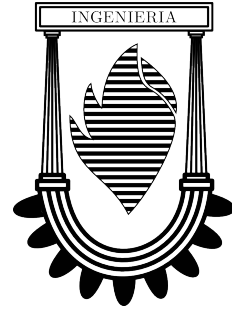


UNIVERSIDAD NACIONAL
DE
LOMAS DE ZAMORA



TESIS DOCTORAL

Análisis de Estabilidad Lateral en Vehículos Ferroviarios Modulares Articulados

Autor:

Ing. Emilio TAMBURINI

Director:

Dr. Ing. Elvio A. HEIDENREICH

Co-director:

Dr. Ing. Carlos ROSITO

Departamento de Ingeniería Mecánica
Facultad de Ingeniería

Buenos Aires, Argentina
Julio de 2019

=====

A Rodolfo Enrique Quarleri:

apoyo y confianza incondicional;
le debo mi carrera docente.

A Gabriel María Dasso:

rigurosidad teórica,
paciencia infinita,
ejemplo de profesional.

=====

Resumen

Los vehículos ferroviarios articulados con distribución en forma de duplas modulares impulsadas por una unidad motriz central, presentan la ventaja de otorgar mayor flexibilidad en su configuración y menor costo respecto de formaciones convencionales por el hecho de poseer sólo un bogie en cada coche de pasajeros, sin embargo, el comportamiento dinámico es sensible a los parámetros físicos de la suspensión secundaria de los coches como consecuencia de encontrarse, estos últimos, apoyados en uno de sus extremos a la unidad propulsora. Dichos vehículos en estudio presentan condiciones particulares de inestabilidad debido a la naturaleza propia de la configuración utilizada: todo fenómeno producido en la dinámica del sistema es magnificado por la complejidad de la distribución de la formación, generando así, el interés de su estudio.

El objetivo general ha sido identificar la gama de parámetros de prueba necesarios para la evaluación del rendimiento del vehículo y determinar las condiciones críticas que limitan la velocidad longitudinal de desplazamiento, producen la reducción del confort de marcha y afectan las condiciones de seguridad de la formación frente al descarrilamiento. Los objetivos específicos se han enfocado en la determinación del efecto de las propiedades físicas de los componentes de suspensión sobre la magnitud de la velocidad crítica: obtención de la proporción óptima de rigideces longitudinal y lateral de la suspensión primaria, efecto del amortiguamiento longitudinal inter-coche sobre la estabilidad general de la formación, análisis de la optimización propuesta mediante la consideración de amortiguamiento secundario anti-lazo, y la determinación de la velocidad crítica no lineal mediante el estudio detallado del fenómeno de bifurcación en la respuesta dinámica del sistema.

La formación articulada conformada con bogies convencionales fue caracterizada mediante un modelo matemático de 27 grados de libertad dinámicos (27 ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden). El estudio de la estabilidad lateral ha sido realizado considerando los grados de libertad dinámicos que exhiben influencia directa y significativa en el comportamiento transversal y presentan interdependencia por acoplamiento: desplazamiento lateral, balanceo transversal (*rolido*) y rotación o movimiento de lazo alrededor del eje vertical.

Con la finalidad de limitar la sensibilidad de la validez del análisis efectuado ante las simplificaciones realizadas a priori, se ha incluido la mayor cantidad de efectos no lineales en el modelado de los componentes de suspensión, permitiendo obtener un estudio más representativo respecto de las condiciones reales. El análisis cinemático del par montado y la caracterización geométrica del contacto fueron incluidos en la simulación mediante la determinación de los pseudo-deslizamientos y los radios de rodadura y ángulos efectivos de contacto instantáneos. En el modelo utilizado para la obtención de las fuerzas tangenciales en la interfaz rueda-riel se ha considerado la combinación de rodadura por adhesión y zonas de deslizamiento parcial, realizando su cómputo mediante algoritmos iterativos. Los efectos no lineales de saturación han sido introducidos mediante la modificación del coeficiente de rozamiento de acuerdo a las características superficiales en consideración. Las condiciones generales de las pruebas ejecutadas abarcan los supuestos de circulación en vía recta de trocha angosta, a velocidad constante, y utilizando perfiles de rueda nacionales según planos NEFA.

Agradecimientos

A Elvio A. Heidenreich, por aceptar dirigir mi tesis doctoral y brindar sus invaluable conocimientos en modelado matemático, métodos numéricos y simulación computacional.

A Carlos Rosito, por compartir su vasta experiencia en diseño y dinámica avanzada de sistemas ferroviarios.

A las autoridades de la Facultad de Ingeniería, por permitir el desarrollo de mi grado académico.

A la empresa EMEPA, y en especial a Mario Padula, Roberto Zara, Fernando Aguinaga y a Gonzalo Dominguez, por la información y predisponibilidad brindada.

Y a Gustavo Bustamante, por su gran colaboración en los ensayos correspondientes a la validación experimental.

Índice general

Resumen	IV
Agradecimientos	VI
Índice general	VIII
Índice de figuras	XII
Índice de tablas	XVI
1. Introducción	1
1.1. Clasificación de vehículos ferroviarios articulados	1
1.2. Análisis dinámico en el ámbito ferroviario	4
1.3. Objetivos de la tesis	5
1.3.1. Principal aporte original	7
1.4. Organización de la tesis	7
2. Contacto rueda-riel	10
2.1. Introducción	10
2.2. Análisis geométrico	11
2.2.1. Procedimiento de búsqueda de puntos de contacto	13
2.2.1.1. Proceso iterativo	15
2.3. Análisis cinemático del par montado	16
2.4. Conicidad equivalente	19
2.4.1. Métodos de cálculo	22
2.4.2. Caso de estudio: CTF (MR) 002 - UIC54(E1)	24
2.5. Problema normal (Teoría de Hertz)	26
2.5.1. Fuerza gravitatoria restauradora	30
2.6. Problema tangencial	31
2.6.1. Teoría simplificada de Kalker	33
2.6.1.1. Algoritmo iterativo de cálculo	35
2.7. Coeficiente de fricción variable	38
2.7.1. Parámetro de flexibilidad L modificado (Algoritmo FastSim)	38
2.7.1.1. Parámetros adoptados	39
2.8. Fuerzas tangenciales de contacto - secuencia de cómputo	39
3. Modelado del sistema físico	42
3.1. Introducción	42
3.2. Campos de aplicación	45
3.3. Componentes de suspensión	46
3.3.1. Muelles helicoidales	46
3.3.1.1. Inestabilidad lateral de muelles	48
3.3.2. Amortiguadores viscosos	50
3.3.3. Suspensión neumática	53

