemática), México.

Tabla 4: Evolución de los inscriptos, aprobados y porcentaje de regularizados sin ausentes

Año	Inscriptos a cursada	Aprobados	Porcentaje de regularizados sin ausentes
2007	95	44	56%
2008	202	150	78%
2009	276	240	87%
2010	324	290	90%
2011	295	245	85%
2012	287	254	89%
2013	237	201	85%
2014	300	270	90%

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 4: Evolución porcentaje de regularizados sin ausentes



Fuente: Elaboración propia

Para este período el porcentaje medio de alumnos que regularizan y aprueban la materia es del 82,5 %, con un desvío estándar del 11,4 %. El intervalo [0,729; 0,9203] cubre el verdadero porcentaje medio con una confianza del 95%.

Es a partir del año 2012 que se hace un cambio en el sistema de prácticas incluyendo la resolución obligatoria de dos Trabajos Prácticos que se resuelven en el aula virtual.

A continuación se presentan las características generales de los Exámenes Parciales y de los Trabajos Prácticos.

Imagen 1: características generales de los Exámenes Parciales y de los Trabajos Prácticos.



Fuente: Elaboración propia

Los Trabajos Prácticos al desarrollarse en el aula virtual, pudiendo consultar las dudas a través de los foros y contando con un grupo cooperativo y colaborativo, reflejan tanto los errores que se pueden subsanar en forma inmediata, como el esfuerzo individual de cada uno de los alumnos, ya que los vestigios digitales de la plataforma así lo permiten.

CAPÍTULO 3 - DISEÑO METODOLÓGICO

“Como el artesano, el investigador construye su objeto de estudio solo cuando domina el uso de sus herramientas”

Enrique Crivisqui, 2001¹³

3.1 La perspectiva metodológica del presente estudio

Partiendo del enfoque seleccionado se presenta la estrategia metodológica y las principales decisiones tomadas señalando las razones que motivaron a ello y las consecuencias de su adopción. La selección de estrategias metodológicas, ha tenido como fin último dotar a la investigación de validez y confiabilidad. Estas estrategias han sido estructuradas en fases con el fin de exponer con claridad los objetivos que cada una de ellas persiguió y además facilitar la explicación de los procedimientos e instrumentos utilizados. Cabe aclarar que esta división no implica una secuenciación temporal lineal, ya que muchas de las actividades se superponen en el tiempo que demandó la realización del presente estudio.

Se plantean dos hipótesis de trabajo:

Hipótesis 1: La ocurrencia de error que cometen los alumnos en Probabilidad y Estadística está relacionado con el sistema de prácticas.

Hipótesis 2: El tipo de error que cometen los alumnos en Probabilidad y Estadística está relacionado con el tipo de objeto semiótico con el que debe trabajar.

La investigación se desarrollará en forma descriptivo-correlacional ya que se propone describir el comportamiento de variables y/o identificar tipos o pautas características resultantes de las combinaciones de un cierto número de ellas.

¹³ Crivisqui, E. (2001). *El análisis estadístico y las Ciencias Sociales*. La Sociología en sus escenarios N° 5. En : <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/ceo/index> [Consultado: 12/02/2014]

Las investigaciones descriptivas¹⁴ se ocupan entonces de identificar las variables relevantes del objeto o asunto investigado y luego averiguar cómo se comportan dichas variables. Es correlacional ya que se analizará la variación conjunta (no causal) de dos o más variables¹⁵. Asimismo, las características del trabajo que se propone es transeccional, ya que los datos se recogen en un momento determinado. (Ynoub, 2007; Ynoub, 2011; Mombrú, 2013)

Las técnicas que se utilizaron para recoger los datos post experiencia han sido desde una perspectiva cuantitativa y desarrollada a través de los resultados de los exámenes parciales y de los trabajos prácticos que conforman el portafolio de actividades desarrolladas por los alumnos de Probabilidad y Estadística durante el Primer Cuatrimestre de 2015. La investigación, indaga las relaciones entre las prácticas docentes, los objetos matemáticos involucrados y el tipo de error cometido.

Estos datos resultan estratégicos para las instituciones, al brindar información sistematizada que le permite como en el caso de la FI UNLZ, identificar la naturaleza de los errores, sistematizarlos y desarrollar acciones para el desarrollo de estrategias adecuadas.

¹⁴ Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades importantes de las personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis (Hernández Sampieri, 2010: 80). En líneas generales podemos decir que los estudios descriptivos miden de manera más bien independiente los conceptos o variables a los que se refieren, aunque el autor señala también que las mediciones de cada una de dichas variables se pueden integrar para decir cómo es y cómo se manifiesta el fenómeno de interés. (Hernández Sampieri, 2010: 81). Se trata de estudios observacionales, en los cuales no se interviene o manipula el factor de estudio, es decir se observa lo que ocurre con el fenómeno en estudio en condiciones naturales, en la realidad. Por otra parte, las investigaciones interpretativas, no solo se enfocan en la mera descripción de los hechos, ni a su explicación causal, sino a la interpretación o comprensión de los fenómenos. El asunto a investigar se concibe como signo o expresión de un sentido o significado a develar. (Ynoub, 2007)

¹⁵ Otra manera de evaluar conjuntamente el comportamiento de diversas variables es a través de lo que se llama de modo un tanto genérico, correlaciones. De modo más preciso el interés está puesto en evaluar la variación concomitante entre diversas variables. Ynoub (2007) considera que por variación concomitante se entiende el hecho de que su pauta de variación presenta un patrón semejante para ambas (o para todas aquellas variables consideradas conjuntamente): si una se incrementa la otra también lo hace de alguna manera sistemática (en la misma proporción o en proporciones identificables); o por el contrario, cuando una disminuye la otra aumenta, o viceversa, pero siempre conforme a un patrón de variación sistemático. Es importante destacar que, si dos variables varían de manera sistemática una con otra, no significa, sin embargo, que una sea la causa de otra.

El aprendizaje eficaz requiere que los alumnos operen activamente en la manipulación de la información a ser aprendida, pensando y actuando sobre ello para revisar, expandir y asimilarlo.

Por lo tanto y desde una perspectiva didáctica, estamos construyendo competencias. En esta línea, Cano García (2008) considera que: (Tabla 5)

Tabla 5: La evaluación por competencias en la educación superior.

El concepto competencias implica...	Consecuencias para la e-a y la evaluación	Posibles instrumentos
1. INTEGRAR conocimientos, habilidades y actitudes	Oportunidades de exhibir esta integración	Proyecto final Practicum
2. Realizar EJECUCIONES	Evaluar ejecuciones (performance-based assessment)	Tablas de observación (check-list, escalas,...)
3. Actuar de forma CONTEXTUAL	Evaluar el conocimiento de cuándo y cómo aplicar los conocimientos disponibles	Simulaciones
4. Entenderlo de forma DINÁMICA (no “se es” o “no se es”)	Evaluar el desarrollo	Rúbricas Evaluación a lo largo del tiempo (diagnóstica)
5. Actuar con AUTONOMÍA, corresponsabilizándose del aprendizaje (LLL)	Evaluar la capacidad de autorreflexión	Portafolios Mecanismos autorregulación

Fuente: Cano García (2008:11)

Ahumada Acevedo (2005) enfoca esta situación como “una necesidad de recurrir a procedimientos evaluativos que aporten evidencias de que el estudiante está interrelacionando sus conocimientos previos con los nuevos aprendizajes que se le presentan” ¹⁶. Además, (Plazaola, 2011) califican automáticamente las respuestas de tipo cerrado pudiendo establecer los

¹⁶ Las plataformas y las aulas virtuales ofrecen una muy amplia gama de herramientas propias de seguimiento de rendimiento de los alumnos que permiten: realizar cualquier tipo de evaluación: diagnóstica – procesual – sumativa y aplicar instrumentos de: redacción abierta; construcción; cerradas objetivas en todas sus variantes (selección múltiple, doble alternativa, enlazamiento, completamiento, ordenamiento, etc.); mixtos con preguntas abiertas y cerradas, utilizando multimedia e hipertextos

tiempos de respuestas para que se cierre el enlace o no entre otras variables de aplicación¹⁷.

Asimismo es posible generar bancos de preguntas o de actividades que se pueden elegir en forma intencional o al azar para la construcción de evaluaciones. Los entornos virtuales de aprendizaje (EVA) permiten el desarrollo de evaluaciones por competencias. Dentro de los instrumentos de recolección de datos, en este caso se utilizó el Test o pruebas estandarizadas. Ynoub (2007) destaca que la palabra “estándar” significa “modelo, norma o patrón de referencia”.¹⁸ Los instrumentos de recolección son las Evaluaciones Parciales (2) y los Trabajos Prácticos (2).

Los instrumentos elaborados bajo las condiciones enunciadas anteriormente se aplicaron a una muestra de 77 que cursaron Probabilidad y Estadística durante el Primer Cuatrimestre de 2015, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora, esta muestra es no probabilística por conveniencia.

A continuación, se describen y definen las variables que se utilizaron en la investigación, las que encuentran su fundamentación en la bibliografía relevada y que ha quedado plasmada en el marco teórico del presente estudio. Para definir estas variables y su posterior operacionalización seguimos el

¹⁷ Entre estas podemos destacar: cambiar una respuesta dada antes de guardar, dar los resultados de aprobación/ desaprobarción con la respuesta correcta, dar la opción de rehacer el examen aplicando el azar para la selección de las preguntas de la actividad, programar escalas de calificación para cada tipo de actividad, cuali y cuantitativas, ofrecer un registro estadístico de los resultados totales. En caso de herramientas off line, el docente puede evaluar él mismo editando el documento, calificando y enviando simultáneamente la respuesta al alumno por mail en forma automática y ofrecer una amplia gama de suplementos: gráficos estadísticos de rendimiento por alumno, grupos internos, grupos totales, promedios individuales por alumno y por ítem.

¹⁸ Por otra parte, Paenza (2006) en su libro *Matemática ¿estás ahí?* sugiere que una definición de la Matemática, más acorde al siglo XXI sería “La matemática es la ciencia de los patrones” La tarea de un matemático es buscar peculiaridades, cosas que se repitan, patrones numéricos, de forma, de comportamiento, de movimiento, etc. Estos patrones pueden provenir del mundo que nos rodea, de las profundidades del espacio y del tiempo o de los debates internos de la mente.

procedimiento de Cea D'Arcona (1998) recogiendo también el aporte de otro autor (Sierra Bravo: 2001)¹⁹

Las herramientas estadísticas utilizadas para analizar los datos obtenidos son:

- Análisis Univariado: En este análisis se observan las características de cada una de las variables consideradas
- Análisis Bivariado: En este análisis se cruzan aquellas variables más significativas aplicando la prueba de Chi Cuadrado (χ^2) de independencia.
- Análisis Multivariado: (Análisis Factorial de Componentes Principales)²⁰
- Análisis de Regresión Multivarriante

3.2 El sistema de matrices de datos

Se adopta la propuesta de Samaja (2010) quien sostiene que la estructura general del dato científico tiene cuatro componentes: la unidad de análisis (UA), las variables (V), los valores (R) y los indicadores (I).²¹

¹⁹ Estos autores establecen las etapas como: Enunciar y definir la variable, Deducir dimensiones o aspectos y Buscar indicadores o circunstancias empíricas concretas.

²⁰ El análisis factorial es una técnica estadística cuyo objetivo es el descubrimiento de las dimensiones de variabilidad común existentes en un campo de fenómenos. Cada una de estas dimensiones de variabilidad común recibe el nombre de factor. El análisis factorial nos permite detectar la existencia de ciertos patrones subyacentes en los datos de manera que estos puedan ser reagrupados en un conjunto menor de factores o componentes. (García, R. 2006)

²¹ El autor sostiene que en toda investigación científica hay más de una matriz de datos, es por esto que sugiere que es más correcto considerar la noción de "sistema de matrices de datos"²¹. Como mínimo tres matrices de datos: la matriz de anclaje o matriz focal, es la matriz en la que se ha decidido anclar la investigación denotándola N_a ; la matriz subunitaria constituida por las componentes de la matriz focal, que se denota N_{-1} y la matriz supraunitaria o matriz de los contextos de la matriz focal, que se denota N_{+1} . Se sugiere la lectura de: SAMAJA, J. (2010). *Epistemología y Metodología. Elementos para una teoría de la investigación científica*. Editorial Eudeba. Buenos Aires. pp.166-168

Matriz del Nivel Supraunitario

Unidad de Análisis	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	ESCALAS	VALORES	
Alumno	Carrera a la que se inscribieron		Carrera dentro de las ingenierías a la que se inscribieron	Escala nominal	Mecánica Industrial	
	Edad		Edad a la fecha de inicio del curso	Escala de razón	18,19, 20,	
	Estudios previos	Escuela de procedencia		Escuela en la que el alumno ha realizado la escuela media	Escala nominal	Listado de las escuelas que consta en la base del sistema Guaraní.
		Tipo de escuela de procedencia		Escuela técnica Otras escuelas	Escala nominal dicotómica	Si/no
		Conocimientos previos		Estudios previos realizados en Probabilidad y Estadística	Escala nominal dicotómica	Si/no
		Año de egreso del secundario		Año en el que finalizó los estudios	Escala de intervalo	2000, 2001,2002,....., 2013
	Situación laboral	Condición frente al trabajo		Desarrolla actividad laboral en dependencia (registrada o no) o en forma independiente	Escala Nominal dicotómica	Si/no
		Intensidad horaria de la jornada laboral		Cantidad de horas diarias de trabajo	Escala de intervalo	1, 2 y siguientes
	Diagnóstico competencia en función del porcentaje de error por unidad temática			Porcentaje de errores por Unidad temática	Escala de razón	20%,40%,60% 80%,100%

Matriz del Nivel de Anclaje o Matriz focal

Unidad de Análisis	Variables	Dimensiones	Indicadores	Escalas	Valores
Exámenes Parciales	Tipo de problema	Tipo de problema en función de la representación semiótica	Para su resolución aplica definiciones Para su resolución aplica propiedades Para su resolución realiza operaciones numéricas Tiene gráfico que acompaña enunciado textual Tiene expresiones algebraicas que acompañan enunciado textual Para su resolución aplica fórmulas Tiene solamente enunciado textual	Escala Nominal	Si/No
	Rendimiento académico	Calificación obtenida	Calificación en Exámenes Parciales Calificación en Trabajos Prácticos	Escala de intervalo	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10
		Tipo de errores por Unidad temática ²²	Dificultades del lenguaje Dificultades para obtener información espacial Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes	Escala Nominal	Si/No
Trabajos Prácticos			Porcentaje de errores por Unidad temática	Escala de razón	20%,40%,60% 80%,100%
	Competencias organizacionales		Armado grupos Flexibilidad dentro del grupo Cumplimiento normas formales	Escala Nominal	Si/No
Sistema de prácticas		Idoneidad didáctica	Epistémica Cognitiva Interaccional Mediacional Afectiva Ecológica	Escala de intervalo	0, 1,2,3,4,5

²² Se utiliza la clasificación de Radatz(1980) descrita en el Anexo.

Matriz del Nivel Subunitario

Unidad de Análisis	Variables	Dimensiones	Indicadores	Escalas	Valores
Tipo de error²³	Dificultades del lenguaje		Mal uso de los símbolos matemáticos Mal uso de los términos matemáticos Interpreta mal el enunciado La respuesta del problema no es coherente con el enunciado	Escala nominal dicotómica	Si/No
	Dificultades para obtener información espacial		Representaciones icónicas (imágenes espaciales) inadecuadas de situaciones matemáticas Pasaje deficiente entre un sistema de representación textual y el sistema de representación gráfico	Escala nominal dicotómica	Si/No
	Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos	Conceptual Procedimental	Deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos Dominio insuficiente de símbolos Procedimientos inadecuados para la realización de una tarea matemática	Escala nominal dicotómica	Si/No
	Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento	Perseveración Asociación Interferencia	Predominancia de los elementos singulares de un problema Razonamientos o asociaciones incorrectas entre elementos singulares Cuando los conceptos u operaciones interfieren unos con otros	Escala nominal dicotómica	Si/No
	Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes		Aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes	Escala nominal dicotómica	Si/No

²³ Se utiliza la clasificación de Radatz(1980) descrita en el Anexo.

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS

*“Interpretar algo es, ante todo, hacerlo más claro.
Para ello es necesario un intérprete”*

Enrique Crivisqui, 2001²⁴

4.1 Comparación con investigación anterior

Con el objeto de relevar los errores más frecuentes se analizaron todos los exámenes parciales de la asignatura Probabilidad y Estadística durante el Curso de Verano 2015²⁵ y se los comparó con los de una investigación anterior realizada en el año 2006. Se determinaron luego los errores recurrentes dentro de cada unidad temática indicando la frecuencia en que se cometían.

Cabe señalar que los exámenes responden generalmente a la misma estructura, con respecto a los contenidos:

- para el primer parcial evalúa Estadística descriptiva, Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad y
- para el segundo parcial: Distribuciones de Muestreo, Intervalos de Confianza, Pruebas de Hipótesis para una y dos poblaciones, Análisis de la Varianza y Regresión y Correlación.

En la Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653), del Puerto, Seminara y Minnaard (2006) presentan los siguientes resultados de una

²⁴ Crivisqui, E. (2001). *El análisis estadístico y las Ciencias Sociales*. La Sociología en sus escenarios N° 5. En : <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/ceo/index> [Consultado: 30/06/2015]

²⁵ La materia se imparte en tres oportunidades cada año: Curso de verano, Primer cuatrimestre y Segundo cuatrimestre. Se consideró oportuno antes de considerar los errores cometidos por los alumnos en sus producciones durante el Primer Cuatrimestre 2015, hacer un pilotaje con las producciones del Curso de Verano 2015 que si bien responde a los mismos contenidos e igual tipología de alumnos, difiere en intensidad ya que las clases presenciales son de 2 veces por semana durante 8 semanas (durante el cuatrimestre son de 1 vez por semana durante 16 semanas).

investigación realizada sobre la base de 519 parciales correspondientes al período 2001 – 2004

Tabla 6: Errores relevados y porcentaje de ocurrencia (base de 519 parciales correspondientes al período 2001 – 2004)

EJERCICIO 1:		ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA
TIPOS DE ERRORES		PORCENTAJE
No sabe calcular frecuencia relativa hasta un valor de la variable		5%
Confunde frecuencia absoluta y acumulada		5%
Error en la fórmula al calcular la media o el desvío estándar		27%
Confunde variabilidad absoluta y variabilidad relativa		9%
Confunde desvío estándar con variancia		5%
No contesta		18%
No comete error		36%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7: Porcentaje de los errores en estadística descriptiva según clasificación de Radatz (base de 519 parciales correspondientes al período 2001 – 2004)

La tabla correspondiente a Estadística Descriptiva se presenta a continuación:

	I: Datos mal utilizados	II: Interpretación incorrecta del lenguaje	III: Inferencias no válidas lógicamente	IV: Teoremas o definiciones deformadas	V: Falta de verificación de la solución	VI: Errores técnicos
ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA	26,73%	17,97%	3,69%	21,20%	1,38%	29,03%

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA
Calculan mal la media o el desvío estándar.
Confunden media con mediana o mediana con modo.
Calculan la amplitud cuando es dato.
Confunden varianza con desvío estándar.
Confunden variabilidad relativa y absoluta.
Toman frecuencias negativas.
Confunden frecuencia absoluta y acumulada.
Confunden percentiles (por ejemplo: P_{20} con P_{80}).

Fuente: Elaboración propia

Habiendo transcurrido aproximadamente una década desde la investigación precedente y además, con un cambio en las estrategias de enseñanza a partir de la incorporación del blended learning, se analizan los errores en Probabilidad y Estadística realizados en los parciales(N=79) durante el curso de verano 2015.

Cabe destacar que el curso de verano es intensivo ya que se realiza en 8 semanas con una carga horaria presencial de 8 horas reloj y una carga horaria virtual de 8 horas a través del aula virtual de la plataforma.

En la Tabla 8 se indican los errores cometidos en Estadística descriptiva, en la Tabla 9 los errores en Probabilidad, en la Tabla 10 los correspondientes a Variables aleatorias, en la Tabla 11 los de Distribución de estimadores en intervalos de confianza, en la Tabla 12 los de Pruebas de hipótesis, en la Tabla 13 los de Análisis de la varianza y en la Tabla 14 los de Regresión y correlación.