3.3.3.1.	Efecto de histéresis	55
3.3.3.2.	Modelos de estudio	56
3.3.4.	Conexiones auxiliares	62
3.4.	Vehículo completo	68
3.4.1.	Modelado del sistema	68
3.4.2.	Esquemas de suspensión adoptados en el estudio	71
3.4.2.1.	Modelado lineal de componentes	71
3.4.2.2.	Modelado no lineal de componentes	72
3.4.3.	Metodología de resolución del sistema dinámico	74
4.	Resultados y discusión	76
4.1.	Introducción	76
4.1.1.	Fenómeno <i>hunting</i>	77
4.1.2.	Velocidad crítica	77
4.1.3.	Fenómeno de bifurcación	79
4.1.3.1.	Bifurcaciones locales	79
4.1.3.2.	Diagrama de bifurcación	80
4.1.3.3.	Fenómeno <i>hunting</i> caracterizado como proceso de bifurcación	81
4.1.4.	Procedimientos de determinación de la velocidad crítica	81
4.1.4.1.	Método por fuerza bruta	81
4.1.4.2.	Evaluación directa de ciclos límites	82
4.1.4.3.	Análisis de autovalores	83
4.1.4.4.	Procedimientos según fuente de excitatriz	83
4.1.4.5.	Selección del método utilizado	84
4.1.5.	Influencia del grado de flexibilidad de los cuerpos principales	84
4.2.	Influencia de parámetros en la velocidad crítica	86
4.2.1.	Rigidez longitudinal y lateral de suspensión primaria	86
4.2.2.	Amortiguamiento longitudinal inter-coche	86
4.2.3.	Amortiguamiento anti-lazo en suspensión secundaria	86
4.3.	Determinación del diagrama de bifurcación	87
4.4.	Evaluación de parámetros	88
4.4.1.	Hipótesis y consideraciones base de los estudios	88
4.4.2.	Rigidez longitudinal y lateral de suspensión primaria	89
4.4.2.1.	Datos generales de la simulación	89
4.4.2.2.	Criterio de inestabilidad preliminar	89
4.4.2.3.	Resultados	90
4.4.3.	Amortiguamiento longitudinal inter-coche	93
4.4.3.1.	Irregularidades de vía	93
4.4.3.2.	Datos generales de la simulación	95
4.4.3.3.	Criterio de análisis	96
4.4.3.4.	Resultados	96
4.4.4.	Amortiguamiento anti-lazo en suspensión secundaria	101
4.4.4.1.	Procedimiento adoptado para determinación de la velocidad crítica	101
4.4.4.2.	Datos generales de la simulación	103
4.4.4.3.	Criterio de análisis	103
4.4.4.4.	Resultados	104
4.5.	Análisis de bifurcación	106
4.5.0.1.	Datos de la simulación	106
4.5.0.2.	Resultados	106

4.6.	Validación experimental del modelo dinámico rígido	111
4.6.1.	Marco teórico referencial	111
4.6.2.	Procedimiento de procesamiento adoptado	113
4.6.3.	Equipamiento de adquisición	113
4.6.4.	Procedimiento general de validación	115
4.6.5.	Resultados	116
5.	Conclusiones y trabajos futuros	122
5.1.	Conclusiones	122
5.2.	Trabajos futuros	124
5.2.1.	Aspectos generales	124
5.2.2.	Extensión de las condiciones investigadas	125
A.	Modelo esquemático	127
B.	Ecuaciones de movimiento	134
B.1.	Desplazamiento lateral	134
B.2.	Balanceo transversal (<i>Rolido</i>)	135
B.3.	Rotación o movimiento de lazo	136
B.4.	Modificaciones p/modelo no lineal de amortiguamiento	138
	Bibliografía	140

Índice de figuras

1.1. Configuración convencional	2
1.2. Disposición tipo Jakobs	2
1.3. Bogie articulado (FEBA)	3
1.4. Disposición con chasis semi-montado	4
1.5. Clasificación de modelos de análisis en vehículos ferroviarios	5
1.6. Dupla ALERCE	6
1.7. Vista lateral - Dupla ALERCE	7
1.8. Detalles - Dupla ALERCE	7
2.1. Análisis de posición del par montado	14
2.2. Búsqueda de puntos de contacto	15
2.3. Movimiento relativo del par montado respecto de la vía	17
2.4. Velocidad angular total en zona de contacto	19
2.5. Movimiento del par montado bajo fenómeno <i>hunting</i>	19
2.6. Onda cuasi-armónica del movimiento relativo	20
2.7. Geometría del par montado (trocha angosta)	21
2.8. Posicionamiento inicial del conjunto rueda-riel	22
2.9. Función Δr	24
2.10. Curvas de movimiento cinemático del par montado	25
2.11. Conicidad equivalente (norma EN 15302)	25
2.12. Zona de contacto elipsoidal	26
2.13. Deformación entre 2 cuerpos elásticos	28
2.14. Radios geométricos de contacto	29
2.15. Fuerzas normales en zona de contacto	31
2.16. Zonas de rodadura y deslizamiento en movimiento de rotación	32
2.17. Área elíptica de contacto discretizada	35
2.18. Tensiones tangenciales laterales en zona de contacto	37
2.19. Distribución de tensiones tangenciales en zona de contacto	37
2.20. Secuencia de cómputo de fuerzas de contacto	40
3.1. Diagrama característico de un muelle simple	47
3.2. Muelle bajo cargas axial y transversal simultáneas	47
3.3. Coef. de longitud efectiva - muelle cargado axialmente	48
3.4. Curva teórica de pandeo - muelle helicoidal comprimido	49
3.5. Muelles - suspensión primaria	50
3.6. Diagramas característicos amortiguador	51
3.7. Diagramas característicos típicos	52
3.8. Amortiguador viscoso - esquema simplificado	53
3.9. Circuito genérico del sistema de suspensión neumática	54
3.10. Bucle de histéresis típico en suspensiones neumáticas	56
3.11. Esquema dinámico básico	57
3.12. Modelo de Oda - Nishimura	57
3.13. Modelo VAMPIRE	58

3.14. Modelo GENSYS	59
3.15. Modelo esquemático - suspensión neumática	60
3.16. Barra de tracción (biela de arrastre)	62
3.17. Biela de arrastre - modelo esquemático	63
3.18. Barra de torsión	64
3.19. Barra de torsión - modelo esquemático	64
3.20. <i>Silentblock</i> (brazo articulado en suspensión primaria)	66
3.21. <i>Silentblock</i> - modelo simple no lineal	67
3.22. <i>Silentblock</i> - modelo esquemático	67
3.23. Semi-dupla ferroviaria articulada	68
3.24. Modelo esquemático de conexiones - bogie de coche	69
3.25. Modelo esquemático de conexiones - unidad motriz	70
3.26. Resolución del sistema de ecuaciones dinámicas	74
4.1. Diagrama de bifurcación - transición subcrítica	80
4.2. Diagrama de bifurcación - transición supercrítica	81
4.3. Comparativa de métodos	84
4.4. Tipos de respuesta del sistema	90
4.5. Influencia k_x - respuesta amortiguada	91
4.6. Influencia k_y - respuesta amortiguada	91
4.7. Influencia k_x - respuesta ciclo límite	92
4.8. Influencia k_y - respuesta ciclo límite	92
4.9. Espectro típico de irregularidad de vía	94
4.10. Respuesta del sistema - excitación estocástica	96
4.11. Desplazamiento lateral de coches/UM (simulación n°1)	97
4.12. Desplazamiento lateral de coches/UM (simulación n°2)	97
4.13. Desplazamiento lateral de coches/UM (simulación n°3)	98
4.14. <i>Rolido</i> de coches/UM (simulación n°1)	98
4.15. <i>Rolido</i> de coches/UM (simulación n°2)	99
4.16. <i>Rolido</i> de coches/UM (simulación n°3)	99
4.17. Movimiento de lazo de coches/UM (simulación n°1)	100
4.18. Movimiento de lazo de coches/UM (simulación n°2)	100
4.19. Movimiento de lazo de coches/UM (simulación n°3)	101
4.20. Determinación de velocidad crítica - variante <i>ramping</i>	102
4.21. Criterios de seguridad	104
4.22. Curvas de nivel para velocidad constante - CS: 2 seg	105
4.23. Curvas de nivel para velocidad constante - CS: 5 seg	105
4.24. Influencia amortig. anti-lazo $C_{sx} / C_{sy} = 10000$ kNs/m	108
4.25. Influencia amortig. anti-lazo $C_{sx} / C_{sy} = 20000$ kNs/m	108
4.26. Influencia amortig. anti-lazo $C_{sx} / C_{sy} = 30000$ kNs/m	109
4.27. Influencia amortig. lateral $C_{sy} / C_{sx} = 10000$ kNs/m	109
4.28. Influencia amortig. lateral $C_{sy} / C_{sx} = 20000$ kNs/m	110
4.29. Influencia amortig. lateral $C_{sy} / C_{sx} = 30000$ kNs/m	110
4.30. Instrumentación	114
4.31. Velocidad de circulación por tramos	115
4.32. Esquema de ubicación de sensores	115
4.33. Espectro de frecuencias - aceleración lateral - coche delantero	117
4.34. Espectro de frecuencias - aceleración lateral - coche trasero	117
4.35. Espectro de frecuencias - velocidad lateral - coche delantero	118
4.36. Espectro de frecuencias - velocidad lateral - coche trasero	118
4.37. Espectro de frecuencias - desplazamiento lateral - coche delantero	119

4.38. Espectro de frecuencias - desplazamiento lateral - coche trasero	119
A.1. Sistemas de coordenadas	127
A.2. Elementos de conexiones - bogie UM	128
A.3. Elementos de conexiones - bogie UM (continuación)	129
A.4. Elementos de conexiones - bogie coche	129
A.5. Elementos de conexiones - bogie coche (continuación)	130
A.6. Elementos de conexiones - bogie coche (continuación)	130

Índice de tablas

1.1. Principales datos técnicos del vehículo Alerce®	6
2.1. Sistemas de coordenadas	16
2.2. Valores habituales de conicidad equivalente	23
2.3. Conicidad máxima para desplazamiento estable	23
4.1. Propiedades físicas de la dupla	89
4.2. Constantes de suspensión - estudio n°1	89
4.3. Clasificación de las irregularidades de vía	95
4.4. Constantes de suspensión - estudio n°2	95
4.5. Pruebas de determinación de velocidad crítica no lineal	102
4.6. Constantes de suspensión - estudio n°3	103
4.7. Constantes de suspensión - estudio n°4	106
4.8. Constantes de suspensión - validación	116
A.1. Ubicación geométrica de componentes de suspensión	131

Capítulo 1

Introducción

La búsqueda de la optimización de los transportes ferroviarios ha generado la necesidad de afrontar la posibilidad de elaborar diseños capaces de disminuir el consumo energético y los costos asociados al mantenimiento, sin perjuicio en las especificaciones relacionadas a los aspectos operativos y evitando afectar negativamente las condiciones de seguridad de la formación, preservando los índices de marcha o confort sobre el pasajero dentro del rango de comodidad aceptable. La utilización de formaciones compuestas por unidades múltiples de tracción y configuración articulada han alcanzado satisfacer parcialmente dichos objetivos presentando, sin embargo, algunas particularidades dinámicas inherentes al concepto de vehículo articulado: el comportamiento dinámico local (componente o coche) es dependiente de la dinámica global de la formación completa. Debido a dicha razón, el proceso de diseño adquiere mayor grado de complejidad y requiere la comprensión de los fenómenos de acoplamiento presentes, los cuales producen efectos negativos sobre la estabilidad del vehículo, las condiciones de seguridad de circulación y la transmisión indeseada de las vibraciones a los coches afectando la integridad estructural y la obtención de las condiciones de confort óptimas. De esta manera, y debido a la reducida información bibliográfica acerca del modelado y estudio del comportamiento dinámico referidos a los vehículos ferroviarios articulados, el objetivo general de la presente tesis reside en la extensión, al ámbito ferroviario, del rango de aplicación de las herramientas de modelado de sistemas físicos con especial enfoque en modelos articulados modulares, mediante la utilización de las herramientas del cálculo diferencial, la simulación computacional y el análisis dinámico no lineal, con el fin de aportar conclusiones provechosas dirigidas a la reducción de tiempos de cálculo y diseño, disminuyendo los costos a partir de la aplicación de las modificaciones, mejoras u optimización en etapas tempranas o preliminares del proyecto.

1.1. Clasificación de vehículos ferroviarios articulados

Existen dos tipos de vehículos ferroviarios: a tracción estándar, propulsados por una locomotora cuya fuente energética puede ser del tipo eléctrica, diésel o dual (bimodal/híbrida), y las denominadas unidades de tracción múltiple (MU, del inglés *multiple unit*), cuya característica es poseer dos o más unidades motrices (locomotoras o coches automotor). De manera similar a los vehículos de tracción estándar, la fuente de energía de las MU puede ser del tipo eléctrica (EMU) o diésel (DMU). Las unidades múltiples de tracción diésel pueden sub-clasificarse según el tipo de transmisión utilizada para accionar al par montado: eléctrica (DEMU), hidráulica (DHMU) o mecánica (DMMU). Por otro lado, la totalidad de vehículos anteriormente citados pueden clasificarse respecto del tipo de acoplamiento entre unidades: no articulados o configuración convencional, donde cada coche y/o unidad motriz posee dos bogies y el acoplamiento entre los primeros se realiza mediante el típico enganche automático *Scharfenberg* (Figura 1.1), y las formaciones articuladas cuya unión entre coches se realiza mediante diferentes tipos de mecanismos que permiten el movimiento relativo pero generando cierto grado de acoplamiento, inexistente en configuraciones convencionales. Debido a

esta última particularidad, los vehículos no articulados pueden ser analizados limitando el estudio a sólo una unidad, cuyo comportamiento dinámico es representativo de la dinámica general de la formación. En el caso de la variante articulada, la interacción entre coches produce el acoplamiento desde el punto de vista dinámico, generando la necesidad del análisis íntegro de toda la composición ferroviaria [1].