Tabla 8: Errores cometidos por los alumnos en Estadística descriptiva

	Investigación precedente (publicada en 2005) ²⁶	Curso de verano 2015
Confunden variabilidad relativa y absoluta	9%	7%
Calculan mal la media o el desvío estándar	27 %	20%
Confunden la media con mediana o mediana con modo	12%	9%
Calcula la amplitud cuando es dato	5%	3%
Confunden varianza con desvío estándar	12%	8%
Toman frecuencias negativas	2%	1%
Confunden frecuencia absoluta y acumulada	6%	4%
Confunden percentiles (por ejemplo P20 con P80)	13%	9%

Fuente: Elaboración propia

²⁶ Del Puerto, S.; Minnaard, C. & Seminara, S. (2005) Errores en Probabilidad y Estadística. Revista Premisa. Volumen XIX , Número LXXVI

Tabla 9: Errores cometidos por los alumnos en Probabilidad

	Investigación precedente (publicada en 2005) ²⁷	Curso de verano 2015
Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A/B)$	15%	10%
Calculan $P(AB)$ como $P(A).P(B)$ cuando no son independientes	9 %	7%
Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(AB)$	12%	9%
Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A \text{ o bien } B)$	7%	3%
Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A)$	12%	8%
Confunden probabilidad marginal con probabilidad conjunta	10%	8%
Confunden probabilidad condicional con probabilidad conjunta	17%	14%
Aplican mal reglas de probabilidad	12%	10%

Fuente: Elaboración propia

²⁷ Ibid

Tabla 10: Errores cometidos por los alumnos en Variables aleatorias

	Investigación precedente (publicada en 2005) ²⁸	Curso de verano 2015
Reconocen la distribución pero resuelven mal o no resuelven	25%	15%
No reconocen la distribución (confunden Binomial con Hipergeométrica, Binomial con Poisson)	10%	7%
Operan mal	6%	3%
Buscan mal los valores de las distribuciones	5%	4%
Construyen mal la función suma de variables aleatorias normales	9%	7%

Fuente: Elaboración propia

²⁸ ibid

Tabla 11: Errores cometidos por los alumnos en Distribución de estimadores

	Investigación precedente (publicada en 2005) ²⁹	Curso de verano 2015
Confunden ESTIMADOR Y PARÁMETRO	14%	8%
Identifican mal el estadígrafo	15 %	10%
Buscan mal los valores de las distribuciones que utilizan	12%	9%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12: Errores cometidos por los alumnos en Pruebas de hipótesis

	Investigación precedente (publicada en 2005) ³⁰	Curso de verano 2015
Formulan mal las hipótesis	15%	14%
Confunden pruebas de hipótesis con intervalos de confianza	12%	10%
Confunden estimador con parámetro	13%	7%
Confunden el estadígrafo	15%	9%
Realizan bien la prueba pero toman mal la decisión	12%	11%

Fuente: Elaboración propia

²⁹ ibid

³⁰ ibid

Tabla 13: Errores cometidos por los alumnos en Análisis de la Varianza

	Investigación precedente (publicada en 2005) ³¹	Curso de verano 2015
Calculan mal Suma de cuadrados (SC)	10%	5%
No formulan las hipótesis	20%	12%
Calculan mal grados de libertad	4%	2%
Calculan mal CM	5%	4%
Sacan mal la conclusión	12%	7%
Utilizan pruebas complementarias (como Tukey) sin haber comprobado ANOVA	8%	7%

Fuente: Elaboración propia

³¹ ibid

Tabla 14: Errores cometidos por los alumnos en Regresión y correlación

	Investigación precedente (publicada en 2005) ³²	Curso de verano 2015
Confunden estimador y parámetro	12%	7%
Calculan mal los parámetros de la recta de regresión	16%	12%
No reconocen coeficiente de determinación	7%	4%
Confunden SC_x con la suma de los x^2	20%	15%
Formulan mal las hipótesis para el coeficiente de correlación	10%	6%

Fuente: Elaboración propia

³² ibid

Tabla 15 : Comparación de resultados

	Investigación precedente - Curso de verano 2015
Estadística descriptiva	Diferencia significativa ($p = 0,00 < 0,05$)
Probabilidad	Diferencia significativa ($p = 0,00 < 0,05$)
Variables aleatorias	Diferencia no significativa ($p = 0,07 > 0,05$)
Intervalos de confianza	Diferencia significativa ($p = 0,03 < 0,05$)
Pruebas de hipótesis	Diferencia no significativa ($p = 0,06 > 0,05$)
ANOVA	Diferencia significativa ($p = 0,023 < 0,05$)
Regresión y correlación	Diferencia significativa ($p = 0,00 < 0,05$)

Fuente: Elaboración propia

Tal como se observa en la Tabla 15, al comparar los resultados de la investigación precedente y la realizada en el curso de verano 2015, el porcentaje de errores ha disminuido. Esta diferencia es estadísticamente significativa ($\alpha = 0,05$) en Estadística descriptiva ($p = 0,00$), Probabilidad ($p = 0,00$), Intervalo de confianza ($p = 0,03$), ANOVA ($p = 0,023$) y Regresión y correlación ($p = 0,00$).

Teniendo en cuenta lo analizado se procede a mostrar los resultados obtenidos en el Primer cuatrimestre 2015 desde el Enfoque Ontosemiótico.

ANALISIS UNIVARIADO

4.2 PERFIL DE LOS ALUMNOS INGRESANTES

4.2.1 Carrera en la que se inscribieron

Tabla 16: Distribución porcentual de las carreras en las que se inscribieron los alumnos

	Categoría	Porcentaje
Carrera	industrial	51,515 %
	mecánica	48,485%

Fuente: Elaboración propia (N=77)



Gráfico 5: Gráfico de sectores carreras a las que se inscribieron los alumnos.
Fuente: Elaboración propia

4.2.2 Edad

Tabla 17: Estadísticas descriptivas Edad

Estadística	Edad
No. de observaciones	77
Mínimo	18,000
Máximo	62,000
1° Cuartil	21,000
Mediana	23,000
3° Cuartil	27,000
Media	25,818
Desviación típica (n-1)	9,095
Coeficiente de variación	0,347
Asimetría (Pearson)	2,769
Curtosis (Pearson)	7,734
Límite inferior de la media (95%)	22,593
Límite superior de la media (95%)	29,043

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 6: Boxplot Edad

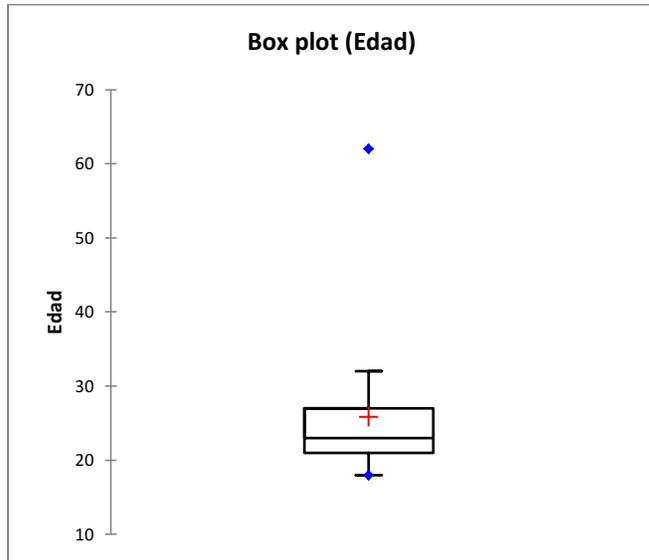
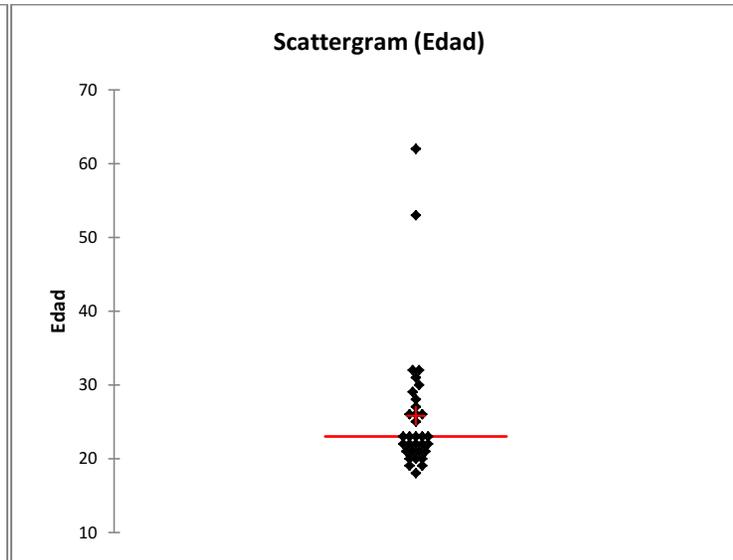


Gráfico 7: Scattergram Edad



Fuente: Elaboración propia

4.2.3 Estudios previos

4.2.3.1. Escuela de procedencia

Tabla 18: Listado de las escuelas de procedencia de los alumnos

	Categoría
Escuela de procedencia	Angel Gallardo
	Casal Calviño
	Comercial N°18 Reino de Suecia

	EEMNº 5
	EETNº 1 General San Martín
	EETNº 1 Martín Miguel de Güemes
	EETNº5 Temperley
	EETNº9 Lanús
	Escuela Francisco Muñiz Nº 214
	Escuela Tecnológica Ingeniero Giudici
	IES Juan de Padilla (España)
	Instituto Almaguer
	Instituto Educación Técnica Manuel Belgrano
	Instituto Euskal Echea
	Instituto Provincia de San Juan
	Instituto Sáenz
	Instituto Tecnológico San Bonifacio
	Instituto del Sur
	Instituto la Milagrosa
	Nuestra Señora de Monte Grande
	Nuestra Señora del Rosario
	Perú
	Saavedra
	San Francisco Javier
	Universidad de Morón

Fuente: Elaboración propia

4.2.3.2 Tipo de escuela de procedencia

Tabla 19: Tipología de las escuelas de procedencia de los alumnos

	Categoría	Porcentaje
Tipo de escuela	no técnica	54,545 %
	técnica	45,455%

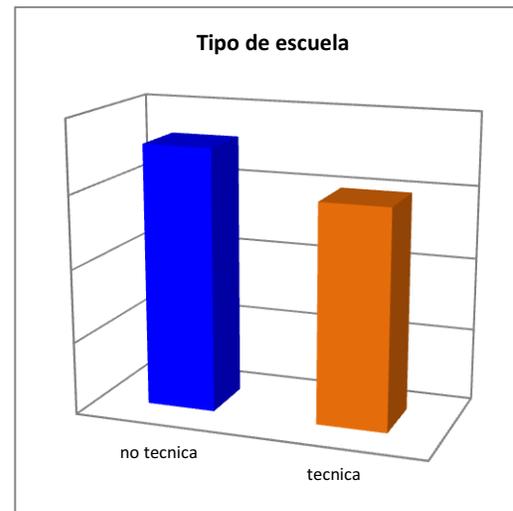


Gráfico 8: Gráfico de barras
Tipología de las escuelas a las que se inscribieron los alumnos.
Fuente: Elaboración propia

4.2.3.3 Conocimientos previos en Probabilidad y Estadística

Tabla 20: Conocimientos previos en Probabilidad y Estadística

	Categoría	Porcentaje
Conocimientos previos en Probabilidad y Estadística	en el medio laboral	9,091%
	nivel secundario	12,121%
	nivel secundario/en el medio laboral	3,030%
	nivel universitario	33,333%
	no tiene	42,424%

Fuente: Elaboración propia (N=77)

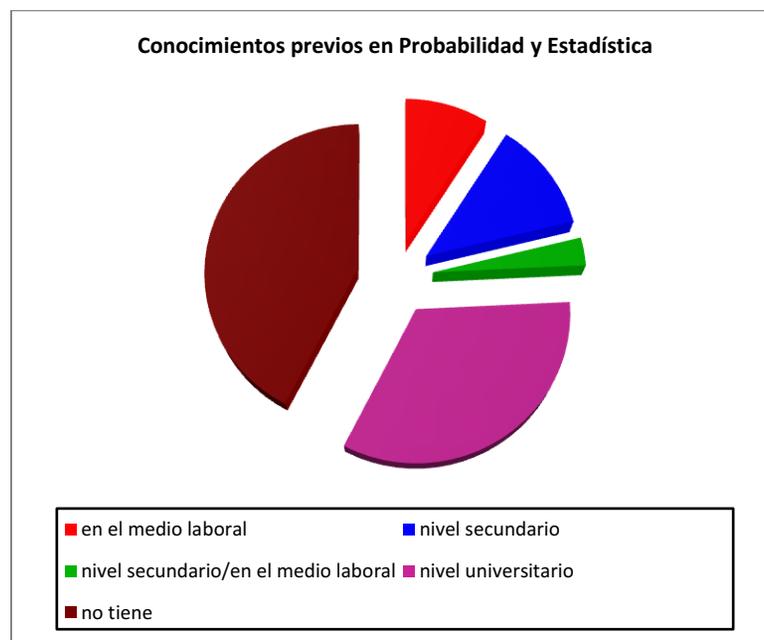


Gráfico 9: Gráfico de sectores conocimientos previos en Probabilidad y Estadística. Fuente: Elaboración propia

Tabla 21: Distribución porcentual recursantes

	Categoría	Porcentaje
Recursante	no	63,636
	si	36,364



Gráfico 10: Gráfico de sectores Recursantes
Fuente: Elaboración propia

Tal como se observa en la Tabla 16 la proporción de alumnos que cursan Probabilidad y Estadística es similar en las dos carreras que se cursan en la facultad (industrial 51,515 % y mecánica 48,485%). El 75% de los alumnos tiene menos de 27 años y 54,545 % proviene de escuelas que no son técnicas. El 42,424% no tiene conocimientos previos de Probabilidad y Estadística y el 36,364 % son recursantes.

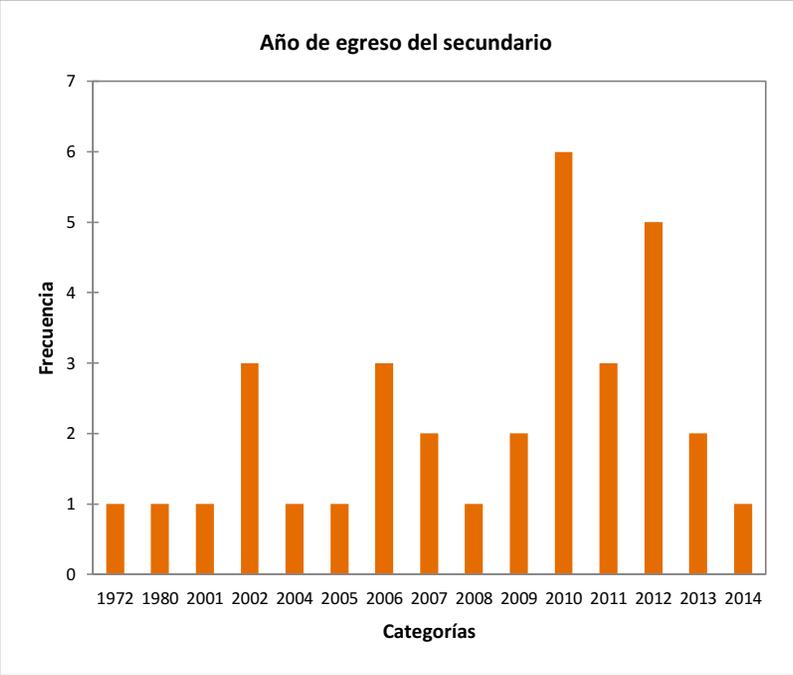
4.2.3.4 Año de egreso del secundario

Tabla 22: Distribución porcentual Año de egreso secundario

	Categoría	Porcentaje
Año de egreso	1972	3,030
	1980	3,030
	2001	3,030
	2002	9,091
	2004	3,030
	2005	3,030
	2006	9,091
	2007	6,061
	2008	3,030
	2009	6,061
	2010	18,182
	2011	9,091
	2012	15,152
	2013	6,061
	2014	3,030

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 11: Distribución porcentual Año de egreso secundario



Fuente: Elaboración propia

4.2.3.5 Cantidad de materias que cursa

Tabla 23: Estadísticas descriptivas Cantidad de materias que cursa

Estadística	Cantidad de materias que cursa
No. de observaciones	77
Mínimo	2,000
Máximo	5,000
1° Cuartil	3,000
Mediana	4,000
3° Cuartil	4,000
Media	3,606
Desviación típica (n-1)	0,864
Coefficiente de variación	0,236
Asimetría (Pearson)	-0,333
Curtosis (Pearson)	-0,493
Límite inferior de la media (95%)	3,300
Límite superior de la media (95%)	3,912

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 12: Boxplot Cantidad de materias que cursa

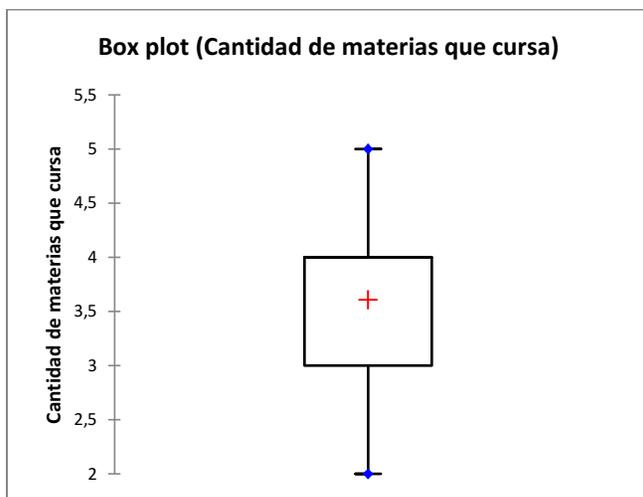
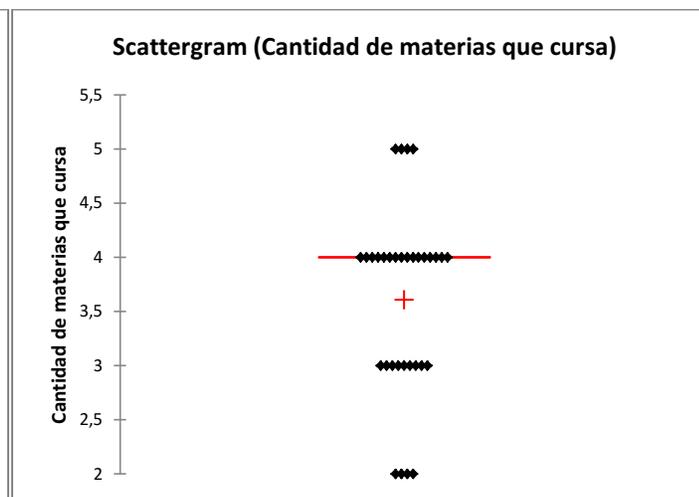


Gráfico 13: Sacttergram Cantidad de materias que cursa



Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 22 y en el Gráfico 11 es posible observar que los alumnos que cursan Probabilidad y Estadística hay egresado del secundario con mayor frecuencia en los años 2010 y 2012, es decir que son alumnos con 2 años por lo menos de permanencia en la facultad. Asimismo, el 75% de los cursantes cursa a lo sumo 4 materias, siendo el promedio de 3,6 materias con un desvío típico de 0,864.