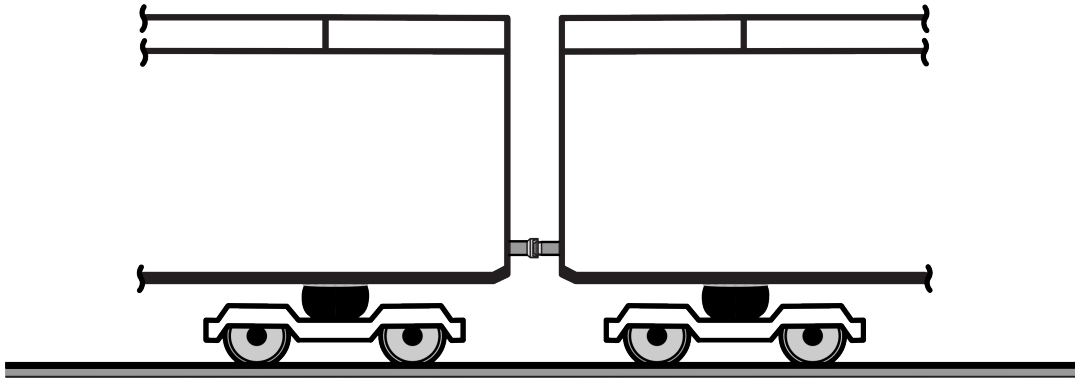
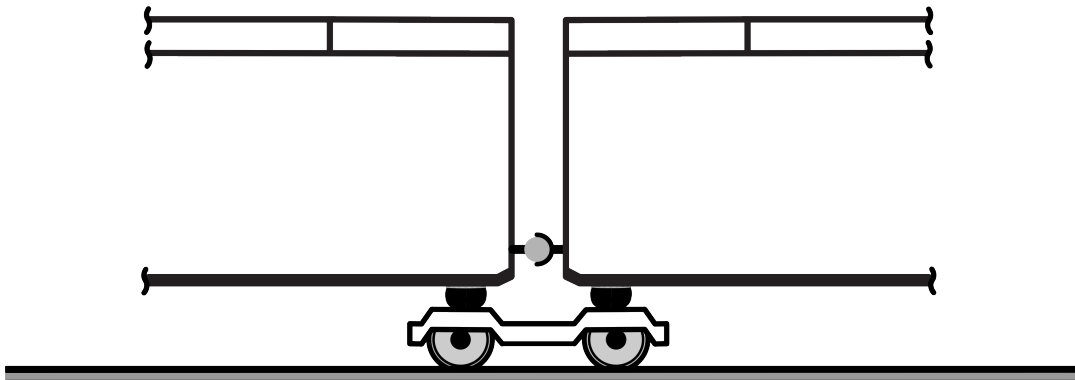
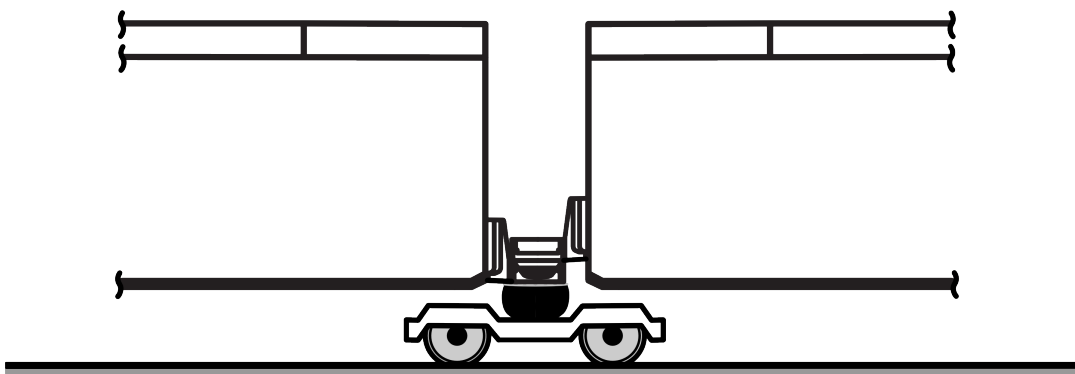


FIGURA 1.1: Configuración convencional.



(A) Apoyo doble.



(B) Apoyo simple.

FIGURA 1.2: Disposición tipo Jakobs.

Las configuraciones utilizadas actualmente en unidades de tracción múltiple son las observadas en las Figuras 1.2 a 1.4. La disposición de bogie compartido tipo Jacobs (o Jakobs)

(Figura 1.2) se basa en la utilización de un bogie convencional ubicado entre coches intermedios, los cuales se encuentran sustentados por la suspensión secundaria. A su vez, la combinación de Jacobs posee dos variantes en su aplicación práctica: de apoyo doble (Figura 1.2a), donde cada coche posee suspensión neumática individual y conectados entre ellos mediante una cupla rotoide (articulación flexible), y único apoyo (Figura 1.2b), donde sólo un coche se encuentra apoyado sobre la mesa transversal de la suspensión secundaria, de manera que el coche restante articula sobre el primero a través de un par esférico. El apoyo único posee la ventaja de reducir la influencia de la dinámica del bogie sobre el coche montado, siendo ésta la principal razón de su utilización en formaciones de muy alta velocidad [2] como los modelos franceses TVG[®], de la empresa estatal SNCF (*Société nationale des chemins de fer français*) y el AVG[®], basado en el TVG Duplex, diseñado y construido íntegramente por Alstom. En el caso de los bogies Jacobs de apoyo doble, la articulación presenta características de menor complejidad debido a la necesidad de sólo transmitir el esfuerzo de tracción entre unidades. Como ejemplo de esta última variante pueden citarse los modelos Talent III[®] de la canadiense Bombardier, el Coradia LINT[®] francés de Alstom, el FLIRT[®] de la compañía suiza Stadler AG, el IC3[®] diseñado por ABB Scandia (actualmente parte de Bombardier Transportation) y la familia de vehículos CIVIA[®] de la española CAF (Construcciones y Auxiliar de Ferrocarriles).

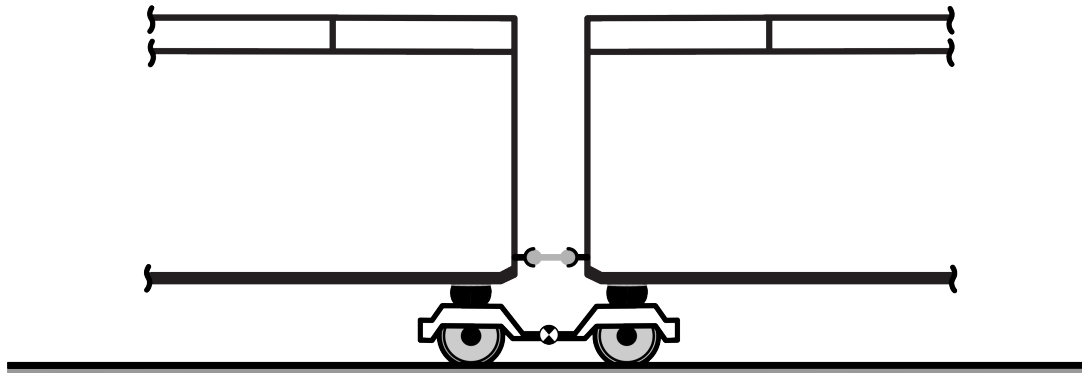
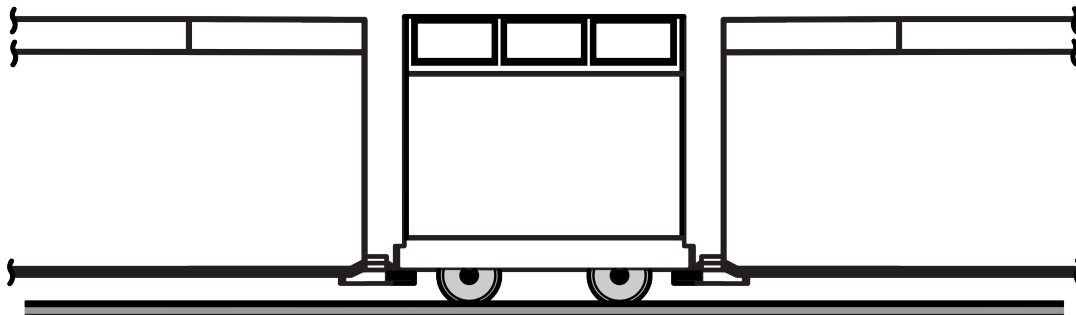


FIGURA 1.3: Bogie articulado (FEBA).