4.2.4 Situación laboral

4.2.4.1 Condición frente al trabajo

Tabla 24: Distribución porcentual Condición frente al trabajo

	Categoría	Porcentaje
Condición frente al trabajo	no trabaja	21,212%
	trabaja	78,788%

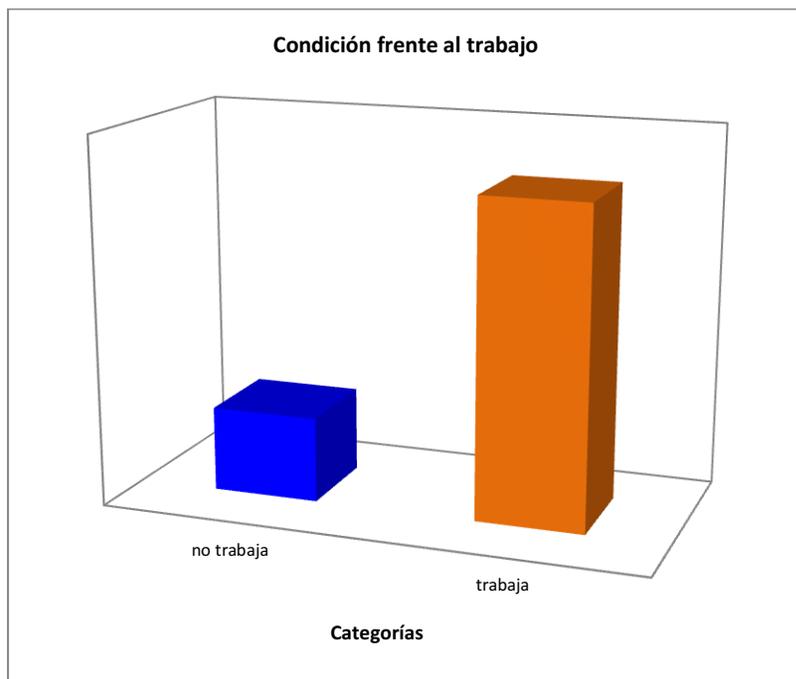


Gráfico 14: Condición frente al trabajo.
Fuente: Elaboración propia

4.2.4.2 Intensidad horaria de la jornada laboral

Tabla 25: Estadísticas descriptivas Intensidad de la jornada laboral

Estadística	Intensidad de la jornada laboral
No. de observaciones	77
Mínimo	4,000
Máximo	12,000
1° Cuartil	6,000
Mediana	8,000
3° Cuartil	8,000
Media	7,231
Desviación típica (n-1)	1,861
Coefficiente de variación	0,252
Asimetría (Pearson)	0,302
Curtosis (Pearson)	0,092
Límite inferior de la media (95%)	6,479
Límite superior de la media (95%)	7,983

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 15: Boxplot Intensidad de la jornada laboral

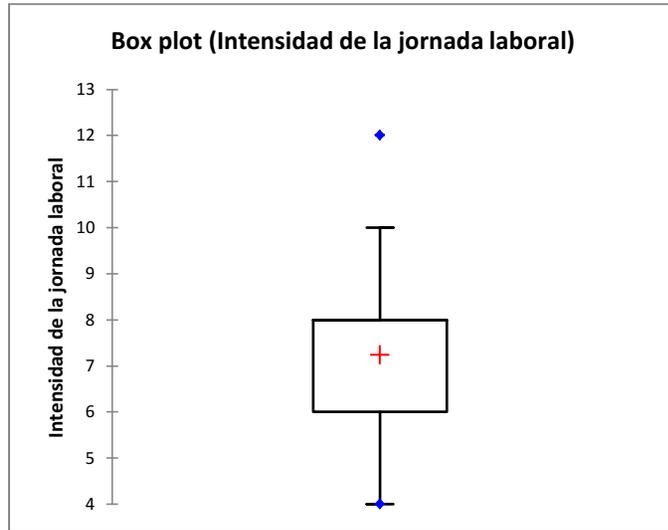
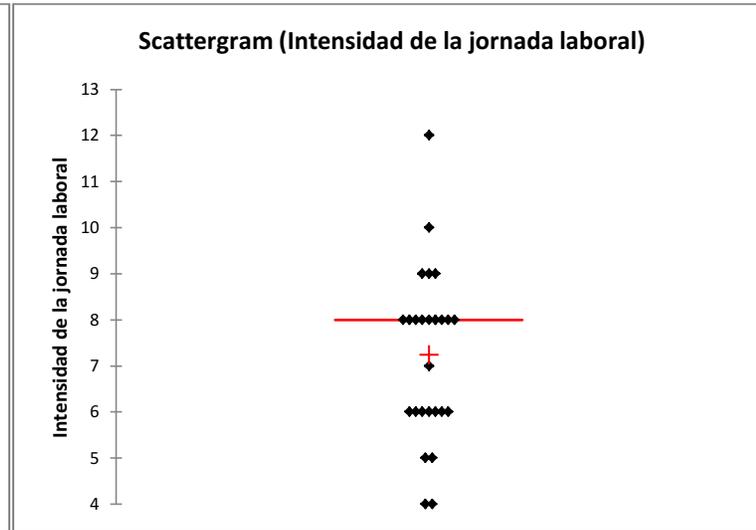


Gráfico 16: Scattergram Intensidad de la jornada laboral



Fuente: Elaboración propia.

El 78,788% de los cursantes trabaja en jornadas que tienen una intensidad promedio de 7,231 horas diarias y un desvío típico de 1,861. El intervalo [6,479; 7,983] cubre el verdadero valor promedio con una confianza del 95%. Si se comparan estos resultados con los obtenidos por Minnaard (2014)³³ es posible apreciar que un 30% de los estudiantes se ha incorporado al mercado laboral desde que ingresó a la facultad.

³³ En 48% de los alumnos que ingresa a la Facultad de Ingeniería trabaja (Minnaard, 2014)

Como el sistema de prácticas que se utiliza en los Trabajos Prácticos se realiza a través de las aulas virtuales, se profundizó en los conocimientos informáticos de los estudiantes, así como también desde que lugar acceden y si han tenido contacto anteriormente con las aulas virtuales.

4.2.4.3 Conocimientos informáticos

Tabla 26: Distribución porcentual Conocimientos informáticos

Variable	Modo	Frecuencia Modo	Categoría	Porcentaje
Acceso computadora	casa	46	casa	60,606
			casa/facultad	6,061
			casa/trabajo	18,182
			casa/trabajo/facultad	12,121
			otro	3,030
Acceso Internet	casa	46	casa	60,606
			casa/facultad	9,091
			casa/trabajo	18,182
			casa/trabajo/facultad	9,091
			otro	3,030
Experiencia Plataforma virtual	otra materia	70	no tiene	9,091
			otra materia	90,909
Manejo de aplicaciones/ herramientas digitales	word/excel	32	word	18,182
			word/excel	42,424
			word/excel/matlab	39,394

Fuente: Elaboración propia

El 60% accede desde su casa en la que tiene acceso a Internet, un 18 % también lo hace desde el trabajo. El 90% tiene experiencia en el uso de las aulas virtuales adquirido en otras materias. El 100% maneja Word, un 42% también Excel y un 39% Matlab.

4.3 CARACTERIZACIÓN DE LOS EXÁMENES PARCIALES Y LOS TRABAJOS PRÁCTICOS

4.3.1 Tipología de los problemas

Tal como se observa en la Tabla los problemas que se utilizan en los TP difieren de los utilizados en los Exámenes Parciales en que *tienen gráficos que acompañan el enunciado textual y se utilizan situaciones reales*.

Tabla 28: Tipología de los problemas

Tipo de ejercicio/problema ¹	PRIMER PARCIAL	SEGUNDO PARCIAL	TRABAJO PRÁCTICO 1	TRABAJO PRÁCTICO 2
Para su resolución aplica definiciones	✓	✓	✓	✓
Para su resolución aplica propiedades	✓	✓	✓	✓
Para su resolución realiza operaciones numéricas	✓	✓	✓	✓
Tiene gráfico que acompaña enunciado textual			✓	✓
Tiene expresiones algebraicas que acompañan enunciado textual	✓	✓	✓	✓
Para su resolución aplica fórmulas	✓	✓	✓	✓
Tiene solamente enunciado textual	✓	✓	✓	✓
Se explicita el contexto de referencia del problema	✓	✓	✓	✓
Se utilizan situaciones reales			✓	✓

Fuente: Elaboración propia

4.4 ANALISIS COMPARATIVO ENTRE LOS ERRORES

4.4.1 Distribución porcentual de los errores en los Exámenes Parciales

Tabla 29: Errores cometidos por los alumnos en Estadística descriptiva

	Investigación precedente (publicada en 2005) ³⁴	Curso de verano 2015	1C2015
Confunden variabilidad relativa y absoluta	9%	7%	6%
Calculan mal la media o el desvío estándar	27 %	20%	17%
Confunden la media con mediana o mediana con modo	12%	9%	8%
Calcula la amplitud cuando es dato	5%	3%	3%
Confunden varianza con desvío estándar	12%	8%	7%
Toman frecuencias negativas	2%	1%	1%
Confunden frecuencia absoluta y acumulada	6%	4%	3%
Confunden percentiles (por ejemplo P20 con P80)	13%	9%	8%

Fuente: Elaboración propia

³⁴ Del Puerto, S.; Minnaard, C. & Seminara, S. (2005) Errores en Probabilidad y Estadística. Revista Premisa. Volumen XIX , Número LXXVI

Tabla 30: Errores cometidos por los alumnos en Probabilidad

	Investigación precedente (publicada en 2005) ³⁵	Curso de verano 2015	1C2015
Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A/B)$	15%	10%	8%
Calculan $P(AB)$ como $P(A).P(B)$ cuando no son independientes	9 %	7%	7%
Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(AB)$	12%	9%	8%
Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A \text{ o bien } B)$	7%	3%	3%
Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A)$	12%	8%	6%
Confunden probabilidad marginal con probabilidad conjunta	10%	8%	6%
Confunden probabilidad condicional con probabilidad conjunta	17%	14%	14%
Aplican mal reglas de probabilidad	12%	10%	9%

Fuente: Elaboración propia

³⁵ Ibid

Tabla 31: Errores cometidos por los alumnos en Variables aleatorias

	Investigación precedente (publicada en 2005) ³⁶	Curso de verano 2015	1C2015
Reconocen la distribución pero resuelven mal o no resuelven	25%	15%	14%
No reconocen la distribución (confunden Binomial con Hipergeométrica, Binomial con Poisson)	10%	7%	7%
Operan mal	6%	3%	3%
Buscan mal los valores de las distribuciones	5%	4%	3%
Construyen mal la función suma de variables aleatorias normales	9%	7%	7%

Fuente: Elaboración propia

³⁶ ibid

Tabla 32: Errores cometidos por los alumnos en Distribución de estimadores

	Investigación precedente (publicada en 2005) ³⁷	Curso de verano 2015	1C2015
Confunden ESTIMADOR Y PARÁMETRO	14%	8%	7%
Identifican mal el estadígrafo	15 %	10%	9%
Buscan mal los valores de las distribuciones que utilizan	12%	9%	8%

Fuente: Elaboración propia**Tabla 33: Errores cometidos por los alumnos en Pruebas de hipótesis**

	Investigación precedente (publicada en 2005) ³⁸	Curso de verano 2015	1C2015
Formulan mal las hipótesis	15%	14%	12%
Confunden pruebas de hipótesis con intervalos de confianza	12%	10%	8%
Confunden estimador con parámetro	13%	7%	7%
Confunden el estadígrafo	15%	9%	9%
Realizan bien la prueba pero toman mal la decisión	12%	11%	11%

Fuente: Elaboración propia³⁷ ibid³⁸ ibid

Tabla 34: Errores cometidos por los alumnos en Análisis de la Varianza

	Investigación precedente (publicada en 2005) ³⁹	Curso de verano 2015	1C2015
Calculan mal Suma de cuadrados (SC)	10%	5%	5%
No formulan las hipótesis	20%	12%	10%
Calculan mal grados de libertad	4%	2%	2%
Calculan mal CM	5%	4%	3%
Sacan mal la conclusión	12%	7%	7%
Utilizan pruebas complementarias (como Tukey) sin haber comprobado ANOVA	8%	7%	6%

Fuente: Elaboración propia

³⁹ ibid

Tabla 35: Errores cometidos por los alumnos en Regresión y correlación

	Investigación precedente (publicada en 2005) ⁴⁰	Curso de verano 2015	1C2015
Confunden estimador y parámetro	12%	7%	6%
Calculan mal los parámetros de la recta de regresión	16%	12%	10%
No reconocen coeficiente de determinación	7%	4%	4%
Confunden SC_x con la suma de los x^2	20%	15%	15%
Formulan mal las hipótesis para el coeficiente de correlación	10%	6%	5%

Fuente: Elaboración propia

A continuación en la Tabla 36 se presentan los resultados comparativos⁴¹ entre la investigación precedente (2005), el curso de verano 2015 y el primer cuatrimestre 2015:

⁴⁰ ibid

⁴¹ Los porcentajes de error corresponden a los exámenes parciales.

Tabla 36: Comparación de resultados

	Investigación precedente - Curso de verano 2015 - 1C2015 ⁴²
Estadística descriptiva	Diferencia significativa ($p = 0,001 < 0,05$)
Probabilidad	Diferencia significativa ($p = 0,001 < 0,05$)
VARIABLES ALEATORIAS	Diferencia significativa ($p = 0,01 < 0,05$)
Intervalos de confianza	Diferencia significativa ($p = 0,04 < 0,05$)
Pruebas de hipótesis	Diferencia significativa ($p = 0,01 > 0,05$)
ANOVA	Diferencia significativa ($p = 0,004 < 0,05$)
Regresión y correlación	Diferencia significativa ($p = 0,009 < 0,05$)

Fuente: Elaboración propia

Se observa diferencia significativa en todas las unidades temáticas.

⁴² Se aplica Prueba de Friedman para comparar k muestras con un nivel de significación del 5%

4.4.2 Distribución porcentual de los errores en los Trabajos Prácticos

Los Trabajos Prácticos son dos, el primero se considera Estadística descriptiva, Probabilidad, Variables aleatorias y en el segundo Distribución muestral, Intervalos de Confianza, Pruebas de hipótesis, ANOVA y Regresión y correlación.

Tabla 37: Comparación entre las Calificaciones en los TP

Estadísticas descriptivas (Datos cuantitativos):

Estadística	NOTA TP1	NOTA TP2
No. de observaciones	60	60
Mínimo	6,000	4,000
Máximo	9,000	9,000
1° Cuartil	8,000	6,000
Mediana	8,000	7,000
3° Cuartil	9,000	8,000
Media	7,933	7,000
Varianza (n-1)	0,877	2,121
Desviación típica (n-1)	0,936	1,456

Fuente: Elaboración propia

Tabla 38: Distribución porcentual de los errores en TP1

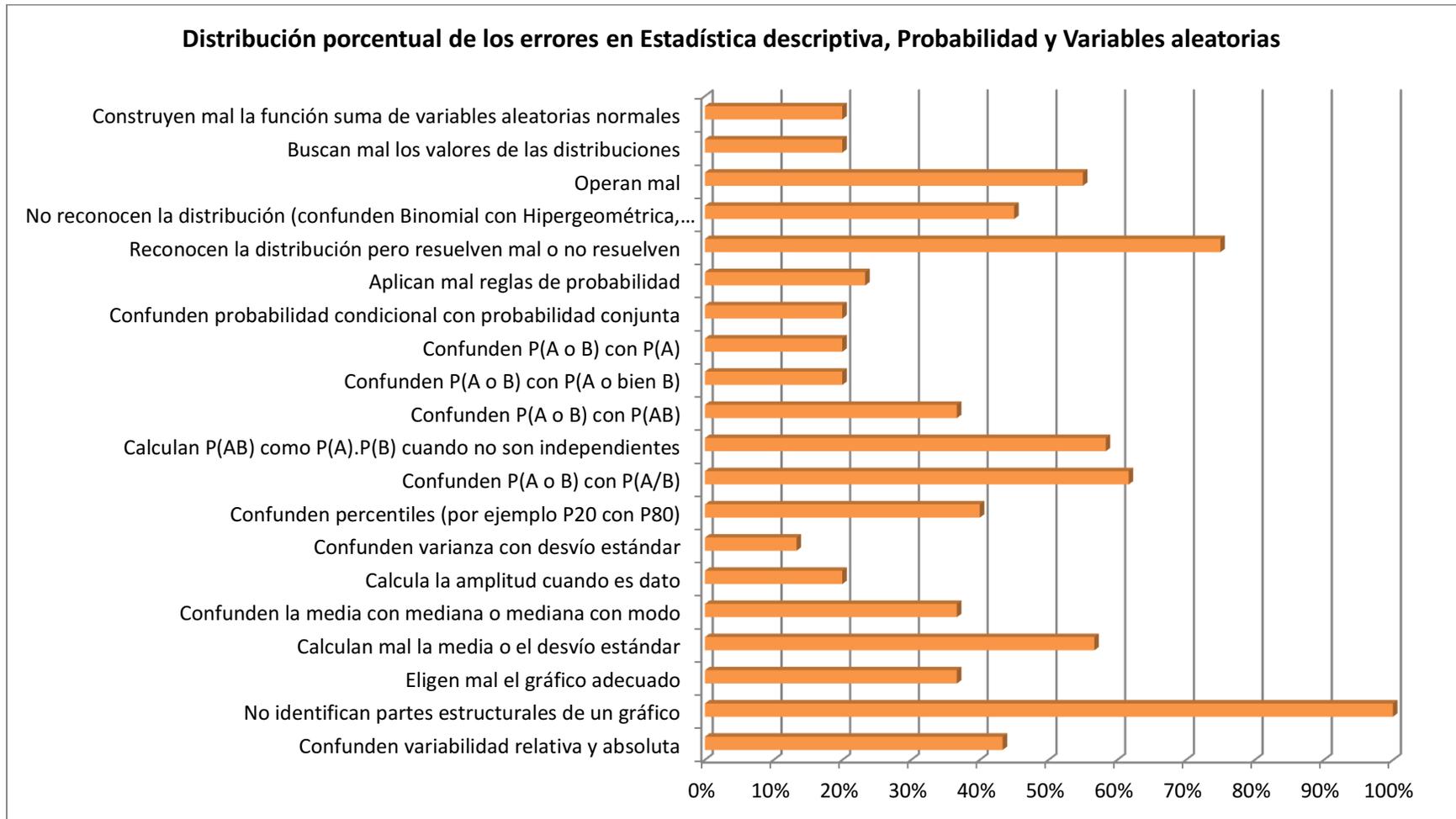
Estadística descriptiva	Confunden variabilidad relativa y absoluta ⁴³	43%
	No identifican partes estructurales de un gráfico	100%
	Eligen mal el gráfico adecuado ⁴⁴	37%
	Calculan mal la media o el desvío estándar	57%
	Confunden la media con mediana o mediana con modo	37%
	Calcula la amplitud cuando es dato	20%
	Confunden varianza con desvío estándar	13%
	Confunden percentiles (por ejemplo P20 con P80)	40%
Probabilidad	Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A/B)$ ⁴⁵	62%
	Calculan $P(AB)$ como $P(A).P(B)$ cuando no son independientes	58%
	Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(AB)$	37%
	Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A \text{ o bien } B)$	20%
	Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A)$	20%
	Confunden probabilidad condicional con probabilidad conjunta	20%
	Aplican mal reglas de probabilidad	23%
VARIABLES ALEATORIAS	Reconocen la distribución pero resuelven mal o no resuelven	75%
	No reconocen la distribución (confunden Binomial con Hipergeométrica, Binomial con Poisson)	45%
	Operan mal	55%
	Buscan mal los valores de las distribuciones	20%
	Construyen mal la función suma de variables aleatorias normales	20%

⁴³ Wild y Pfannkuch (1999) consideran que el núcleo del razonamiento estadístico se encuentra en el concepto de variación.

⁴⁴ Este resultado coincide con el propuesto por Arteaga () en una investigación realizada en futuros docentes en el sentido que “indican escaso conocimiento matemático del contenido “gráficos estadísticos” en una proporción importante de futuros profesores, tanto por los errores que cometen en su construcción, como por no alcanzar suficiente nivel de lectura o no llegar a una conclusión a partir del gráfico”.

⁴⁵ Este resultado significativo coincide con Contreras(2011) que afirma en su investigación realizada a futuros profesores “que la mayoría de los estudiantes de la muestra fue incapaz de calcular correctamente la probabilidad compuesta y condicional, y sugiere que la principal dificultad reside en la confusión de la probabilidad condicional y la conjunta”.

Gráfico 18: Distribución porcentual de los errores en TP1



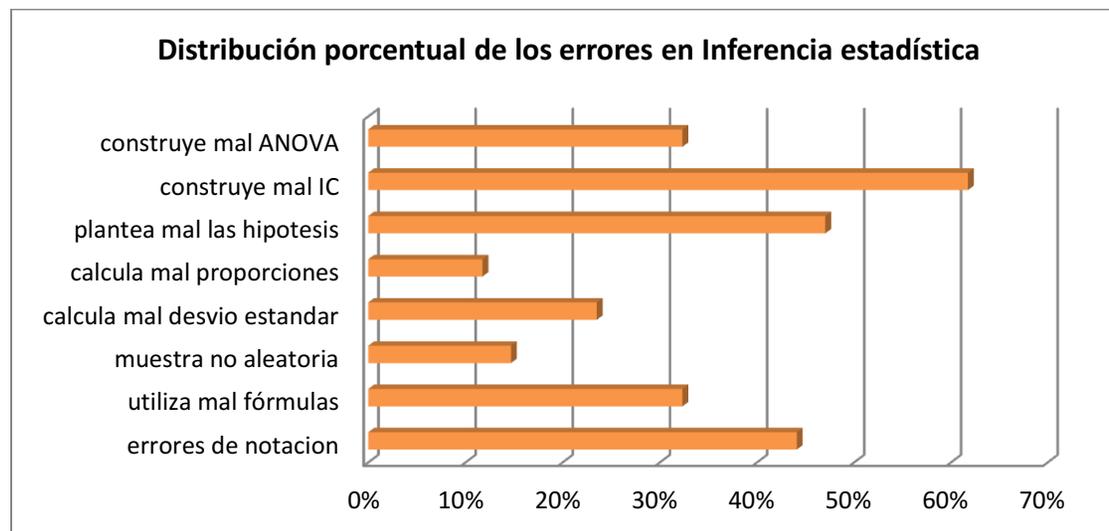
Fuente: Elaboración propia

Tabla 39: Distribución porcentual de los errores en TP2

Errores de notación	Utiliza mal fórmulas	Considera una muestra no aleatoria	Calcula mal desvío estándar	Calcula mal proporciones	Plantea mal las hipótesis	Construye mal IC	Construye mal ANOVA
44%	32%	15%	24%	12%	47%	62%	32%

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 19: Distribución porcentual de los errores en TP2

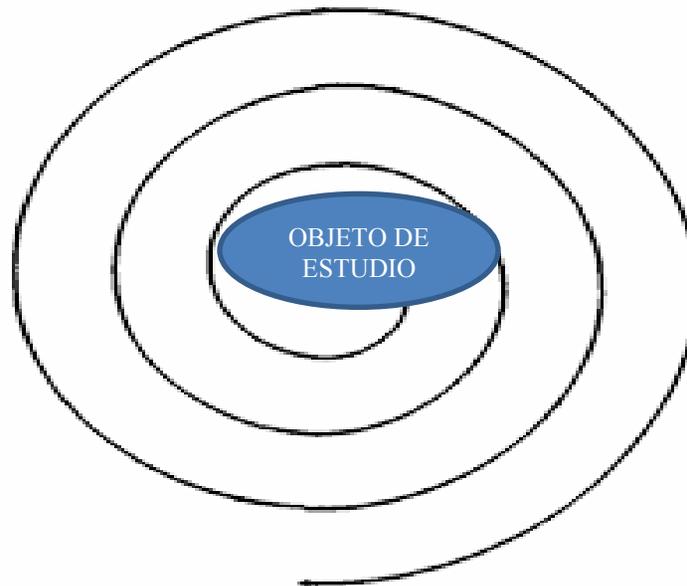


Fuente: Elaboración propia

Los porcentajes de error (Tabla 39 y Gráfico 19) corresponden a cada una de las entregas semanales que van realizando los alumnos y que reciben una retroalimentación por parte de los docentes. Este proceso no es lineal, sino de intercambio recurriendo a distintas representaciones semióticas del objeto matemático en estudio. Los porcentajes de

error son más altos que los que corresponden a los Exámenes parciales ya que corresponden a la primera aproximación al objeto y que se van superando por acercamientos sucesivos.

Imagen 2: Aproximaciones sucesivas al objeto de estudio



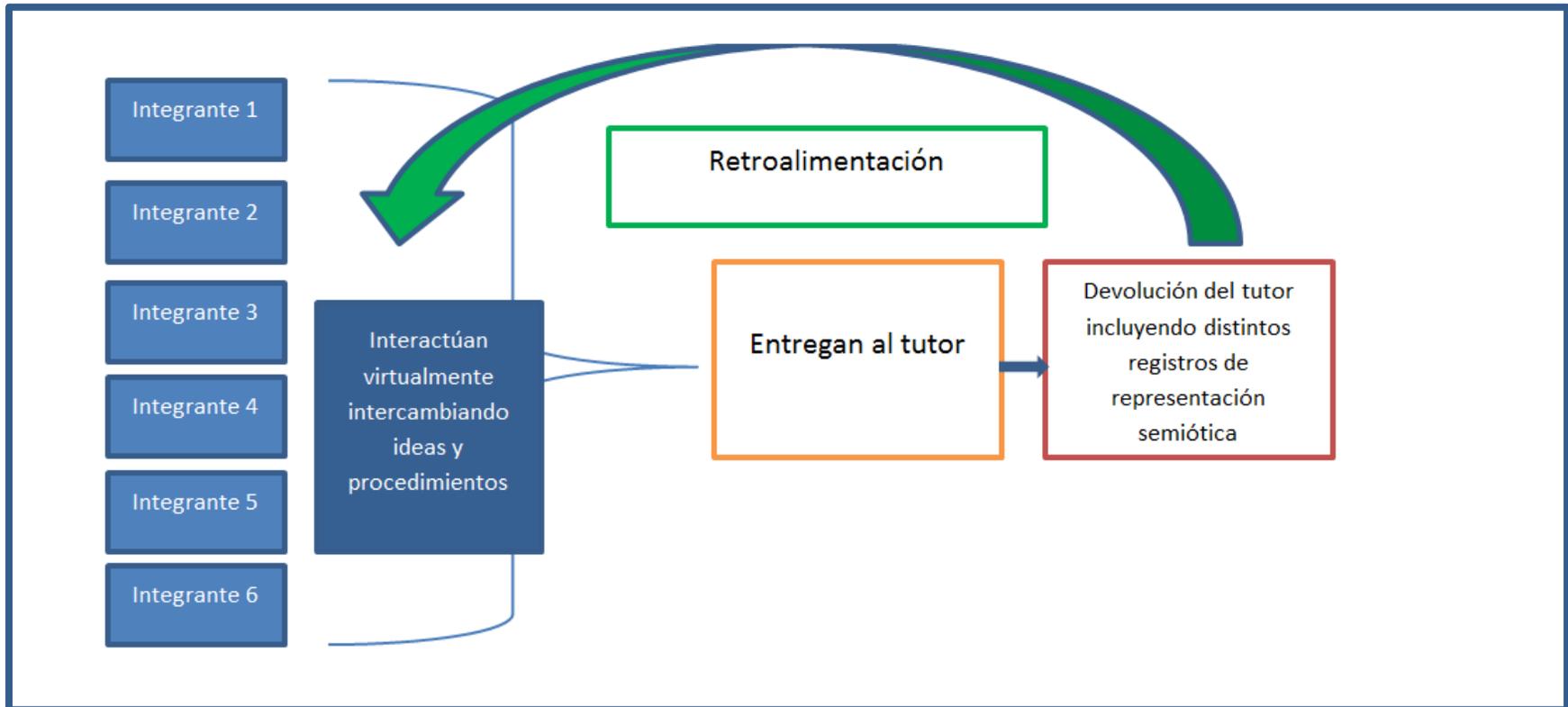
Fuente: Elaboración propia

La dinámica de las interacciones se describe en la Tabla 40

Tabla 40: Dinámica de interacciones

SEMANA	TEMAS
1	Estadística descriptiva
2	Estadística descriptiva (entrega 1 virtual)
3	Probabilidad-Sucesos(entrega 2 virtual y retroalimentación)
4	Variables aleatorias discretas(entrega 3 virtual y retroalimentación)
5	Variables aleatorias continuas(entrega 4 virtual y retroalimentación)
6	REPASO INTEGRACIÓN DE TEMAS (ENTREGA DEL TP 1 COMPLETO)
7	PRIMER PARCIAL
8	Distribución de estimadores- Intervalos de confianza (entrega 1 virtual)
9	Prueba de hipótesis para una y dos poblaciones descriptiva (entrega 2 virtual y retroalimentación)
10	ANVA (entrega 3 virtual y retroalimentación)
11	Regresión y correlación (entrega 4 virtual y retroalimentación)
12	Regresión y correlación entrega 5 virtual y retroalimentación)
13	REPASO INTEGRACIÓN DE TEMAS (ENTREGA DEL TP 2 COMPLETO)
14	SEGUNDO PARCIAL

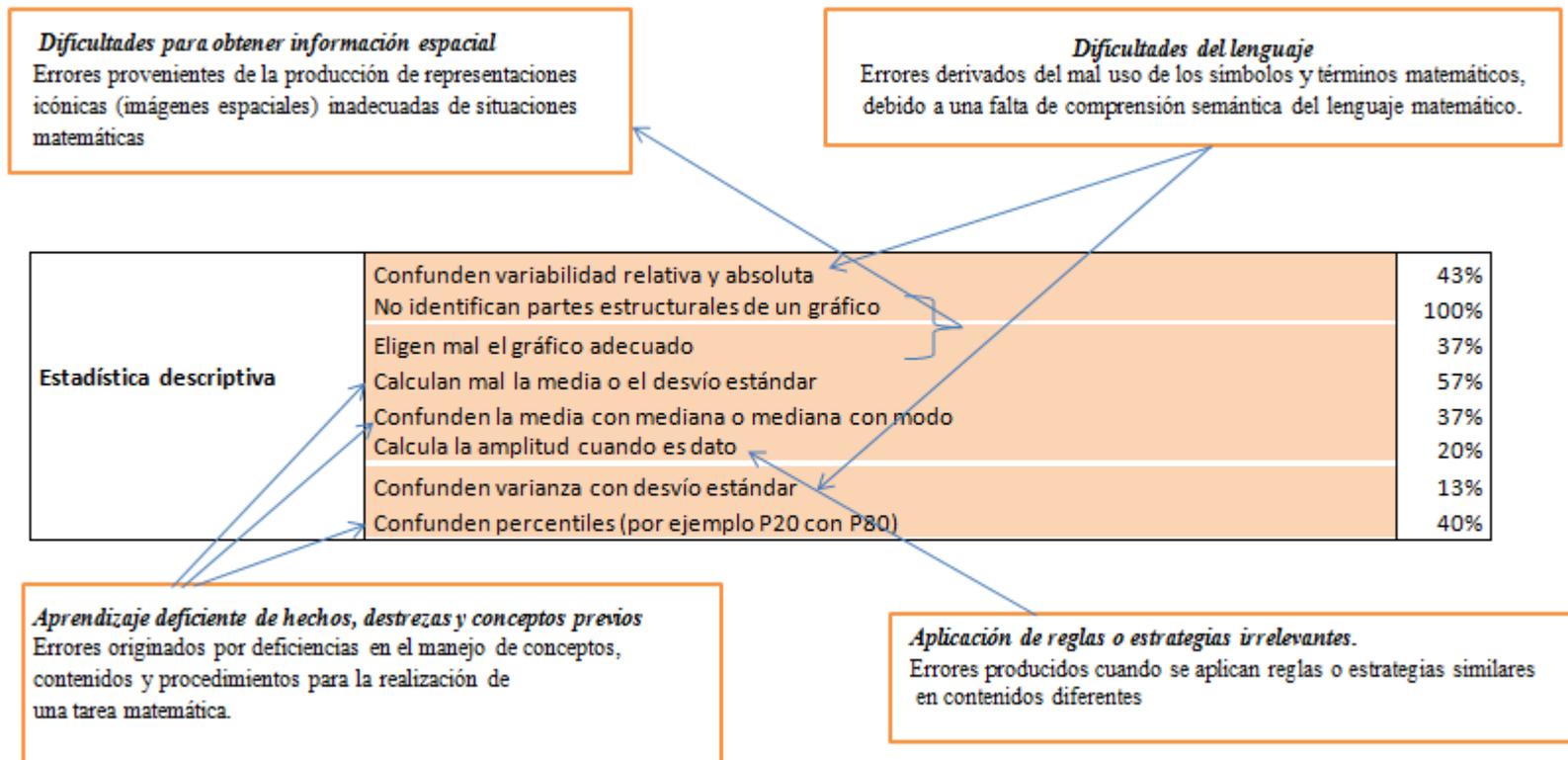
Imagen 3: Proceso de retroalimentación



Fuente: Elaboración propia

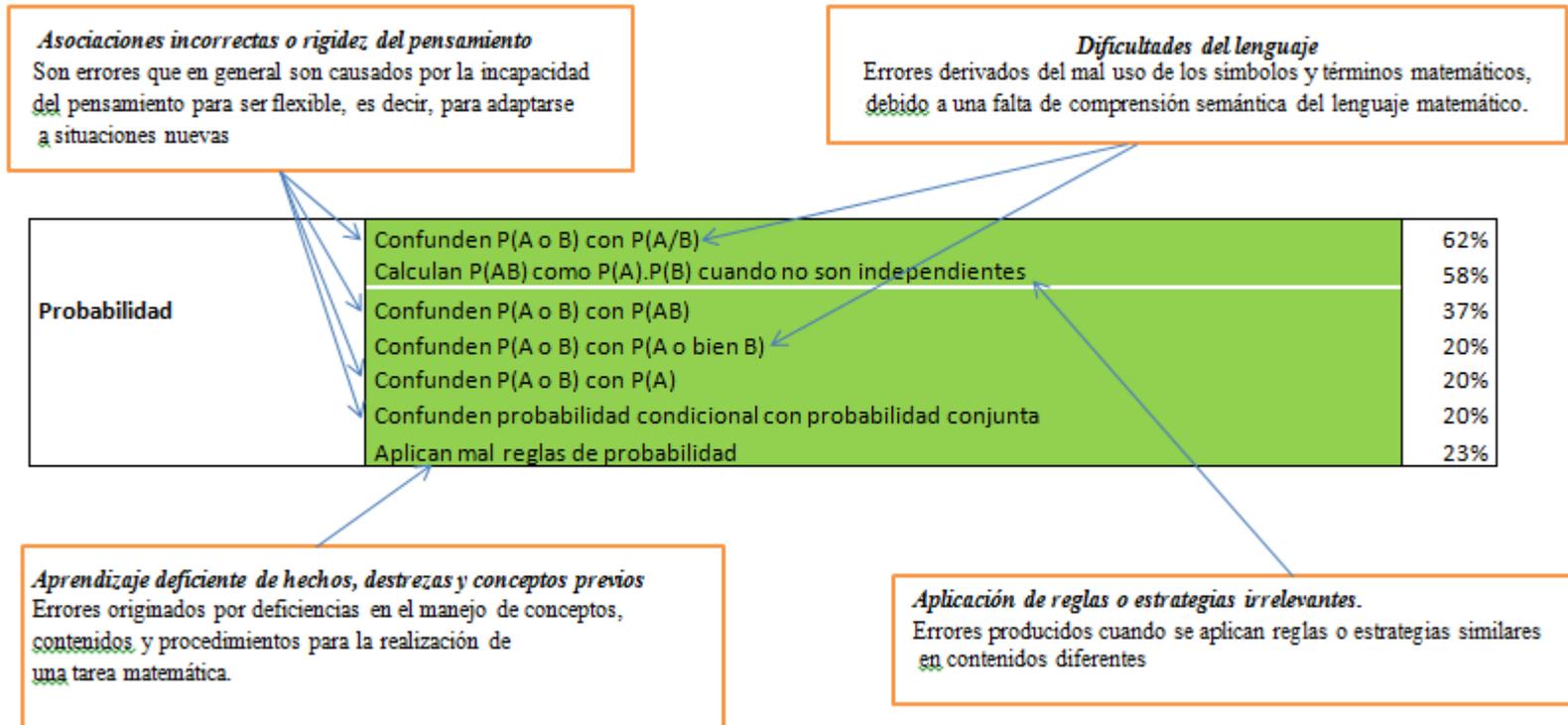
Al relacionar los errores cometidos con la clasificación de Radatz⁴⁶ (Tabla 41 , Tabla 42 y Tabla 43) es posible observar que para el TP1 la mayor incidencia se presenta en Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conocimientos previos, así como Dificultades para obtener información espacial.

Tabla 41: Relación entre los errores en el TP1 (Estadística descriptiva) y la clasificación de Radatz



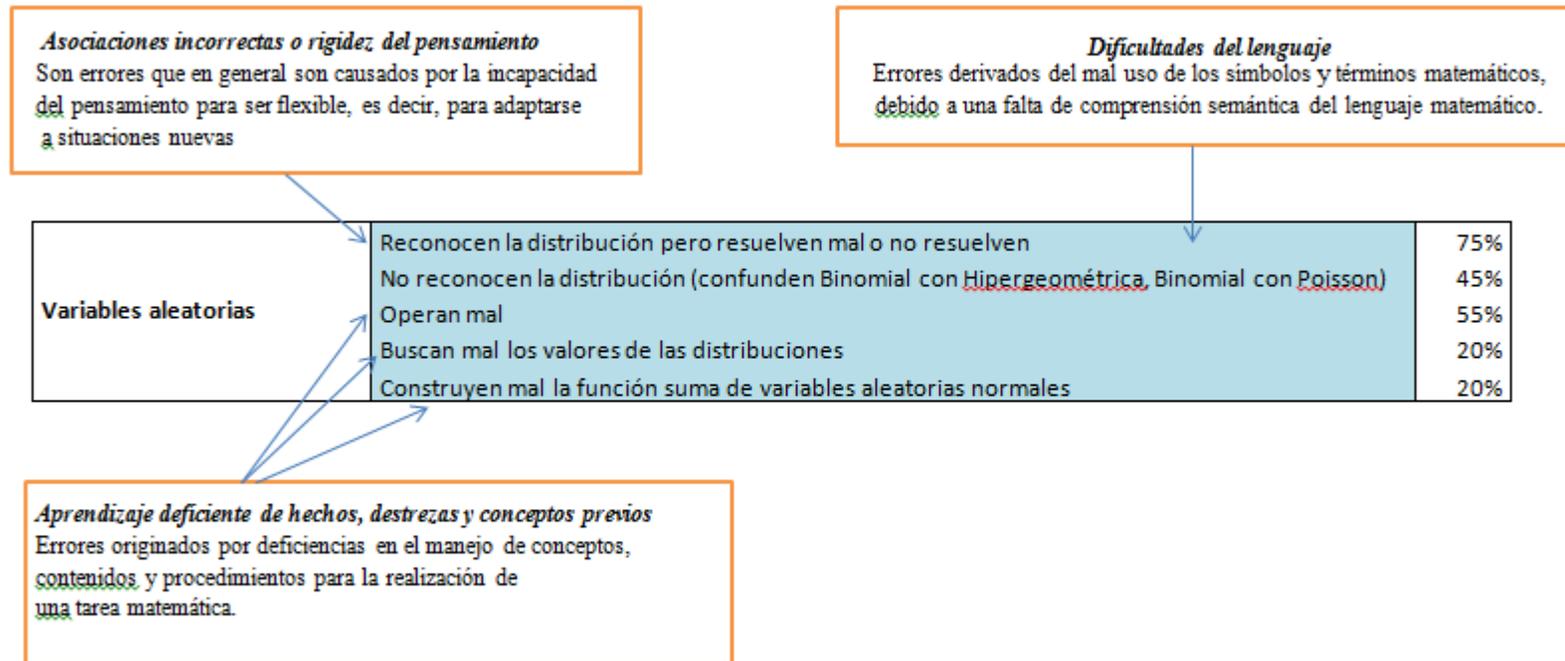
⁴⁶ Véase clasificación de Radatz en Anexo.

Tabla 42 : Relación entre los errores en el TP1(Probabilidad) y la clasificación de Radatz



Fuente: Elaboración propia

Tabla 43: Relación entre los errores en el TP1(VARIABLES ALEATORIAS) y la clasificación de Radatz



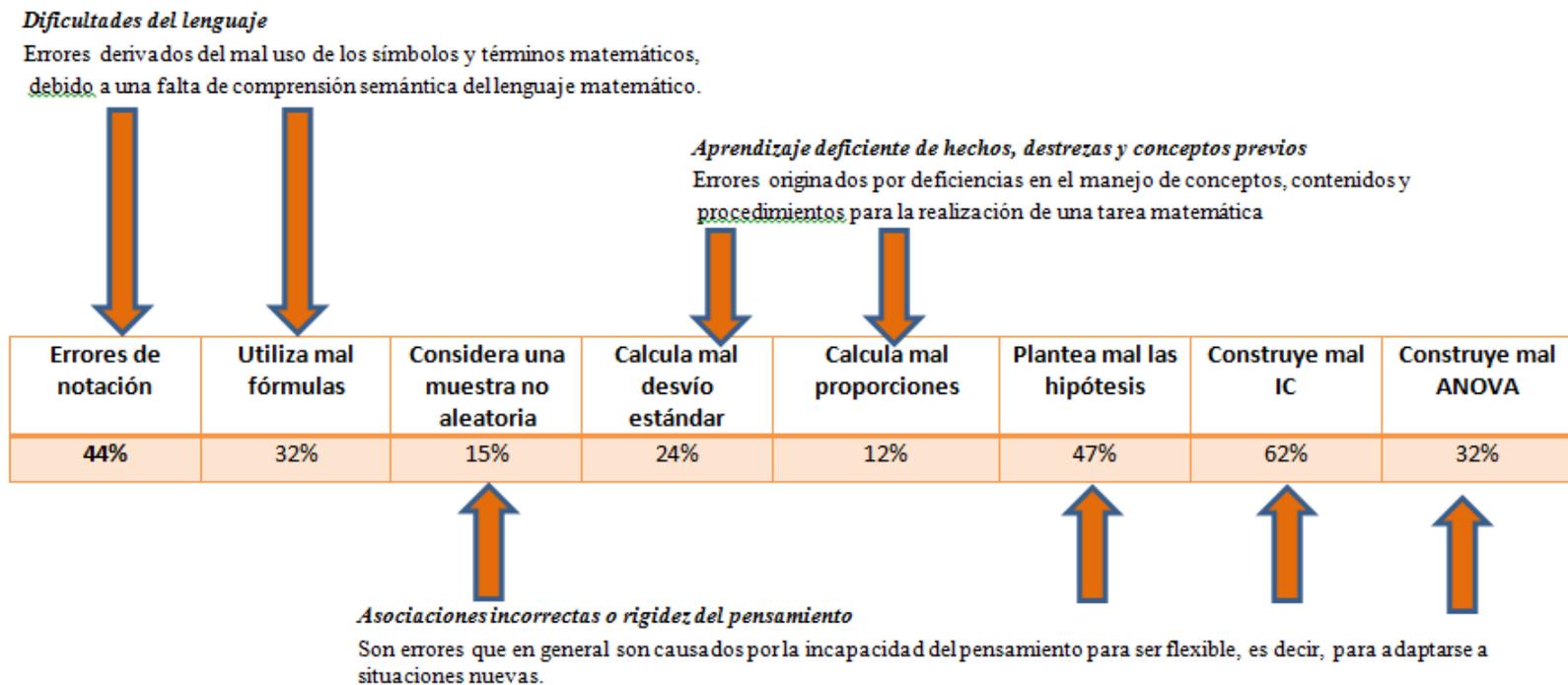
Fuente: Elaboración propia

A modo de ejemplo se muestran los cambios de registros de representación semiótica en Suma de variables aleatorias normales

Lenguaje coloquial	Lenguaje algebraico	Lenguaje gráfico
<p>El peso de una botella vacía sigue una distribución normal con media 500 g y un desvío estándar de 5 g. El peso del líquido que puede contener tiene una media 900g con un desvío estándar de 15 g. ¿Cuál es la probabilidad de que la botella llena pese más de 1420 g?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Todas las variables tienen distinto promedio o esperanza matemática y distinta varianza.</p> </div> <div style="text-align: center; margin: 5px 0;">  </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>La suma de n variables normales independientes con distintas esperanzas matemáticas y distintas varianzas es otra variable aleatoria distribuida normalmente con esperanza igual a la suma de los promedios y varianza igual a la suma de las varianzas</p> </div>	$x_i \sim N_0(\mu_i; \sigma_i)$ $\rightarrow y = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sum x_i \sim N_0$ $\rightarrow E(y) = \sum \mu_i \quad V(y) = \sum \sigma_i^2$	

Por otra parte, al analizar los errores en el TP 2 la mayor incidencia se encuentra en aquellos errores relacionados con Dificultades del lenguaje y Asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento.