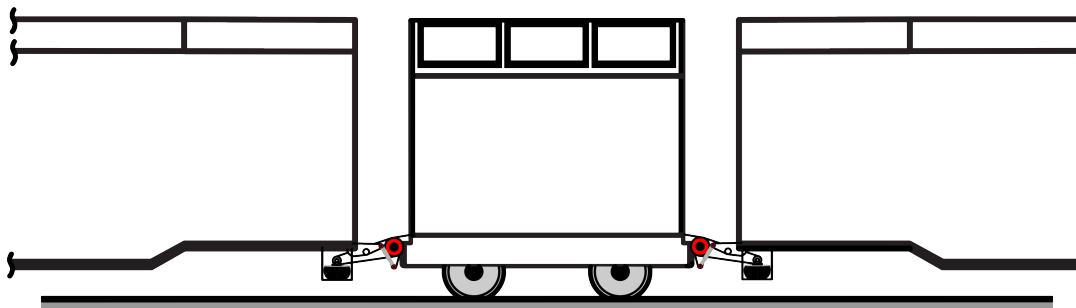
En la Figura 1.3 se puede observar otro tipo disposición articulada utilizando un bogie tipo Jacobs (compartido) conformado por dos pares montados individuales conectados mediante un cuadrilátero articulado de barras paralelas, el cual permite el movimiento relativo asegurando el guiado independiente. Dicho modelo de bogie es denominado FEBA (tren de rodadura flexible de eje individual), diseñado por la empresa Bombardier y sus principales ventajas son presentar excelente comportamiento en trayectos curvos, baja generación de esfuerzos sobre la vía, reducir el desgaste en los perfiles de la rueda y riel, permitir el ahorro de energía debido a menor esfuerzo de tracción necesario y facilitar el mantenimiento debido al desacople simplificado de su diseño [3]-[5].

Otra variante de vehículo articulado es la observada en la Figura 1.4. Son formaciones modulares cuya unidad motriz se encuentra dispuesta en ubicación inter-coche. La configuración presenta una particularidad referida a la cantidad de bogies existentes por unidad remolcada: cada coche posee un extremo de su chasis montado sobre la unidad motriz y soportado por sólo un bogie, ubicado en el extremo opuesto. La unidad motriz aloja la totalidad de equipos utilizados para la tracción de la formación (motores combustión, generadores, equipos de transmisión, etc.) y sirve, a su vez, como corredor de pasajeros permitiendo la comunicación interna entre ambos coches conectados. Estos tipos de vehículos pueden alcanzar velocidades cercanas al límite del rango considerado convencional (160-170 km/h) y su

diseño estructural liviano, fabricado en aluminio de alta resistencia, permite optimizar el consumo energético y le otorga la capacidad de desarrollar altas tasas de aceleración y frenado. La versatilidad de combinación de unidades permite mayor flexibilidad operativa ampliando la configuración respecto de la disposiciones de ejes: según norma UIC [6], versiones denominadas $2'(Bo)2'$, $2'(Bo)2'2'$, $2'(Bo)(Bo)2'$ y $2'(Bo)2'+2'(Bo)2'$, donde la sílaba *Bo* encerrada entre paréntesis representa a dos pares montados motrices en una misma unidad. Como arquetipos de esta configuración se pueden citar los modelos GTW[®] (EMU - DMU) de la firma Stadler AG (Figura 1.4a), cuya articulación se compone de una cupla rotoide dispuesta con su eje axial de manera vertical u horizontal [7], y la dupla ferroviaria Alerce[®] de la empresa EMEPA (Figura 1.4b), en versión DHMU y de similares características al GTW[®] excepto en la composición completa de la suspensión inter-coche, la cual presenta aspectos optimizados permitiendo el aumento del confort de marcha [8].



(A) Cupla rotoide - eje axial vertical (GWT[®] Stadler).



(B) Cupla rotoide - eje axial horizontal (Alerce[®]).

FIGURA 1.4: Disposición con chasis semi-montado.

1.2. Análisis dinámico en el ámbito ferroviario

En la Figura 1.5 se observan los diferentes tipos de planteamiento en el análisis de la dinámica en formaciones ferroviarias en general. La dinámica longitudinal, habitualmente considerada desacoplada de las direcciones restantes debido a poca influencia sobre ellas, abarca exclusivamente los fenómenos donde se presenta la interacción, en la dirección longitudinal, de la totalidad de los componentes de la formación, inclusive en aquellas cuya configuración general corresponda al caso convencional. Los estudios más representativos de la dinámica longitudinal son: respuesta ante esfuerzos de tracción y frenado, obteniendo las tasas de aceleración/desaceleración en carga máxima; estudio del estado de deformación de los coches generada por accidentes de impacto; y confort longitudinal debido al efecto de la tasa de aceleración. El estudio de comportamiento lateral es utilizado con propósitos

referidos al análisis de seguridad: estabilidad lateral, procesos de descarrilamiento y determinación de la velocidad máxima de circulación. La combinación de respuesta lateral/vertical se reserva para el análisis del efecto del estado superficial de la vía (irregularidades) sobre el vehículo, con la correspondiente influencia en el confort de marcha total sobre el pasajero. Si bien el análisis del comportamiento en trayectos curvos utiliza modelos combinados (lateral/vertical), es generalmente considerado como estudio independiente debido a fenómenos particulares de exclusiva ocurrencia en curva: circulación con contacto de rueda constante sobre pestaña, ausencia de oscilaciones periódicas, procesos complejos de guiado en el bogie y esfuerzos de contacto lateral de gran magnitud, derivando en excesivo desgaste del par rueda-riel.

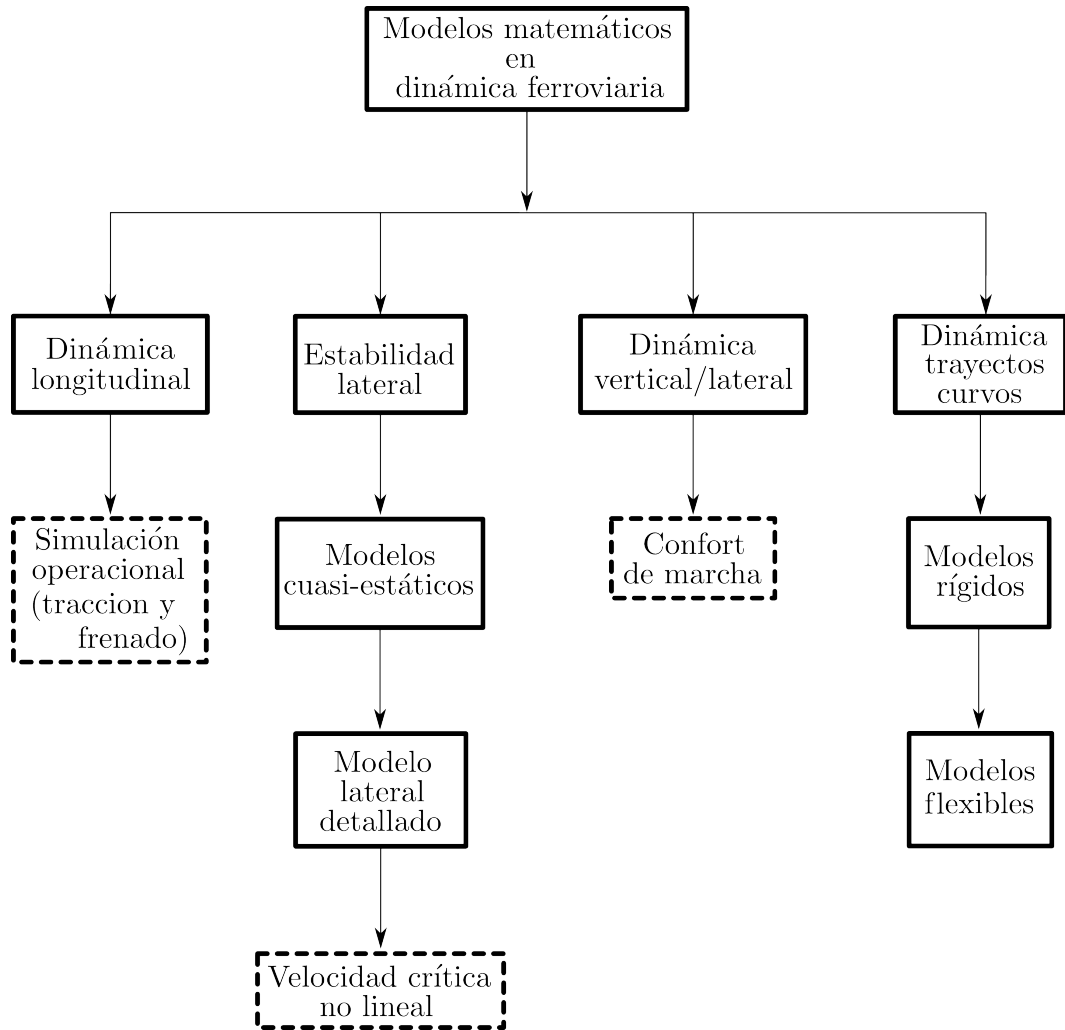


FIGURA 1.5: Clasificación de modelos de análisis en vehículos ferroviarios.