Tabla 44: Relación entre los errores en el TP2 y la clasificación de Radatz



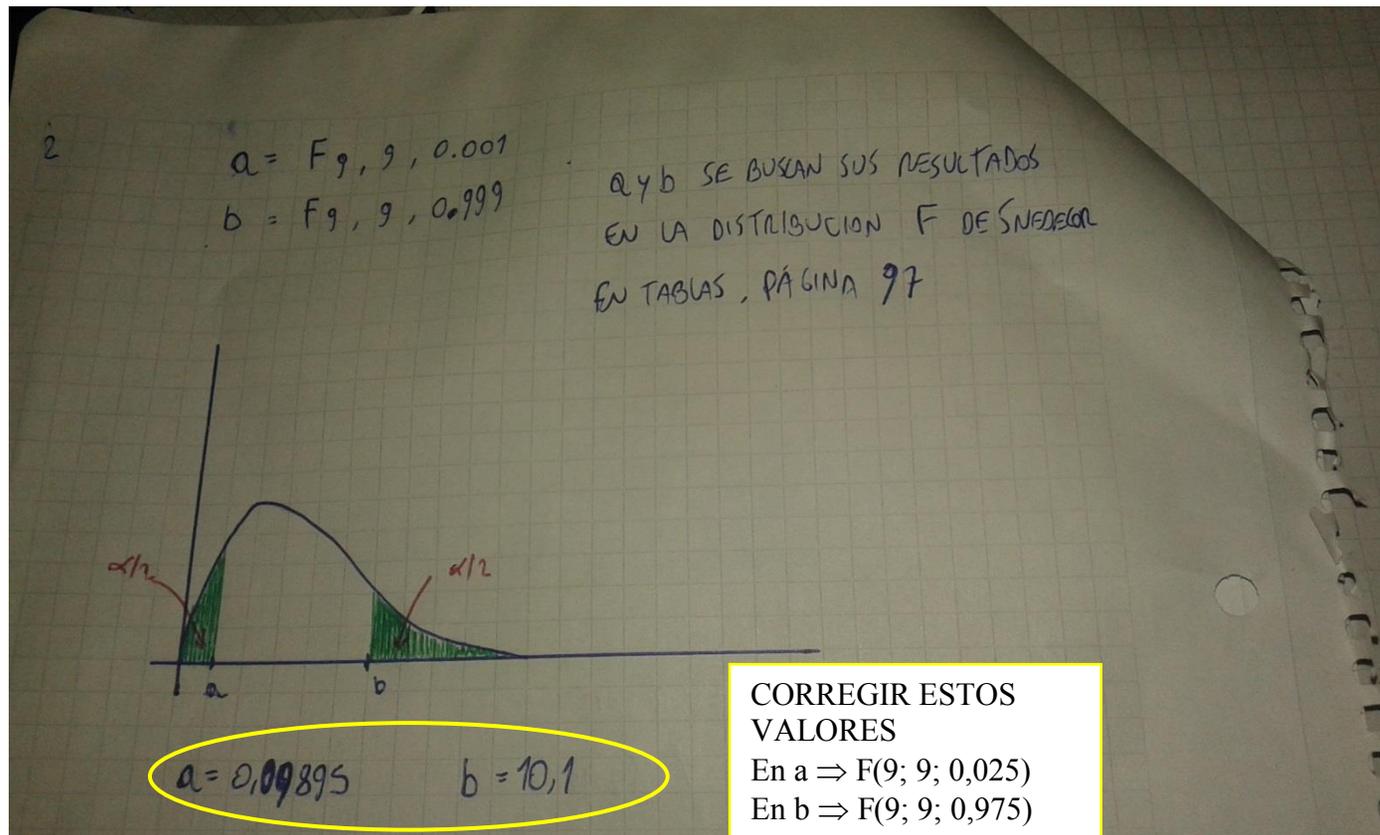
Fuente: Elaboración propia

A modo de ejemplo se muestran algunos de los errores cometidos y la retroalimentación

Fecha de la publicación de las correcciones: 20 Junio

IVAN:

- En A) hay que ajustar el intervalo de aceptación de $H_0 \Rightarrow$ los fractiles de la distribución F de Snedecor no corresponden a la consigna:



- En B) hay que ajustar el intervalo de aceptación de $H_0 \Rightarrow$ los fractiles de la distribución T de Student no corresponden al tipo de prueba:

Como se plantea $H_1: \mu_{2012} - \mu_{2011} > 1500 \Rightarrow$ es una prueba Unilateral, con cola derecha, y se debe buscar la probabilidad acumulada $F(t) = 0,98$

Para que el área de la región crítica sea del 2%

\Rightarrow También hay que cambiar el gráfico que acompaña la explicación

- El ítem C) está bien;
- Ajustar los intervalos de aceptación en los ítems; y presentar la resolución directamente en el informe final impreso. En esa ocasión se hará la revisión de los ajustes.

\Rightarrow En la presentación de la resolución, en el informe final, agregar el planteo de los ítems (borrador) para justificar las conclusiones obtenidas.

Saludos.

Zulma

Fecha de la publicación: 13 Junio

HOLA IVAN:

Hay que revisar la resolución de la actividad 4. A continuación te señalo los detalles:

- A) está bien, pero el gráfico que acompaña la resolución no corresponde a la distribución F de Snedecor; y falta digitalizar la resolución.
- En B) la herramienta de Excel utilizada no tiene los datos correctos para su análisis
- Igualmente, en este ítem, hay que desarrollar el planteo de la prueba a realizar:

Se puede anexar el cuadro que proporcional Excel (para no hacer los cálculos que involucra), pero se deben redactar, los cursos de acción, las hipótesis, la decisión técnica, el gráfico con las zonas de aceptación y de rechazo, etc

A) Comprobar, al nivel de significación del 2%, si se puede asegurar que a nivel nacional el sector privado durante el 2012 obtuvo un aumento en el ingreso

promedio de más de \$1500 con respecto al 2011.

Solucion:

	2011	2012
Media	4814,6	6336,2
Varianza	3975854,04	5947946,4
Observaciones	10	10
Varianza agrupada	4961900,22	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	18	
Estadístico t	-1,52743061	
P(T<=t) una cola	0,07201765	
Valor crítico de t (una cola)	2,21370325	
P(T<=t) dos colas	0,14403529	
Valor crítico de t (dos colas)	2,55237963	

Al nivel de significación del 2%, el intervalo es $w[-2.55;2.55]$, el estadígrafo de prueba tiene un valor 1.527.

Por lo tanto el estadígrafo de prueba pertenece al intervalo w , considero que no hubo un aumento promedio de 1500 en el ingreso para el 2012 con respecto al 2011

- Completar la resolución del ítem C)

⇒ Prestar atención a la consigna, detectar los parámetros y el tipo de prueba:

C) Comprobar, al nivel de significación del 1%, si la proporción de “Empleo asalariado en el sector Industria” a nivel nacional en 2012 es mayor que la registrada en 2011

- Para el Intervalo de confianza de la proporción poblacional

$$\Rightarrow \bar{p} = \frac{r}{n} = \frac{\text{con atributo}}{\text{total de observaciones}} \Rightarrow \bar{p}_{2012} = \frac{\text{Empleo asalariado en Industria}}{\text{Total de Empleo asalariado (2012)}} \text{ y } \bar{p}_{2011} = \frac{\text{Empleo asalariado en Industria}}{\text{Total de Empleo asalariado (2011)}}$$

El tamaño de la muestra (n_T) es la sumatoria del empleo asalariado registrado en cada una de las diez provincias con las que se cuenta.
Y los casos favorables (r_T) es la sumatoria del empleo asalariado en Industria para cada una de las diez provincias con las que se cuenta.

Por ejemplo: En GBA (en 2012) $n_1 = 1084,07$ (miles) y $r_1 = 357,57$ (miles)

Para el caso en estudio tenemos que calcular $n_T = \sum_{i=10}^1 n_i$ y $r_T = \sum_{i=10}^1 r_i$

Tomar los datos de la tabla:

MUESTRA	Empleo asalariado registrado por Sector -promedios anuales- en miles					
	2011			2012		
	En Total	En Industria	En PyME	En Total	Industria	PyME
Gran Buenos Aires	1059,11	351,12	501,61	1084,07	357,57	507,64
Chaco	50,53	7,77	30,69	53,73	7,88	31,83
Entre Ríos	103,54	25,75	64,85	105,79	26,33	65,62
La Rioja	23,88	10,37	11,78	23,83	10,16	12,01
Mendoza	197,10	50,87	104,20	200,89	52,00	105,28
Salta	78,34	15,32	41,87	78,99	15,79	41,13
San Juan	60,48	16,11	33,09	62,32	16,31	32,98
Santa Cruz	33,16	3,96	19,56	35,09	3,92	19,64
Santiago del Estero	36,12	5,23	21,85	37,06	5,30	22,71
Tucumán	124,41	26,33	60,02	127,61	26,47	61,05
<i>SUMATORIA</i> ⇒						

Sugerencia ⇒ Ver ejemplos resueltos en la Guía de ejercicios: Problema 7 (pág. 58-59)

- Con los ajustes señalados presentar la resolución completa en el foro grupal a la brevedad.

Los ejemplos presentados corresponden a Intervalos de Confianza y Pruebas de Hipótesis, se observa que en la retroalimentación se utilizan diferentes registros de representación semiótica: el lenguaje coloquial, el simbólico y el algebraico. Esta retroalimentación virtual e inmediata sobre el error cometido hace que el porcentaje de error en Intervalos de confianza⁴⁷ se reduzca de 62% (en una primera entrega) a 8% en la Evaluación Parcial. Análogamente, el 47 % de los errores en Pruebas de hipótesis⁴⁸ se reducen al 9%.

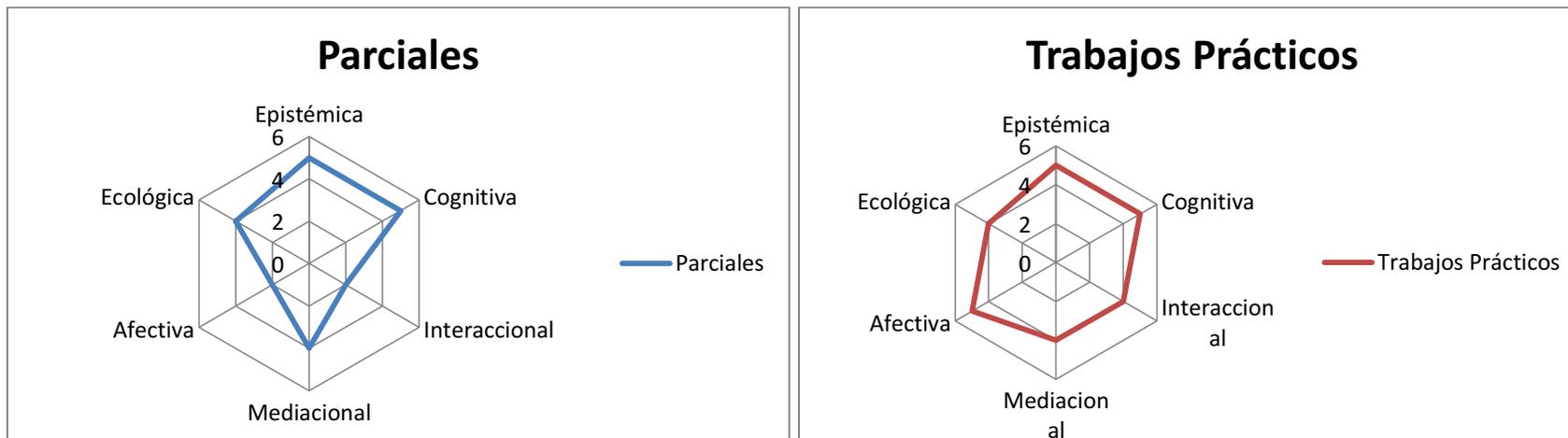
4.4.3 Idoneidad didáctica

Con el fin de evaluar la idoneidad didáctica se compararon los Exámenes parciales y los Trabajos Prácticos (Gráfico 20)

⁴⁷ Suarez (2008) corrobora la hipótesis de que “Existe una amplia variedad de posibles conflictos semióticos y dificultades procedimentales de los estudiantes en relación a los intervalos de confianza”. Dentro de los conflictos semióticos que destaca el autor se encuentran algunos de los que también se encuentran en la presente investigación como “que los estudiantes no comprenden cabalmente que los intervalos de confianza representan el porcentaje de intervalos de muestras, tomadas todas bajo las mismas condiciones, dentro de los cuales estará contenido el verdadero valor del parámetro”, “los alumnos tuvieron dificultades procedimentales en la construcción de intervalos de confianza para una proporción poblacional y para la varianza poblacional , bajo los cuáles subyacen conflictos de tipo conceptual”

⁴⁸ Vera, Díaz y Batanero (2012) destacan la necesidad de revisar la enseñanza de la inferencia estadística, puesto que los errores encontrados son fundamentales en la elaboración de un contraste de hipótesis

Gráfico 20: Comparación idoneidad didáctica Exámenes Parciales y TP



Fuente: Elaboraciónn propia

Las idoneidades epistémica y cognitiva son similares tanto en los Exámenes parciales como en los TP ya que hacen referencia a la representatividad de los significados y a la proximidad que se encuentran los contenidos. La interaccional al hace referencia a aquellas acciones docentes que permiten eliminar los obstáculos epistemológicos es mayor en los TP por el proceso de retroalimentación propio de la actividad. La mediacional y la afectiva son mayores en los TP dado que se dispone del aula virtual y de los foros. En tanto que la ecológica es similar en ambos contextos.

ANÁLISIS BIVARIADO

4.5 Recursantes – Situación con respecto al trabajo/ Tipo de escuela/ Intensidad de la jornada laboral/ Carrera en la que se inscribieron

En este análisis se cruzan aquellas variables más significativas aplicando la prueba de Chi Cuadrado (χ^2) de independencia.

Tabla 45: Relación entre Recursantes – Situación con respecto al trabajo/ Tipo de escuela/ Intensidad de la jornada laboral/ Carrera en la que se inscribieron

	Recursantes	p-valor
Situación con respecto al trabajo	independiente	0,687 > 0,05
Tipo de escuela	independiente	0,741 > 0,05
Intensidad de la jornada laboral	independiente	0,837 > 0,05
Carrera en la que se inscribieron	independiente	0,895 > 0,05

Fuente: Elaboración propia

Tal como se observa en la Tabla 45 la situación de alumno recursante es independiente de Situación con respecto al trabajo/ Tipo de escuela/ Intensidad de la jornada laboral/ Carrera en la que se inscribieron.

ANÁLISIS MULTIVARIADO

4.6.1 Errores TP1

Se aplica un Análisis Factorial⁴⁹ a los errores cometidos por los alumnos en el TP1.

Tabla 46 : Matriz de correlación de Pearson los errores en el TP1 (Estadística descriptiva)

VARIABLES	Confunden variabilidad relativa y absoluta	Eligen mal el gráfico adecuado	Calculan mal la media o el desvío estándar	Confunden la media con mediana o mediana con modo	Calcula la amplitud cuando es dato	Confunden varianza con desvío estándar	Confunden percentiles (por ejemplo P20 con P80)
Confunden variabilidad relativa y absoluta	1	0,870	-0,321	0,172	0,572	0,449	0,247
Eligen mal el gráfico adecuado	0,870	1	-0,172	0,282	0,657	0,515	0,367
Calculan mal la media o el desvío estándar	-0,321	-0,172	1	-0,870	-0,572	0,343	-0,796
Confunden la media con mediana o mediana con modo	0,172	0,282	-0,870	1	0,657	-0,298	0,932
Calcula la amplitud cuando es dato	0,572	0,657	-0,572	0,657	1	-0,196	0,612
Confunden varianza con desvío estándar	0,449	0,515	0,343	-0,298	-0,196	1	-0,320
Confunden percentiles (por ejemplo P20 con P80)	0,247	0,367	-0,796	0,932	0,612	-0,320	1

Fuente: Elaboración propia

Es posible apreciar una correlación entre errores entre confunden variabilidad absoluta y relativa con confunden varianza con desvío estándar (0,449); elección de un gráfico no adecuado con calcula la amplitud cuando es dato (0,657); calculan mal la media o el desvío estándar con confunden la media con mediana o mediana con modo (-0,870) y Confunden la media con mediana o mediana con modo con Confunden percentiles (por ejemplo P20 con P80) (0,932)

⁴⁹ Se utiliza un Análisis Factorial de Componentes Principales

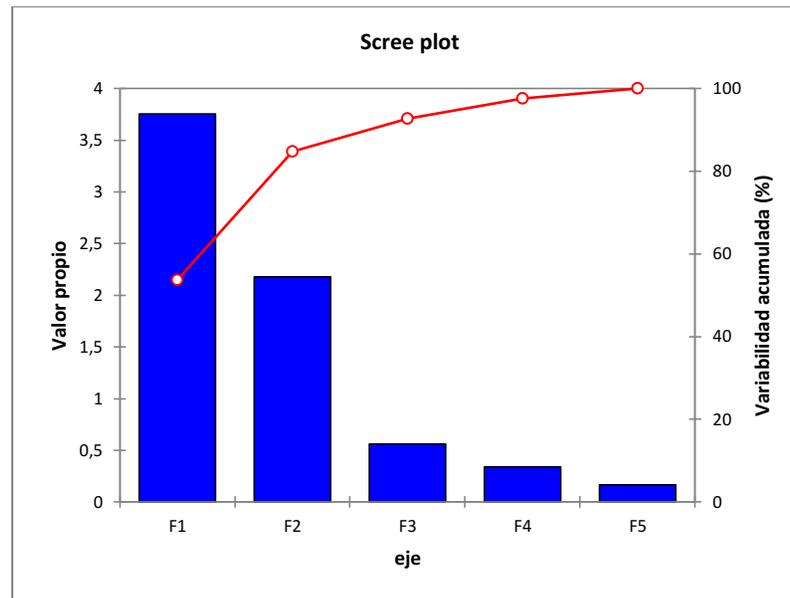
Tabla 47: Valores propios

Valores propios:

	F1	F2	F3	F4	F5
Valor propio	3,758	2,179	0,559	0,339	0,165
Variabilidad (%)	53,685	31,126	7,981	4,849	2,359
% acumulado	53,685	84,811	92,792	97,641	100,000

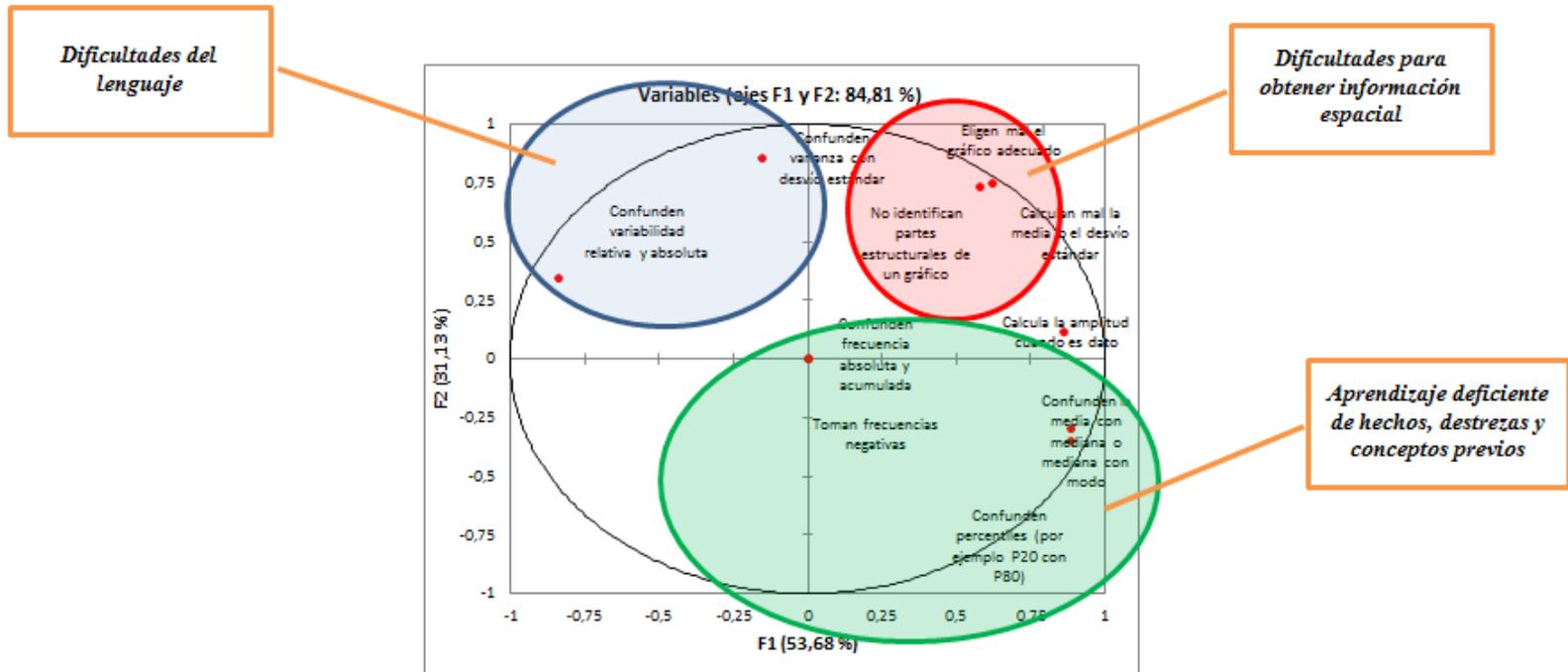
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 21: Scree plot



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 22: Gráfico simétrico



Fuente: Elaboración propia

Tabla 48 : Matriz de correlación de Pearson los errores en el TP1 (Probabilidad)

Matriz de correlación (Pearson (n)):

Variables	Confunden P(A o B) con P(A/B)	Calculan P(AB) como P(A).P(B) cuando no son independientes	Confunden P(A o B) con P(AB)	Confunden P(A o B) con P(A o bien B)	Confunden P(A o B) con P(A)	Confunden probabilidad condicional con probabilidad conjunta	Aplican mal reglas de probabilidad
Confunden P(A o B) con P(A/B)	1	0,238	-0,111	0,394	0,394	0,394	0,435
Calculan P(AB) como P(A).P(B) cuando no son independientes	0,238	1	-0,199	-0,592	-0,592	-0,592	-0,493
Confunden P(A o B) con P(AB)	-0,111	-0,199	1	0,657	0,657	0,657	0,562
Confunden P(A o B) con P(A o bien B)	0,394	-0,592	0,657	1	1,000	1,000	0,906
Confunden P(A o B) con P(A)	0,394	-0,592	0,657	1,000	1	1,000	0,906
Confunden probabilidad condicional con probabilidad conjunta	0,394	-0,592	0,657	1,000	1,000	1	0,906
Aplican mal reglas de probabilidad	0,435	-0,493	0,562	0,906	0,906	0,906	1

Es posible apreciar una correlación entre Aplican mal reglas de probabilidad y Confunden P(A o B) con P(A o bien B) ; Confunden P(A o B) con P(A); Confunden probabilidad condicional con probabilidad conjunta (0,906).

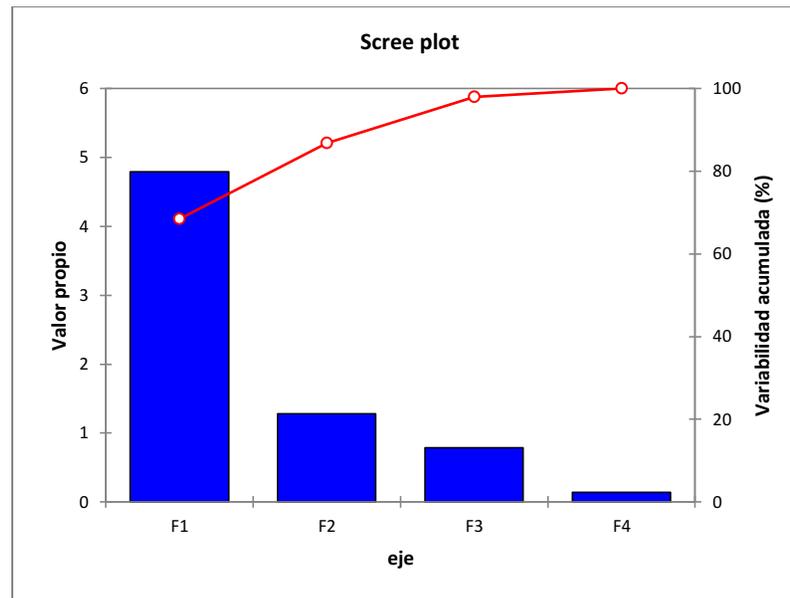
Tabla 49 : Valores propios

Valores propios:

	F1	F2	F3	F4
Valor propio	4,794	1,282	0,784	0,139
Variabilidad (%)	68,489	18,318	11,206	1,986
% acumulado	68,489	86,807	98,014	100,000

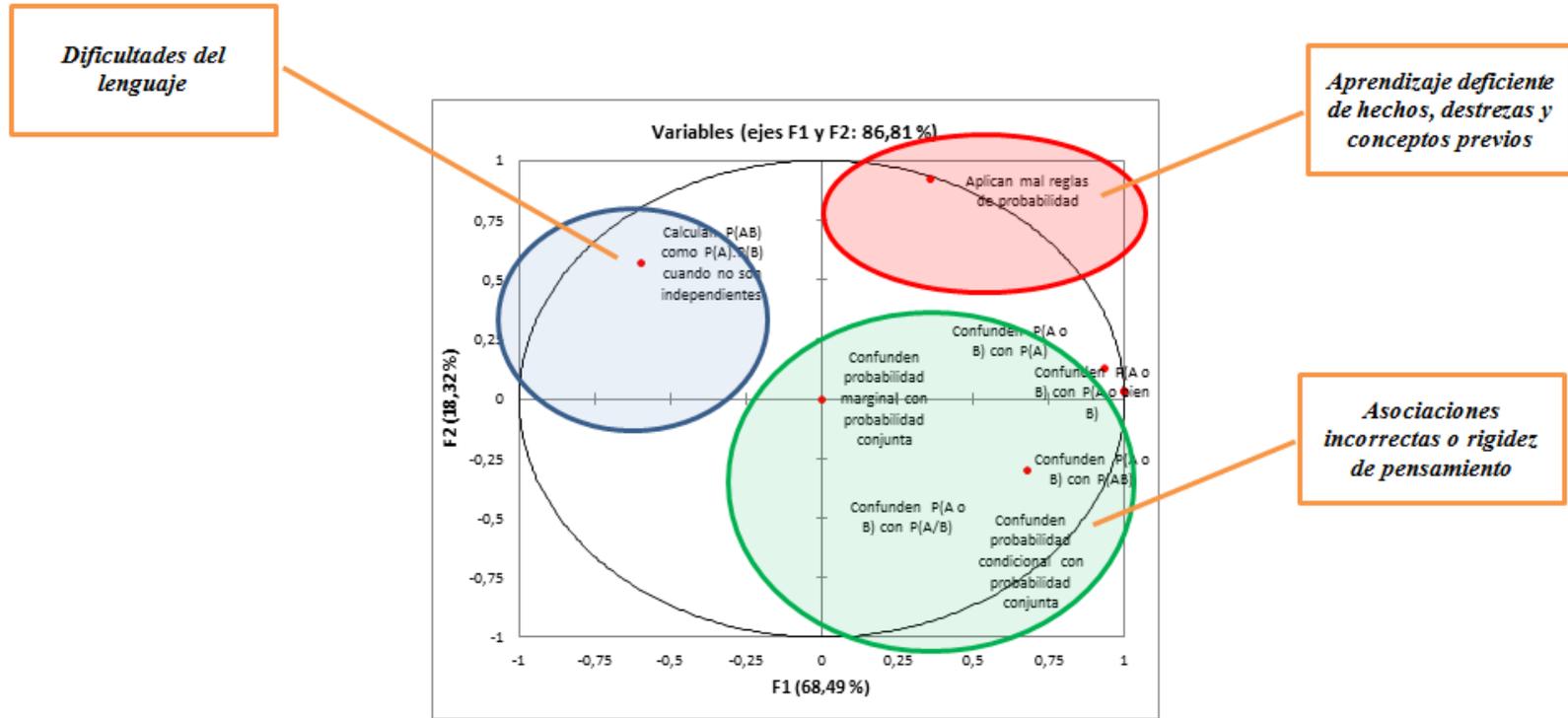
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 23: Scree plot



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 24: Gráfico simétrico



Fuente: Elaboración propia

Tabla 50 : Matriz de correlación de Pearson los errores en el TP1 (Variables aleatorias)

Matriz de correlación (Pearson (n)):

Variables	Reconocen la distribución pero resuelven mal o no resuelven	No reconocen la distribución (confunden Binomial con Hipergeométrica, Binomial con Poisson)	Operan mal	Buscan mal los valores de las distribuciones	Construyen mal la función suma de variables aleatorias normales
Reconocen la distribución pero resuelven mal o no resuelven	1	0,522	0,638	0,289	0,289
No reconocen la distribución (confunden Binomial con Hipergeométrica, Binomial con Poisson)	0,522	1	0,010	0,553	0,553
Operan mal	0,638	0,010	1	-0,553	-0,553
Buscan mal los valores de las distribuciones	0,289	0,553	-0,553	1	1,000
Construyen mal la función suma de variables aleatorias normales	0,289	0,553	-0,553	1,000	1

Fuente: Elaboración propia

Es posible apreciar una correlación entre Reconocen la distribución pero resuelven mal o no resuelven con No reconocen la distribución (confunden Binomial con Hipergeométrica, Binomial con Poisson) (0,522) y con Operan mal (0,638).

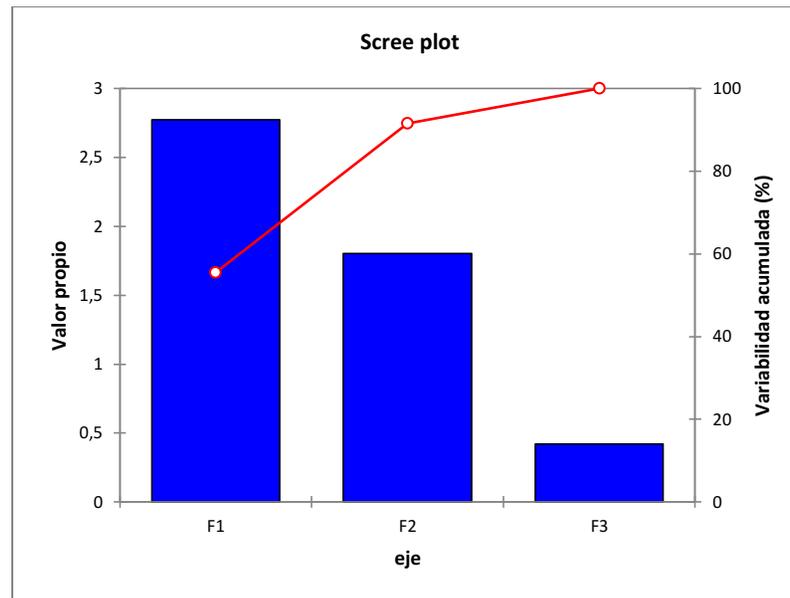
Tabla 51: Valores propios

Valores propios:

	F1	F2	F3
Valor propio	2,776	1,804	0,420
Variabilidad (%)	55,522	36,085	8,392
% acumulado	55,522	91,608	100,000

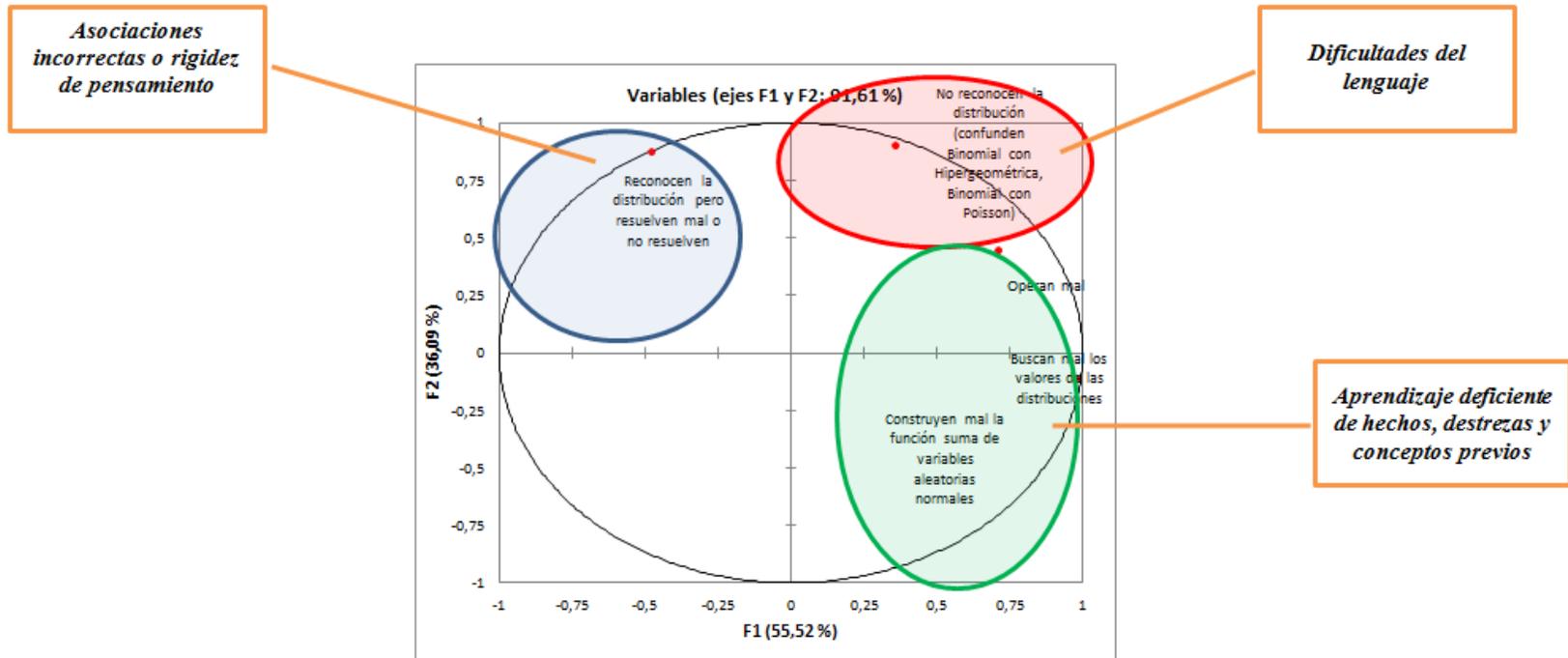
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 25: Scree plot



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 26: Gráfico simétrico



Fuente: Elaboración propia

4.6.2 Errores en TP2

Análogamente, se aplica un Análisis Factorial a los errores cometidos por los alumnos en el TP2.

Tabla 52 : Matriz de correlación de Pearson los errores en el TP2

Matriz de correlación (Pearson (n)):

Variables	errores de notación	utiliza mal fórmulas	muestra no aleatoria	calcula mal desvío estándar	calcula mal proporciones	plantea mal las hipótesis	construye mal IC	construye mal ANOVA
errores de notación	1	0,398	0,467	0,066	0,043	0,349	0,090	-0,108
utiliza mal fórmulas	0,398	1	0,423	-0,087	0,333	0,356	0,027	0,059
muestra no aleatoria	0,467	0,423	1	0,161	0,364	0,108	0,156	0,245
calcula mal desvío estándar	0,066	-0,087	0,161	1	0,228	0,033	0,436	-0,087
calcula mal proporciones	0,043	0,333	0,364	0,228	1	0,387	0,287	0,138
plantea mal las hipótesis	0,349	0,356	0,108	0,033	0,387	1	0,499	-0,274
construye mal IC	0,090	0,027	0,156	0,436	0,287	0,499	1	-0,361
construye mal ANOVA	-0,108	0,059	0,245	-0,087	0,138	-0,274	-0,361	1

Fuente: Elaboración propia

Es posible apreciar una correlación entre errores de notación y utilización mal de fórmulas (0,398); errores de notación y muestra no aleatoria (0,467) y con el planteo mal de las hipótesis (0,349). La utilización mal de las fórmulas correlaciona con muestra no aleatoria (0,423) ; con calculo mal de proporciones (0,333) y con planteo mal de las hipótesis (0,356). Calcula mal desvío estándar correlaciona con construye mal IC (0,436)

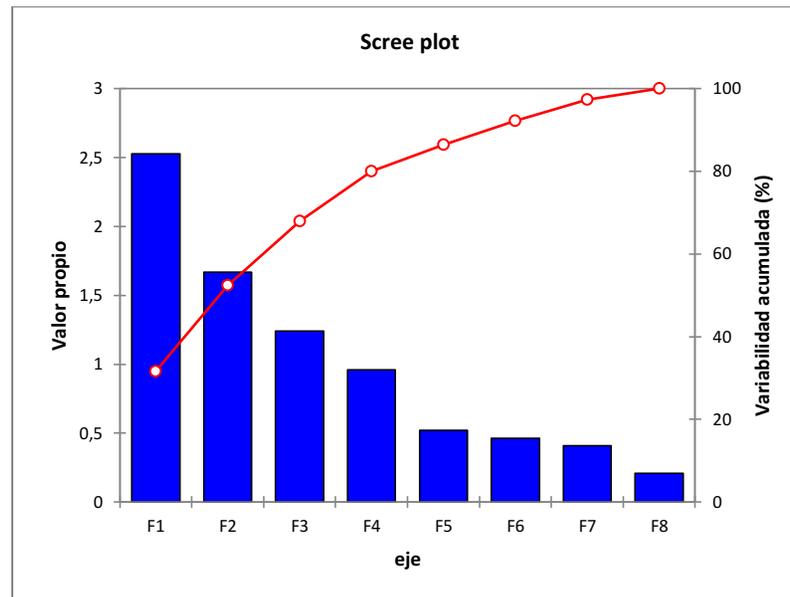
Tabla 53: Valores propios

Valores propios:

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
Valor propio	2,527	1,668	1,242	0,961	0,521	0,463	0,411	0,207
Variabilidad (%)	31,586	20,849	15,523	12,007	6,518	5,793	5,132	2,592
% acumulado	31,586	52,434	67,957	79,965	86,483	92,276	97,408	100,000

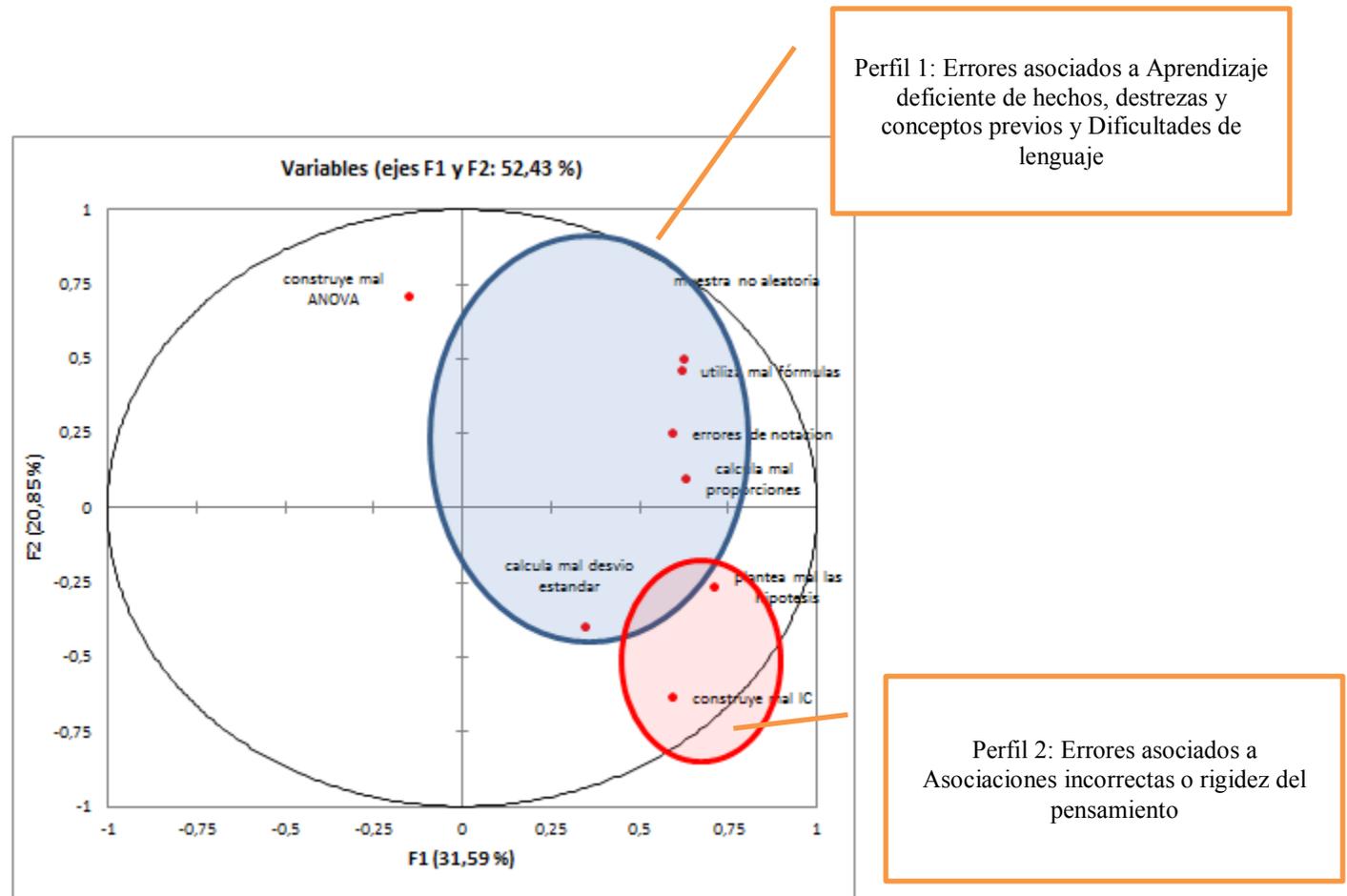
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 27: Scree plot