1.3. Objetivos de la tesis

El presente estudio tiene por objeto general analizar el comportamiento dinámico lateral de la dupla articulada de fabricación nacional denominada Alerce[®] (Figuras 1.6 a 1.8): unidad de tracción múltiple inter-coche compuesta por bogies multi-trocha, de bajo peso estructural y reducido consumo energético, y cuya información técnica detallada puede observarse en la Tabla 1.1 [8]. Dicha dupla se encuentra actualmente en funcionamiento como transporte de pasajeros en la línea Belgrano Norte, en el área metropolitana de la Ciudad

de Buenos Aires, Argentina. En términos particulares, se analiza la influencia de las propiedades de los componentes de la suspensión y conexiones en general sobre la determinación de la velocidad longitudinal máxima de circulación, de manera de visualizar los parámetros críticos que producen sustancial mejora en el comportamiento de la formación.

TABLA 1.1: Principales datos técnicos del vehículo Alerce®

Características	Descripción
Composición	2 coches remolcados (CR) + 1 unidad motriz (UM)
Longitud/ancho	<ul style="list-style-type: none"> • 40 m (total)/3m • 17 m (CR); 4 m (UM)
Peso	<ul style="list-style-type: none"> • 48 t (total) • Distribución: 11 t (eje motor); 6.5 t (eje remolque)
Máxima velocidad de circulación/diseño	90 km/h (120 km/h)
Capacidad de pasajeros	240 (total)/ 120 (sentados)
Bastidor de bajo peso estructural	Aluminio 6082 T6
Motorización	Turbo-diésel, 600 HP (2x300), 6 cilindros en línea (7146 cc), 17.6:1 (RC), inyección directa
Transmisión	<ul style="list-style-type: none"> • Hidrostática: bombas 165 cc/rev + motores 280 cc/rev • Relación de transmisión: $i=4.1:1$
Suspensión primaria	Caja oscilante con muelles helicoidales y amortiguadores de doble efecto asimétrico
Suspensión secundaria	Neumática, con compensación automática de altura y amortiguador vertical
Sistema de frenado	<ul style="list-style-type: none"> • Electro-neumático a disco (CR) • Hidrostático (UM)



FIGURA 1.6: Dupla ALERCE [9] - Fotografía: elaboración propia.



FIGURA 1.7: Vista lateral - Dupla ALERCE - Fotografía: elaboración propia.



FIGURA 1.8: Detalles - Dupla ALERCE - Fotografía: elaboración propia.

1.3.1. Principal aporte original

- La ausencia de referencias en la literatura relativas al modelado multicuerpo y análisis dinámico de formaciones ferroviarias modulares articuladas compuestas por chasis de coche semi-montado, genera el interés práctico de sentar una base introductoria cuyo objetivo abarca la comprensión de los fenómenos físicos relevantes y el grado de influencia de los diferentes parámetros intervinientes en el comportamiento de vehículos conformados por la citada configuración.
- Adicionalmente, se propone una optimización no innovadora de la suspensión secundaria del vehículo real con la finalidad de incrementar la estabilidad general, ponderada mediante el análisis del comportamiento lateral, y obtener mayores velocidades de circulación sin comprometer la seguridad frente al descarrilamiento.

1.4. Organización de la tesis

El presente trabajo se encuentra conformado por cinco capítulos con el adicional de dos apéndices. La secuencia de presentación corresponde al enfoque clásico observado en la literatura respectiva. Con el objetivo de intentar ofrecer un desarrollo gradual del temario presentado, facilitando así su comprensión, se ha dividido el contenido en grupos generales afines para luego realizar su conjunción. A continuación, se describen brevemente y de manera general los temas abordados en cada capítulo:

- Capitulo n°2
 - Se analizan en profundidad el proceso geométrico y el estudio cinemático del contacto rueda-riel y su caracterización acorde a parámetros representativos.
 - Se citan las teorías, simplificaciones e hipótesis utilizadas en el análisis del estado de tensional existente y en la obtención de las fuerzas generadas como respuesta a los fenómenos físicos ocurridos en la zona de contacto.
- Capitulo n°3
 - Se describen los diferentes enfoques de modelado matemático y los tipos de esquemas para representar los elementos de suspensión de un vehículo ferroviario.
 - Se seleccionan las variantes de modelado a utilizar, caracterizando los componentes físicos y se conforma la metodología de resolución del sistema de ecuaciones que describen el comportamiento dinámico de la formación.
- Capitulo n°4
 - Se introducen los fenómenos y conceptos esenciales para la comprensión y valoración del comportamiento dinámico lateral del vehículo ferroviario y se explican los diferentes métodos numéricos existentes para la obtención de la solución simulada.
 - Se evalúan diferentes combinaciones de parámetros físicos pertenecientes a los componentes de suspensión y se determina su influencia en la magnitud de la velocidad longitudinal de circulación, subdividiendo el estudio de la siguiente manera:
 - Determinación de la rigidez longitudinal/lateral primaria óptima.
 - Efecto del amortiguamiento ubicado en conexiones inter-coche sobre el comportamiento lateral de la formación.
 - Influencia del amortiguamiento longitudinal secundario en la estabilidad lateral del vehículo.
 - Obtención de la velocidad máxima longitudinal mediante el estudio detallado del diagrama de bifurcación.
 - Influencia de los diferentes criterios de análisis sobre la determinación de los parámetros objetivos.
 - Se realiza la validación experimental general del modelo matemático mediante adquisición de datos y análisis espectral de señales.
- Capitulo n°5
 - Se detallan las conclusiones obtenidas tras el análisis de los resultados y se plantean futuras extensiones de trabajo relativas a la investigación realizada.
- Apéndices
 - Se realiza la descripción geométrica del vehículo y la referencia de ubicación de los elementos de suspensión.
 - Se ofrece el planteamiento completo de las ecuaciones dinámicas de movimiento para los modelos estudiados en la tesis.