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 28: Gráfico simétrico



Fuente: Elaboración propia

Si al análisis precedente se le incorpora la variable Calificación obtenida en el TP (NOTA) en la matriz de correlación se observa una correlación negativa entre la variable NOTA y errores de notación (-0,248); utiliza mal fórmulas (-0,526) ; muestra no aleatoria (-0,463); calcula mal proporciones (-0,382) ; plantea mal las hipótesis (-0,411) ; construye mal IC (-0,211) y construye mal ANOVA (-0,263) :

Tabla 54 : Matriz de correlación de Pearson los errores en el TP2 y NOTA

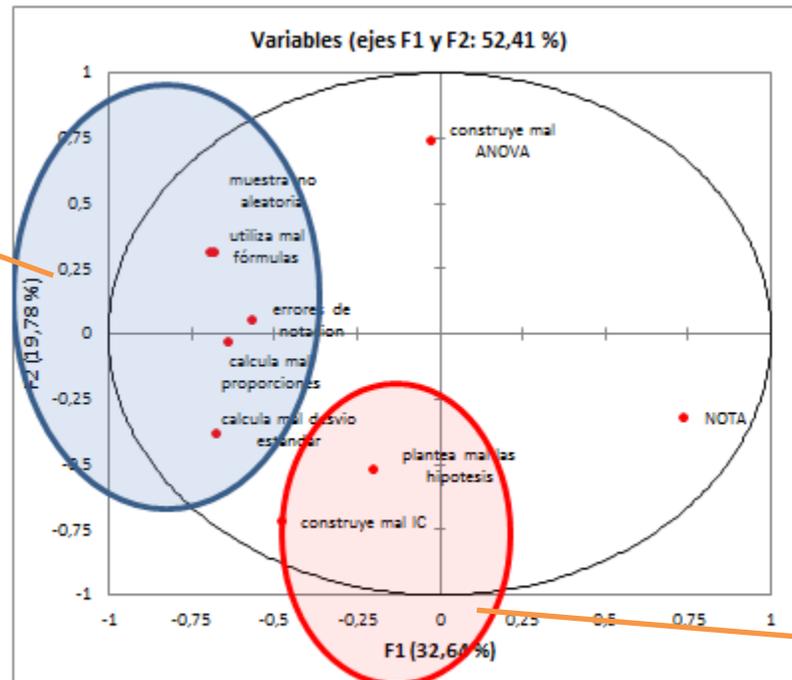
Matriz de correlación (Pearson (n)):

Variables	errores de notación	utiliza mal fórmulas	muestra no aleatoria	calcula mal desvío estándar	calcula mal proporciones	plantea mal las hipótesis	construye mal IC	construye mal ANOVA	NOTA
errores de notación	1	0,398	0,467	0,066	0,043	0,349	0,090	-0,108	-0,248
utiliza mal fórmulas	0,398	1	0,423	-0,087	0,333	0,356	0,027	0,059	-0,526
muestra no aleatoria	0,467	0,423	1	0,161	0,364	0,108	0,156	0,245	-0,463
calcula mal desvío estándar	0,066	-0,087	0,161	1	0,228	0,033	0,436	-0,087	0,097
calcula mal proporciones	0,043	0,333	0,364	0,228	1	0,387	0,287	0,138	-0,382
plantea mal las hipótesis	0,349	0,356	0,108	0,033	0,387	1	0,499	-0,274	-0,411
construye mal IC	0,090	0,027	0,156	0,436	0,287	0,499	1	-0,361	-0,211
construye mal ANOVA	-0,108	0,059	0,245	-0,087	0,138	-0,274	-0,361	1	-0,263
NOTA	-0,248	-0,526	-0,463	0,097	-0,382	-0,411	-0,211	-0,263	1

Fuente Elaboración propia

Gráfico 29: Gráfico simétrico

Perfil 1: Errores asociados a Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos y Dificultades de lenguaje



Perfil 2: Errores asociados a Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento

Fuente: Elaboración propia

En síntesis de los Análisis Multivariados aplicados es posible observar que:

En el TP1 es posible apreciar dos perfiles

Perfil 1: Errores asociados a Dificultades de lenguaje y para obtener información espacial y Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos
Perfil 2: Errores asociados a Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento y Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes

En el TP2 es posible apreciar dos perfiles:

Perfil 1: Errores asociados a Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos y Dificultades de lenguaje
Perfil 2: Errores asociados a Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento

Ahora bien al considerar en una tabla de doble entrada la Ocurrencia del error clasificada por Tipología y por Contenidos es posible visualizar su incidencia (Tabla 55)

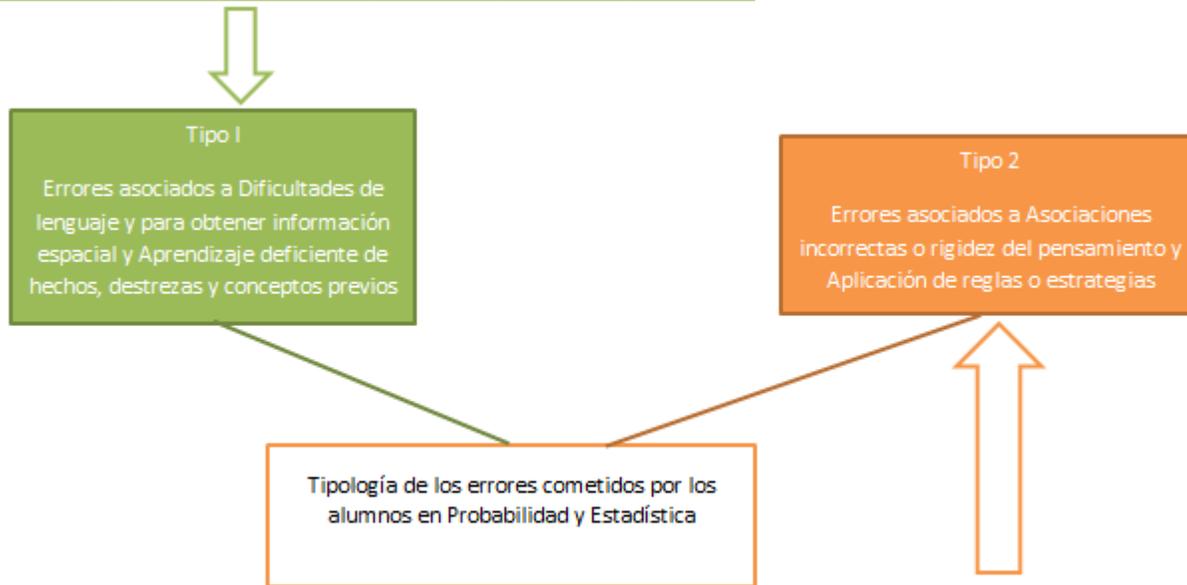
Tabla 55: Ocurrencia del error clasificada por Tipología y por Contenidos

	Estadística descriptiva	Probabilidad	Variables aleatorias	Intervalos de confianza	Pruebas de hipótesis	ANOVA	Regresión y correlación	Total
1. Dificultades del lenguaje	3%	5%	2%	4%	4%	4%	4%	27%
2. Dificultades para obtener información espacial	8%	0%	0%	1%	0%	0%	7%	15%
3. Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos	7%	1%	5%	2%	2%	2%	3%	23%
4. Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento	0%	8%	4%	4%	3%	2%	2%	22%
5. Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.	1%	3%	1%	2%	2%	1%	3%	13%
Total	19%	17%	13%	13%	11%	9%	18%	100%

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 30: Relación entre tipología de errores e incidencia por unidad temática

Estadística descriptiva	Probabilidad	VARIABLES aleatorias	Intervalos de confianza	Pruebas de hipótesis	ANOVA	Regresión y correlación
18%	6%	8%	7%	6%	6%	14%

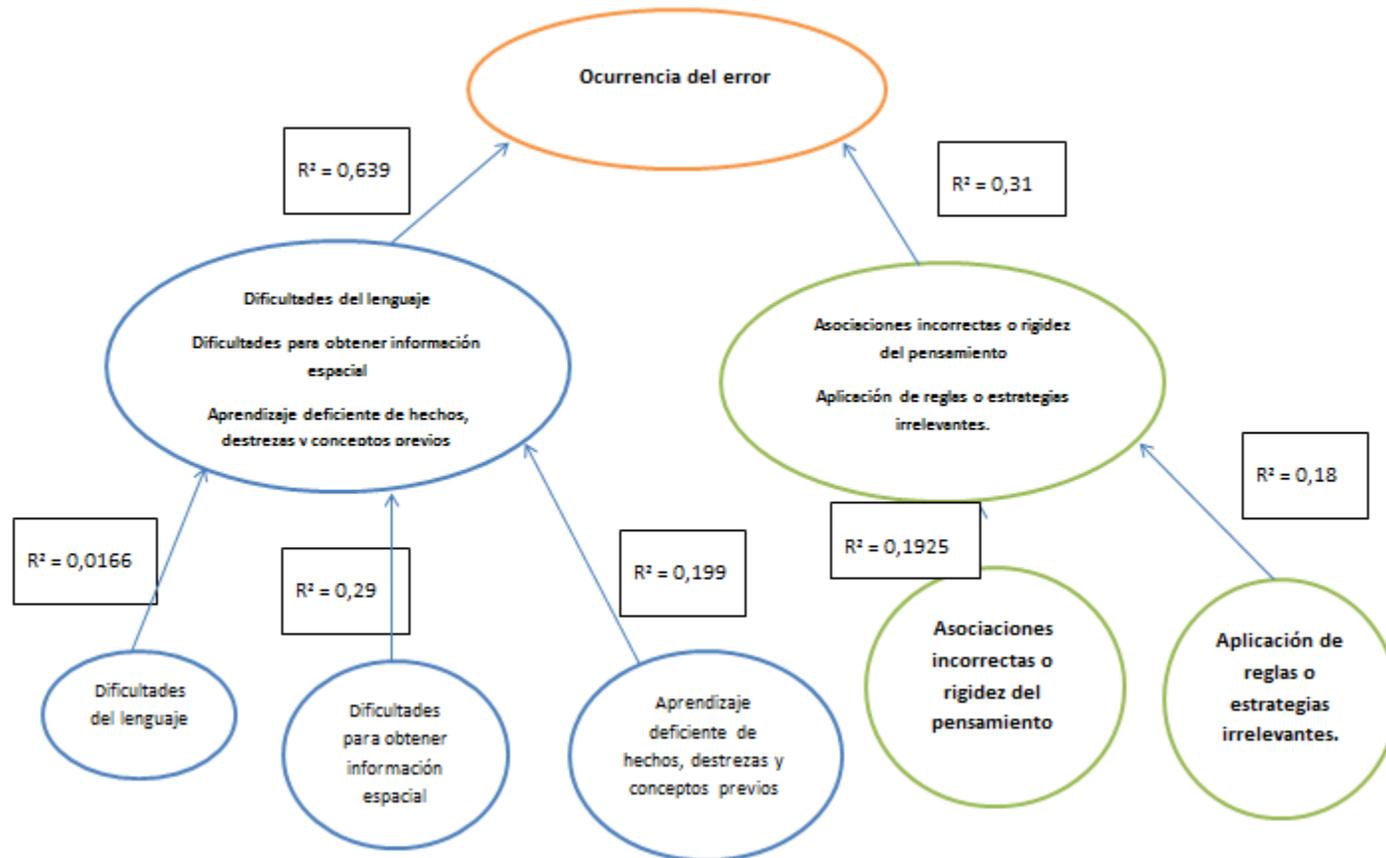


Estadística descriptiva	Probabilidad	VARIABLES aleatorias	Intervalos de confianza	Pruebas de hipótesis	ANOVA	Regresión y correlación
1%	11%	5%	6%	5%	3%	5%

Fuente: Elaboración propia

Por último se aplica un Diagrama de Caminos a partir de un Análisis de Regresión Multivariante

Gráfico 31: Diagrama de Caminos



Es posible apreciar en el Gráfico 31 que la incidencia de los errores que corresponden al Perfil 1 (Dificultades del lenguaje, Dificultades para obtener información espacial y Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos) en la Ocurrencia del error es mayor (0,639) que la que corresponde a los del Perfil 2 (Asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento y Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes).

Es síntesis, es posible afirmar que se ha corroborado la hipótesis de trabajo

- ✓ *La ocurrencia de error que cometen los alumnos en Probabilidad y Estadística está relacionado con el sistema de prácticas.*

Tal como se observó, la Ocurrencia del error en los Trabajos Prácticos disminuye a partir de las aproximaciones sucesivas al objeto de estudio mediante el proceso de retroalimentación⁵⁰ que se lleva a cabo a través de las intervenciones en el aula virtual de la cátedra. Este proceso hace que cuando los alumnos realizan los Exámenes parciales la ocurrencia del error sea menor⁵¹.

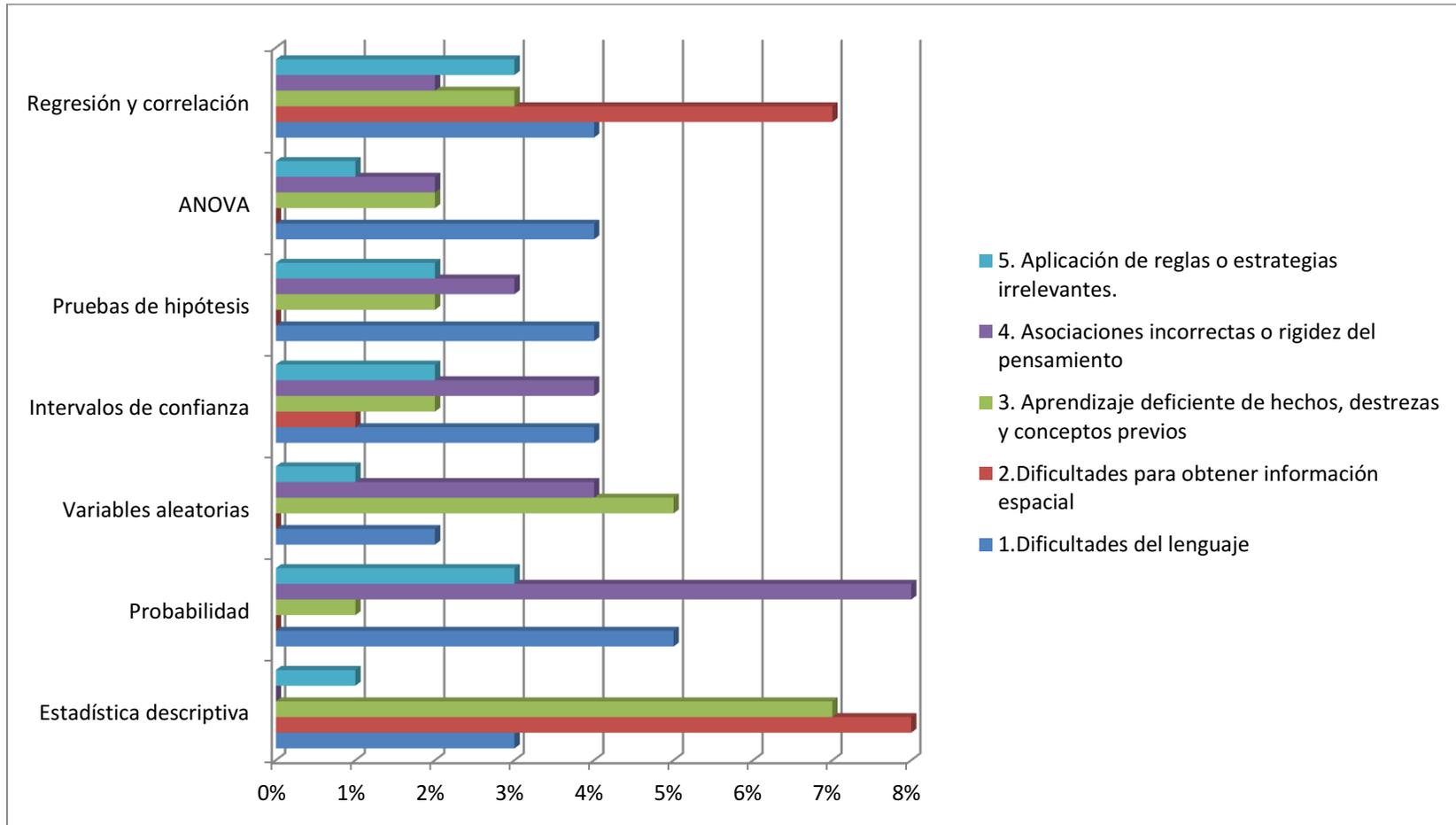
Por otra parte, la segunda hipótesis de trabajo se ha corroborado en forma parcial ya que no se ha encontrado una causalidad entre Tipo de error y Objeto semiótico, aunque es posible observar una mayor incidencia de algunos de los errores($p= 0,719 > 0,05 \rightarrow$ Diferencia no significativa)

- ✓ *El tipo de error que cometen los alumnos en Probabilidad y Estadística está relacionado con el tipo de objeto semiótico con el que debe trabajar.*

⁵⁰ Véase Imagen 3: Proceso de retroalimentación,pp.63

⁵¹ Véase Tabla 36: Comparación de resultados,pp.55

Gráfico 32: Comparación Tipo de error-Unidad temática



Fuente: Elaboración propia

CONCLUSIONES

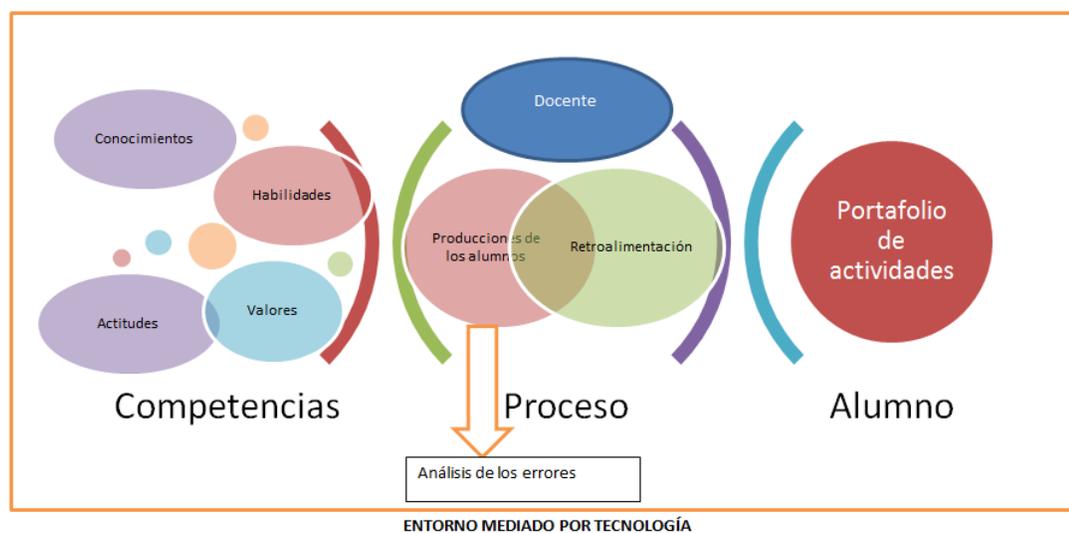
La suspensión de la interpretación depende del intérprete, pues por sí misma tiende al infinito.