Capítulo 2

Contacto rueda-riel

2.1. Introducción

El campo de estudio que abarca el análisis del contacto mecánico entre rueda y riel comprende, no sólo el conocimiento de la dinámica general del vehículo, sino además el entendimiento del estado tensional y de deformación de los cuerpos, las particularidades geométricas de las superficies en contacto y las propiedades mecánicas de los materiales utilizados. La combinación de deformación elástica, rodadura con micro-deslizamientos, la aplicación de cargas normales y la aparición de tensiones tangenciales resultantes por la existencia de rozamiento, genera un estado complejo que requiere el estudio detallado de cada aspecto que lo conforma. Una vez conocida la dimensión y forma del área donde ocurre el contacto y la ley de distribución de tensiones normales, es necesario la aplicación de teorías particulares con el objetivo de hallar las tensiones tangenciales que interaccionan como respuesta al desplazamiento relativo de los pares montados del vehículo respecto de la vía. Las hipótesis de partida que limitan las teorías utilizadas dependen de manera directa de las condiciones y naturaleza del sistema físico. El uso de perfiles completamente nuevos o la consideración del desgaste en los perfiles de las ruedas, la presencia de contaminantes en la zona de contacto y la circulación en trayecto recto o en curva, son algunos de los tantos aspectos que influyen sobre el análisis para resolver el problema de contacto. Los diferentes métodos, procedimientos y teorías utilizadas en el análisis toman, como base de descripción, fenómenos físicos específicos en el contacto entre dos cuerpos en movimiento relativo, a saber:

- Deslizamiento (*slipping*): ocurre durante la rotación de la rueda, donde la velocidad tangencial en el punto de contacto es mayor a la correspondiente a rodadura pura, debido principalmente a la pérdida de adherencia bajo la aplicación de torque de tracción.
- Resbalamiento (*slidding*): ocurre durante la operación de frenado y se caracteriza por la existencia de movimiento relativo entre la rueda y el riel pero sin presencia de rotación.
- *Creepage*: velocidad relativa normalizada entre cuerpos, en el punto de contacto y producida por la existencia de deslizamiento.
- *Spin creepage*: deslizamiento producido por la rotación relativa entre los cuerpos alrededor del eje normal a la superficie de contacto. Se diferencia de los *creepages* longitudinal y lateral por ser un parámetro no adimensional.
- *Creep*: combinación de contacto por adherencia y zona parcial de deslizamiento. Comprende el estado de transición entre la rodadura pura y la pérdida total de adherencia.
- Fuerzas de *creep*: esfuerzos tangenciales debidos a la existencia de *creepage* en contacto por fricción seca (rozamiento estático predominante bajo cargas elevadas, aún en presencia de contaminantes)

- Semi-espacio infinito de contacto: superficie plana donde la aplicación de una carga puntual no afecta el estado tensional de los puntos próximos a la zona de aplicación.

La fuerza resultante del contacto entre dos cuerpos, la forma y dimensiones del área de contacto y la distribución de tensiones y deformaciones ocurridas en dicha interfaz, conforman un estado complejo cuyo análisis y resolución se encuentran limitadas por numerosas hipótesis. En general, la variedad de casos posibles se pueden clasificar dependiendo de los siguientes aspectos considerados [10]:

- Geometría de los cuerpos (estado plano o tridimensional, superficies lisas o rugosas).
- Propiedades del material (constante, cuasi-identidad, aleaciones).
- Modo de deformación (elástico, visco-elástico, deformación plástica pura).
- Fuerzas de contacto analizadas (normales o tangenciales).
- Tipo de movimiento relativo (estático, rodadura, deslizamiento).
- Magnitud de la velocidad del movimiento relativo.

Con el objetivo de reducir y facilitar el análisis del contacto, es posible considerar determinadas simplificaciones permitiendo hallar soluciones numéricas individuales eficientes para cada problema en particular sin incurrir en la pérdida significativa de exactitud [10]. El proceso de resolución del problema completo del contacto rueda-riel puede ser abordado en diferentes etapas de acuerdo a la siguiente metodología de separación [11]:

- Análisis geométrico: búsqueda de la ubicación de los puntos de contacto rueda-riel y parámetros geométricos (radios de curvatura de las superficies en el punto/zona de contacto, radio de rodadura efectivo y ángulo respecto del eje horizontal).
- Análisis cinemático del movimiento relativo del par montado: pseudo-deslizamientos (creepages).
- Solución del problema normal: determinación de la forma y dimensiones de la zona de contacto; distribución de presión normal.
- Cómputo del problema tangencial: cálculo de las fuerzas tangenciales longitudinales y laterales en el plano de contacto.

2.2. Análisis geométrico

La posición del par montado varía continuamente en forma oscilatoria sobre la dirección lateral respecto de la vía. La ubicación exacta de la zona de contacto dependerá principalmente de las características geométricas de los perfiles de la rueda y el riel, del grado de curvatura de vía y de la ubicación, delantera o posterior, del par montado respecto de su correspondiente bogie. En circulación sobre una trayectoria de vía recta, la rueda tiende a realizar su movimiento aproximadamente sobre la banda de rodadura, mientras que en trayectos curvos el contacto se realiza prácticamente sobre la pestaña de la rueda [12]. En general, y considerando las combinaciones correspondientes de perfiles de rueda y riel nuevos, el contacto entre superficies ocurre sobre un punto (contacto no conforme). Para combinaciones de perfiles no aconsejadas o en presencia de desgaste, el contacto puede presentar mayor grado de conformidad y, durante el golpe de pestaña o cambio de vía, es posible que ocurra el contacto multi-punto [10]. Para conocer los radios de curvatura y demás parámetros geométricos es necesario determinar el punto físico donde ocurre el contacto rueda-riel mediante uno de los dos enfoques existentes hasta la actualidad [11], [13]:

(i) Contacto rígido

Se basa en la búsqueda de la menor distancia entre los potenciales puntos, bajo la restricción de cumplir con la condición de un único contacto continuo y tangente. Debido a la sucesiva comparación entre posibles puntos de contacto es necesario definir las superficies mediante gran cantidad de puntos para asegurar la rigurosidad en la detección. La relación geométrica del par de perfiles es expresada mediante las ecuaciones algebraicas no lineales (2.1) y (2.2), en función del ángulo de lazo ψ , el desplazamiento lateral y del par montado y la coordenada longitudinal x respecto de la vía.

- Ángulo de rolido alrededor del eje longitudinal de la vía

$$\theta = f(\psi, y, x) \quad (2.1)$$

- Desplazamiento vertical del baricentro del par montado

$$z = f(\psi, y, x) \quad (2.2)$$

Este procedimiento presenta algunas desventajas, a saber:

- Debido a la gran cantidad de puntos que representan los perfiles, el procedimiento tiene un elevado coste de cómputo. Para subsanar dicho inconveniente, se elaboran tablas pre-calculadas con los parámetros característicos del contacto geométrico en función del desplazamiento lateral y el ángulo de lazo del par montado.
- La presencia de irregularidades en la vía produce el desplazamiento de las superficies y no asegura la restricción de contacto continuo. Usualmente, se utilizan tablas N-dimensionales pre-calculadas en función de los parámetros mediante los cuales se caracterizan los defectos de la superficie del riel y el trazado de la vía.
- Otra condición para asegurar las expresiones de restricción (2.1) y (2.2) es la necesidad que las superficies presenten la suficiente continuidad en su contorno para permitir la condición de contacto no conforme tangente y único.
- Como consecuencia directa de la observación anterior, este método no permite la presencia de doble y múltiple contacto, y es prácticamente imposible su utilización en perfiles reales con desgaste.

No obstante, el enfoque de contacto rígido es ampliamente utilizado por su relativa facilidad de implementación en conjunto con las ecuaciones de estado del sistema, permitiendo alta eficiencia computacional. Los trabajos más relevantes en la aplicación del método de contacto rígido fueron los descritos por Wang [14], para el caso 2D mediante un proceso gráfico de búsqueda iterativa, y el realizado por Li [15], para el caso 3D por medio de un procedimiento totalmente analítico.