Freud, 1973, citado por Esther Díaz, 2010⁵²

Los nuevos escenarios de enseñanza-aprendizaje y las demandas cambiantes del mercado laboral nos llevan a cambios en los enfoques de estos procesos. Los alumnos y los docentes trabajan juntos con el fin de lograr aprendizajes significativos.

Estos procesos apuntan no solamente a la adquisición de nuevos conocimientos sino también habilidades, actitudes y valores.

Gráfico 33: Dinámica del proceso de enseñanza aprendizaje



Fuente: Elaboración propia

Dentro de estos procesos el análisis de los errores en las producciones de los alumnos proporciona herramientas para una revisión crítica de las prácticas docentes.

Desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS) se vincula el sistema de prácticas con la configuración de los objetos y procesos permite evaluar si existe una relación

⁵²Díaz, E. (2010). Entre la tecnociencia y el deseo. La construcción de una epistemología ampliada. Editorial Biblos. pp. 87

entre la aparición del error y un sistema de prácticas inadecuado. (Pochulu, 2005, Godino, 2012). Ya se ha visto que los errores tienen su génesis en el mismo proceso de aprendizaje, actuando como obstáculos que se translucen en la práctica en respuestas erróneas. Asimismo, los errores forman un entramado complejo, ya que generan redes de errores que se traducen en obstáculos (Del Puerto, Minnaard, Seminara, 2006).

El objetivo principal de la investigación consistió en indagar la relación entre los errores cometidos por alumnos de la cátedra de Probabilidad y Estadística de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora (Exámenes parciales y Trabajos prácticos) durante el Primer Cuatrimestre de 2015 a través de la frecuencia de ocurrencia del error y el tipo de problema propuesto.

A fin de contextualizar a los estudiantes, cuyas producciones serían el foco de la investigación se realizó una encuesta a los 77 alumnos que cursaron Probabilidad y Estadística en el Primer Cuatrimestre de 2015.

A partir de los datos relevados se observó que

- ✓ *La proporción de alumnos que cursan Probabilidad y Estadística es similar en las dos carreras que se cursan en la facultad (industrial 51,515 % y mecánica 48,485%).*
- ✓ *El 75% de los alumnos tiene menos de 27 años y 54,545 % proviene de escuelas que no son técnicas. El 42,424% no tiene conocimientos previos de Probabilidad y Estadística y el 36,364 % son recursantes.*
- ✓ *Los alumnos que cursan Probabilidad y Estadística hay egresado del secundario con mayor frecuencia en los años 2010 y 2012.*
- ✓ *El 75% de los cursantes cursa a lo sumo 4 materias, siendo el promedio de 3,6 materias con un desvío típico de 0,864.*
- ✓ *El 78,788% de los cursantes trabaja en jornadas que tienen una intensidad promedio de 7,231 horas diarias y un desvío típico de 1,861. Si se comparan estos resultados con los obtenidos por Minnaard (2014) es posible apreciar que un 30% de los estudiantes se ha incorporado al mercado laboral desde que ingresó a la facultad.*
- ✓ *Con respecto al acceso y conocimientos informáticos, el 60% accede desde su casa en la que tiene acceso a Internet, un 18 % también lo hace desde el*

trabajo. El 90% tiene experiencia en el uso de las aulas virtuales adquirido en otras materias. El 100% maneja Word, un 42% también Excel y un 39% Matlab.

- ✓ *La situación de alumno recursante es independiente de Situación con respecto al trabajo/ Tipo de escuela/ Intensidad de la jornada laboral/ Carrera en la que se inscribieron.*

Siendo los objetivos secundarios: identificar los errores cometidos por los alumnos, clasificándolos según criterios; analizar los ejes de contenidos de Probabilidad y Estadística que presentaron mayor dificultad ; determinar la variación de la frecuencia de ocurrencia del error si se presenta un mismo problema variando el registro de representación semiótica (RRS); evaluar si existe alguna relación entre el tipo de problema propuesto y el tipo de error cometido por los alumnos; contribuir a elaborar un modelo teórico que caracterice el tipo de errores a fin de implementar estrategias de enseñanza, se proporcionan los principales resultados obtenidos.

- ✓ *Identificar los errores cometidos por los alumnos, clasificándolos según criterios*

Una vez identificados los errores se procedió a su clasificación utilizando la clasificación de Radatz. En una primera etapa se compararon los resultados obtenidos en una investigación precedente y los del curso de verano 2015. Dado que entre ambos relevamientos hubo una diferencia de 10 años y la incorporación de las aulas virtuales al proceso de enseñanza aprendizaje, se consideró pertinente esta comparación observándose que el porcentaje de errores había disminuido. Esta diferencia es estadísticamente significativa ($\alpha = 0,05$) en Estadística descriptiva ($p= 0,00$), Probabilidad ($p= 0, 00$), Intervalo de confianza ($p= 0,03$), ANOVA ($p= 0,023$) y Regresión y correlación ($p= 0,00$). Al incorporar al estudio los resultados correspondientes al primer cuatrimestre 2015, se observó una diferencia significativa en todas las unidades temáticas. Por otra parte, al relacionar los errores cometidos con la clasificación de Radatz es posible observar que para el TP1 la mayor incidencia se presenta en Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conocimientos previos, así como

Dificultades para obtener información espacial. Análogamente, al analizar los errores en el TP 2 la mayor incidencia se encuentra en aquellos errores relacionados con Dificultades del lenguaje y Asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento.

Al profundizar en los tipos de errores, para Estadística descriptiva (TP1) es posible apreciar una correlación entre errores entre confunden variabilidad absoluta y relativa con confunden varianza con desvío estándar (0,449); elección de un gráfico no adecuado con calcula la amplitud cuando es dato (0,657); calculan mal la media o el desvío estándar con confunden la media con mediana o mediana con modo (-0,870) y Confunden la media con mediana o mediana con modo con Confunden percentiles (por ejemplo P20 con P80) (0,932). En Probabilidad(TP1), se encontró una correlación entre Aplican mal reglas de probabilidad y Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A \text{ o bien } B)$; Confunden $P(A \text{ o } B)$ con $P(A)$; Confunden probabilidad condicional con probabilidad conjunta (0,906) y en Variables aleatorias(TP1) se aprecia una correlación entre Reconocen la distribución pero resuelven mal o no resuelven con No reconocen la distribución (confunden Binomial con Hipergeométrica, Binomial con Poisson) (0,522) y con Operan mal (0,638).

Por otra parte en el TP2, es posible considerar una correlación entre errores de notación y utilización mal de fórmulas (0,398); errores de notación y muestra no aleatoria (0,467) y con el planteo mal de las hipótesis (0,349). La utilización mal de las fórmulas correlaciona con muestra no aleatoria (0,423) ; con calculo mal de proporciones (0,333) y con planteo mal de las hipótesis (0,356). Calcula mal desvío estándar correlaciona con construye mal IC (0,436)

- ✓ *Analizar los ejes de contenidos de Probabilidad y Estadística que presentaron mayor dificultad*

Estadística descriptiva	Probabilidad	Variables aleatorias	Intervalos de confianza	Pruebas de hipótesis	ANOVA	Regresión y correlación
19%	17%	13%	13%	11%	9%	18%

Los ejes de contenidos con mayor porcentaje de error son Estadística descriptiva, Probabilidad y Regresión y correlación.

- ✓ *Determinar la variación de la frecuencia de ocurrencia del error si se presenta un mismo problema variando el registro de representación semiótica (RRS)*

Los problemas que se utilizan en los TP difieren de los utilizados en los Exámenes Parciales en que tienen gráficos que acompañan el enunciado textual y se utilizan situaciones reales. La ocurrencia del error es mayor en las entregas sucesivas del TP, como cada una de las entregas que van realizando los alumnos son semanales, reciben una retroalimentación por parte de los docentes. Este proceso no es lineal, sino de intercambio recurriendo a distintas representaciones semióticas del objeto matemático en estudio. Los porcentajes de error son más altos que los que corresponden a los Exámenes parciales ya que corresponden a la primera aproximación al objeto y se van superando por acercamientos sucesivos.

- ✓ *Evaluar si existe alguna relación entre el tipo de problema propuesto y el tipo de error cometido por los alumnos*

No se ha podido comprobar una causalidad entre el tipo de problema propuesto y el tipo de error cometido.

- ✓ *Contribuir a elaborar un modelo teórico que caracterice el tipo de errores a fin de implementar estrategias de enseñanza*

Se han podido determinar dos perfiles

Perfil 1: Errores asociados a Dificultades de lenguaje y para obtener información espacial y Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos

Perfil 2: Errores asociados a Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento y Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes

La incidencia de los errores que corresponden al Perfil 1 (Dificultades del lenguaje, Dificultades para obtener información espacial y Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos) en la Ocurrencia del error es mayor (0,639) que la que corresponde a los del Perfil 2 (Asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento y Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes).

Por último se hace necesaria una mención al rol del docente, ya los procesos de enseñanza centrados en el alumno implican redefinir su rol profesional. Tal como afirman Inciarte y González (2009) los docentes deberán admitir que *“lo más importante es el aprender de los alumnos, lo que descubren, lo que hacen, piensan, dicen, proyectan y organizan, con la ayuda, orientación y mediación del docente”*.

LINEAS DE TRABAJO FUTURAS

Frente a lo analizado en la presente investigación surgen interrogantes que podrían abrir camino a futuras líneas de trabajo.

En el marco del Programa Estratégico de Formación de Ingenieros (PEFI)⁵³, lanzado en noviembre de 2012, el estudio de errores se enmarca en el eje Mejoramiento de los indicadores académicos.

Para el cumplimiento del objetivo de llevar la cantidad de ingenieros a la proporción 1 cada 4000 habitantes al 2021, la identificación de un modelo en el que se corrobora la relación entre ocurrencia del error y el sistema de prácticas y la naturaleza de los objetos estudiados, llevaría a trabajar en dos direcciones. Por un lado, acciones para mejorar la formación docente y por el otro, facilitar el tránsito de los alumnos en las materias del área de matemática revisando los sistemas de prácticas.

Los nuevos escenarios de aprendizaje, implican modificaciones en la formación docente tanto en contenidos como en metodología (Salinas, 2008). Una mirada crítica sobre las propias prácticas, junto con una revisión profunda y sistemática de los contenidos se hacen necesarias dentro de la práctica docente.

Un reto actual es el propuesto por la Enseñanza Basada en Competencias (EBC) en el que se evalúan no solo conocimientos, sino también habilidades actitudes y valores, en pos de la formación integral de los estudiantes universitario⁵⁴. Las investigaciones orientadas en este sentido desde un enfoque ontosemiótico, proporcionarían elementos de análisis con respecto al sistema de prácticas.

⁵³ Programa Estratégico para la Formación de Ingenieros (PEFI) 2012-2016. En: http://pefi.siu.edu.ar/aplicacion.php?ah=st530a7badf1bbc&ai=contenidos||19000030&id_idioma=2&id_menu=18 [Consultado: 23/02/2015]

⁵⁴ Educación Basada en Competencias (2015) Observatorio de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey. Edu Trend

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

ABRATE, R.; POCHULU, M. y VARGAS, J.(2006) *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo* 1ª ed. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María

AHUMADA ACEVEDO, P. (2005), *Hacia una evaluación auténtica del aprendizaje*, Paidós Educador, México.

ATEAGA, J. (2010) *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tesis doctoral, Universidad de Granda, España.

BATANERO, C.; VERA,O. & DIAZ, C.(2012) *Dificultades de estudiantes de Psicología en la comprensión del contraste de hipótesis*. Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas.Volumen 80, pp. 91-101

BROUSSEAU, G., DAVIS, R. y WERNER, T. (1986). *Observing Students at Work*. En Christiansen, B.; Howson, A.G. & Otte,M. (eds.) *Perspectives on Mathematics Education*.Mathematics Education Library. Vol 2. pp. 205-241

BURGER, e. & STARBIRD, M. (2013).Los 5 elementos del pensamiento efectivo. Paidós.

CANO GARCÍA, M.E. (2008). *La evaluación por competencias en la educación superior*. Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado, 12, 3.

CEA D` ANCONA M. A. (1998): *Metodología Cuantitativa, Estrategias y Técnicas de Investigación Social*. Madrid: Editorial Síntesis

COMOGLIO, M.; MINNAARD,C. ; IRAVEDRA, C. & MORRONGIELLO, N. (2012) *La integración de TIC a la enseñanza de la Ingeniería- Estudio comparativo de su impacto en el rendimiento académico*. 1º Congreso Argentino de Ingeniería (CADI 2012) y VII Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería (CAEDI 2012), Mar del Plata, Argentina.

CONTRERAS, M. (2011) *Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, España.

DEL PUERTO, S., MINNAARD, C. & SEMINARA , S.(2006). *Análisis de los errores una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas*. Revista Iberoamericana de Educación. Organización de los Estados Iberoamericanos. En: <http://www.rieoei.org/1285.htm> [consultado: 08/06/2015]

DÍAZ, E. (2010). *Entre la tecnociencia y el deseo. La construcción de una epistemología ampliada*. Editorial Biblos.

DUVAL, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5. pp 37–65.

DUVAL, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*. La gaceta de la RSME, Vol. 9.1 pp. 143–168

EDU TREND-Educación Basada en Competencias (2015) Observatorio de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey.

ENGLER, A.; GREGORINI, M.I.; MULLER, D.; VANCKEN, S. & HECKLEIN, M. (2004). *Los errores en el aprendizaje de la matemática*. Revista Premisa. Sociedad Argentina de Educación Matemática. Año 6, N° 23

FONT, V.; GODINO, J. & Gallardo, J. (2012) *The emergence of objects from mathematical practices*. Educational Studies in Mathematics.

GARCÍA, R. (2006) *Inferencia estadística y diseño de experimentos*. Buenos Aires, Eudeba.

GODINO, J. (2012) *Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática*. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.

GODINO, J. (2003) *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Universidad de Granada, España. En: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/monografiatfs.pdf> [Consultado 15/06/2015]

GODINO, J. D. BATANERO, C. y FONT, V. (2007). *The ontosemiotic approach to research in mathematics education*. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.

GODINO, J. (2013) *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2013. Año 8. Número 11. pp 111-132. Costa Rica

HERNANDEZ SAMPIERI, R; FERNÁNDEZ COLLADO, C & BAPTISTA LUCIO, P. (2010). *Metodología de la investigación*. Editorial Mc Graw Hill

INCIARTE, N. y GONZALEZ, L. (2009). Competencias del docente de educación superior como mediador en los procesos de investigación y evaluación de los aprendizajes. Omnia, En: <http://www.redalyc.org/>[Consultado el 04/06/2015]

MINNAARD,C. (2010) *El foro en un Aula Virtual de Probabilidad y Estadística*. PREMISA Sociedad Argentina de Educación Matemática(SOAREM) . Año 12 – N° 44

MINNAARD,C, & MINNAARD,V. (2011). *Evaluación del impacto de la implementación de materiales multimediales en el proceso de enseñanza aprendizaje en la modalidad blended learning*. 1° Jornada de Enseñanza de la Ingeniería (JEIN), Buenos Aires , Argentina.

MINNAARD,C. & MINNAARD,V. (2011).*Materiales multimediales en el nivel Superior*. Congreso Iberoamericano de Educación y Sociedad (CIEDUC 2011) ; II Congreso Iberoamericano sobre Calidad de la Formación Virtual ; VI Congreso Iberoamericano de Educación Científica, La Serena, Chile.

MINNAARD, C. (2014). *Análisis de los errores en matemática de los alumnos ingresantes a las carreras de Ingeniería: el Test Diagnóstico en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora*. Tesis de Maestría en Metodología de la Investigación Científica. Universidad Nacional de Lanús, Buenos Aires, Argentina.

MINNAARD,V.; MINNAARD,C,; RABINO, C. & COMOGLIO, M. (2010). *El tutor virtual*. CVEM 2010 (VIII Congreso Virtual Internacional de Enseñanza de la Matemática), México.

MOMBRÚ, A. & MARGETIC, A. (2013) *El hacedor de tesis*. Avellaneda, L.J.C. Ediciones.

PAENZA, A. (2006): *Matemática ... ¿estás ahí?* Siglo XXI Editores. Universidad Nacional de Quilmes. Argentina, pp. 184-189

PASCAL,O. ; CAMPOLI,O.; MINNAARD,C. & COMOGLIO,M. (2012) *Impacto de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en los docentes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora: el caso red de docentes*. PREMISA(SOAREM) Año 14 – N° 53

PASCAL, O.; COMOGLIO,M. & FERNANDEZ, M.(2012) Integración de TIC en la modalidad Blended Learning impacto sobre el rendimiento académico. XIV

Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación (WICC) – Misiones, Argentina.

PLAZAOLA, M. (2011) *Actividades de evaluación en Plataformas Moodle*. Net Learning. En: <http://www.net-learning.com.ar/> [consultado el 01/06/2015]

Programa Estratégico para la Formación de Ingenieros (PEFI) 2012-2016. En: http://pefi.siu.edu.ar/aplicacion.php?ah=st530a7badf1bbc&ai=contenidos||19000030&id_idioma=2&id_menu=18 [Consultado: 23/02/2015]

POCHULU, M. D. (2005) *Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad*. Revista Iberoamericana de Educación. Organización de Estados Iberoamericanos. N° 35/4. En: http://www.rieoei.org/did_mat28.htm [consultado: 11/07/2015]

POLYA, G. (1975). *Como plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas. [Traducción al castellano hecha por J. Zugazagoitia del original de 1945 *How to solve it?* Editado en Princeton, N.J. por Princeton University Press]

SALINAS, J. (2008). Nuevos escenarios de aprendizaje. En: <http://tecnologiaedu.us.es/formaytrabajo/Documentos/lin7sal.pdf>[Consultado: 22/07/2015]

SAMAJA, J. (2010). *Epistemología y Metodología. Elementos para una teoría de la investigación científica*. Editorial Eudeba. Buenos Aires.

SAMAJA, J.(2001) . *Ontología para Investigadores. Las categorías puras del intelecto en Imanuel Kant*. Revista Perspectivas Metodológicas. Ediciones de la UNLA. Año 1. N°1, Buenos Aires. pp. 11 - 42.

SIERRA BRAVO, R. (2001): *Técnicas de investigación social. Teorías y ejercicios*. Madrid: Paraninfo

SUAREZ,E.(2008) *Significado de los intervalos de confianza para los estudiantes de ingeniería en México*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, España.

RADILLO ENRIQUEZ, M. & HUERTA VARELA, S. (2007). *Obstáculos en el aprendizaje de la Geometría euclídeana, relacionados con la traducción entre códigos del lenguaje matemático*. Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de matemática. Raquel Abrate y Marcel Pochulu (Comp). Universidad Nacional de Villa María Córdoba

RICO, L. (1995): *Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas*, cap. 3. pp. 69-108, en KILPATRIK, J.; GÓMEZ, P., y RICO, L.: Educación Matemática. Méjico: Grupo Editorial Iberoamérica.

SOCAS, M. (1997): *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria*, cap. 5., pp. 125-154, en RICO, L., y otros: La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Barcelona: Ed. Horsori.

WILD, C. y PFANNKUCH, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 221-248.

YNOUB, R. (2007) *El Proyecto y la metodología de la investigación*. Buenos Aires, Ed. Cengage Learning. Cap. VI.

YNOUB, R. (2011). *El “diseño de la investigación” una cuestión de estrategia*. Material de la cátedra Metodología de la Investigación Científica. Universidad Nacional de Lanús.

ANEXO

Investigaciones	Clasificación de los errores
Radatz (1980)	<p>1. Dificultades del lenguaje Errores derivados del mal uso de los símbolos y términos matemáticos, debido a una falta de comprensión semántica del lenguaje matemático.</p> <hr/> <p>2. Dificultades para obtener información espacial Errores provenientes de la producción de representaciones icónicas (imágenes espaciales) inadecuadas de situaciones matemáticas</p> <hr/> <p>3. Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos Errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos y procedimientos para la realización de una tarea matemática. Estas deficiencias incluyen la ignorancia de los algoritmos, conocimiento inadecuado de hechos básicos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios</p> <hr/> <p>4. Asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento Son errores que en general son causados por la incapacidad del pensamiento para ser flexible, es decir, para adaptarse a situaciones nuevas. Dentro de esta clase de errores se tienen:</p> <p>4.1. Por perseveración Predominan los elementos singulares de un problema.</p> <p>4.2. De asociación Razonamientos o asociaciones incorrectas entre elementos singulares.</p> <p>4.3. De interferencia Cuando los conceptos u operaciones interfieren unos con otros.</p> <hr/> <p>5. Aplicación de reglas o estrategias irrelevantes. Errores producidos cuando se aplican reglas o estrategias similares en contenidos diferentes. El razonamiento por analogía sabemos que no siempre funciona en Matemática.</p>

Clasificación de los errores (Rico(1995); Radatz (1980))