(ii) Contacto elástico

Se asume que el par montado posee seis grados de libertad respecto del riel y la restricción en la dirección normal es simulada mediante un elemento de contacto elástico y un coeficiente de amortiguamiento. El movimiento relativo del par montado origina áreas de posible intersección entre los perfiles (solapamiento de secciones), de manera que la fuerza en la superficie de contacto sea proporcional a la máxima distancia de intersección producida (deformación elástica local). La fuerza normal resultante es calculada por medio de la teoría no lineal de Hertz [16]. De manera similar al contacto rígido, este procedimiento presenta diversas particularidades en su implementación:

- La ausencia de restricción geométrica permite el contacto multi-punto, siendo posible la simulación del golpe de pestaña en simultáneo. Debido a ello, es considerado como un método eficiente para el cálculo de fuerzas normales en presencia de perfiles de rueda con desgaste.
- Debido a la consideración de seis grados de libertad independientes, el contacto normal en cada instante debe ser calculado en conjunto a las ecuaciones de estado del vehículo completo, aumentando el coste computacional de la simulación.
- El coeficiente de contacto no lineal de Hertz depende de las características geométricas de las superficies de contacto [16], produciendo la necesidad de cálculo en cada instante. Los métodos simplificados permiten la obtención de la fuerza normal utilizando un coeficiente de contacto constante estimado por el coeficiente de rigidez promedio para la carga nominal estática sobre el par montado.

El método de contacto elástico ha sido estudiado en gran cantidad de investigaciones, ya sea en su versión semi-elástica [13], [17]-[19], cuya particularidad es permitir la co-penetración de las superficies sin considerar la deformación de los cuerpos, y las formulaciones totalmente elásticas [20]-[26], incluyendo el caso 3D conforme [27].

2.2.1. Procedimiento de búsqueda de puntos de contacto

En general, considerar a los cuerpos como sólidos rígidos durante el análisis de posición produce resultados satisfactorios [10]. El proceso iterativo de búsqueda del punto de contacto debe incluir los grados de libertad que influyen sobre el movimiento relativo de la rueda sobre el riel. Los grados de libertad independientes considerados son el desplazamiento lateral y el movimiento de lazo alrededor del eje vertical respecto centro de la vía, sin embargo, la exclusión del ángulo de lazo en el proceso no produce error significativo [1] y permite abordar el problema en forma bidimensional, simplificando relativamente el análisis.

- Suposiciones en la búsqueda de puntos de contacto:
 - Ambos cuerpos (rueda y riel) son considerados como sólidos rígidos.
 - El perfil teórico de la rueda es una superficie de revolución simétrica y el riel posee directriz recta.
 - Ambos perfiles son nuevos. No se consideran modificaciones en la forma original como consecuencia del desgaste y el flujo plástico del material.

La determinación de los potenciales puntos de contacto se basa en la búsqueda iterativa de la distancia Δz mínima entre perfiles de rueda y riel (Figura 2.1). La condición ideal en la búsqueda se refleja en la expresión (2.3), sin embargo, y debido a las particularidades del método gráfico, se ha seleccionado un criterio de aceptación en la detección (2.4) basado en una tolerancia admisible $\epsilon = 10^{-4} mm$.

$$\Delta z_{mín,izq} = \Delta z_{mín,der} \quad (2.3)$$

$$|\Delta z_{mín,izq} - \Delta z_{mín,der}| < \epsilon \quad (2.4)$$

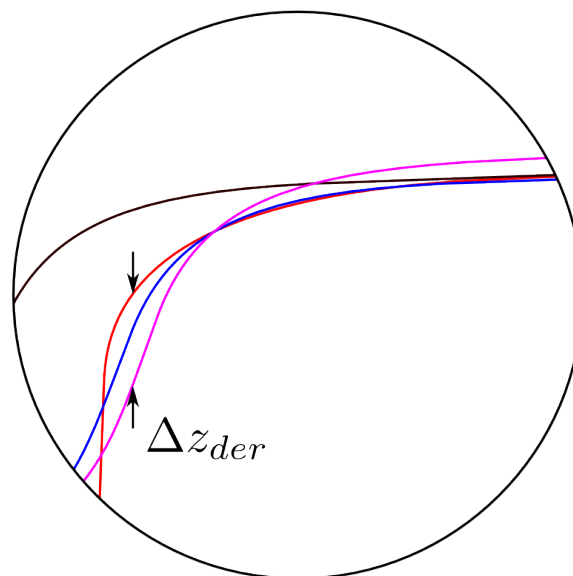
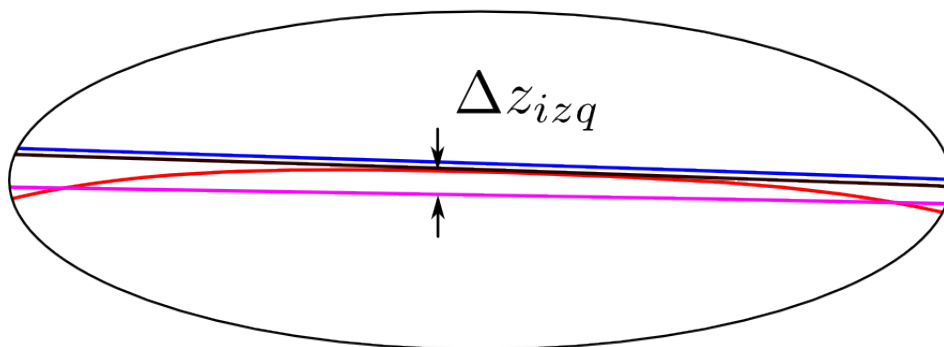
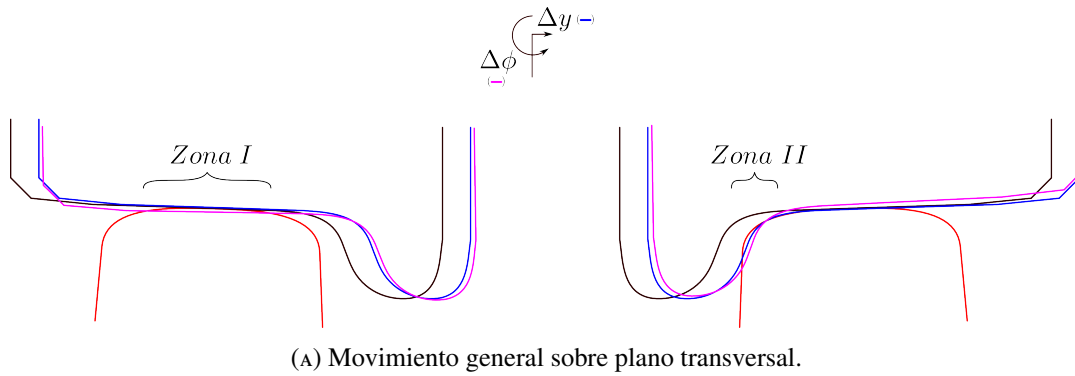


FIGURA 2.1: Análisis de posición del par montado.

A pesar del reducido valor del ángulo de rotación presenciado durante el movimiento del par montado y la afirmación de la poca influencia de la consideración del lazo en la geometría del contacto [1], se ha incluido el efecto del ángulo de lazo ψ respecto del eje vertical mediante la proyección del perfil rotado sobre el plano transversal al trazado de la vía recta.

2.2.1.1. Proceso iterativo

Primeramente, se ha realizado el dibujo de los perfiles teóricos sin desgaste respetando las cotas indicadas en el plano GCTF (MR) 002 [28] y en la norma EN 13674 [29], y exportado los datos de la representación en forma de una función de puntos para ser evaluados en el programa de detección. Los perfiles de los rieles han sido rotados al correspondiente valor de inclinación, posicionados en el sistema de coordenadas de la vía y ubicados a una distancia de separación respecto del origen de coordenadas igual a la semi-trocha de vía.

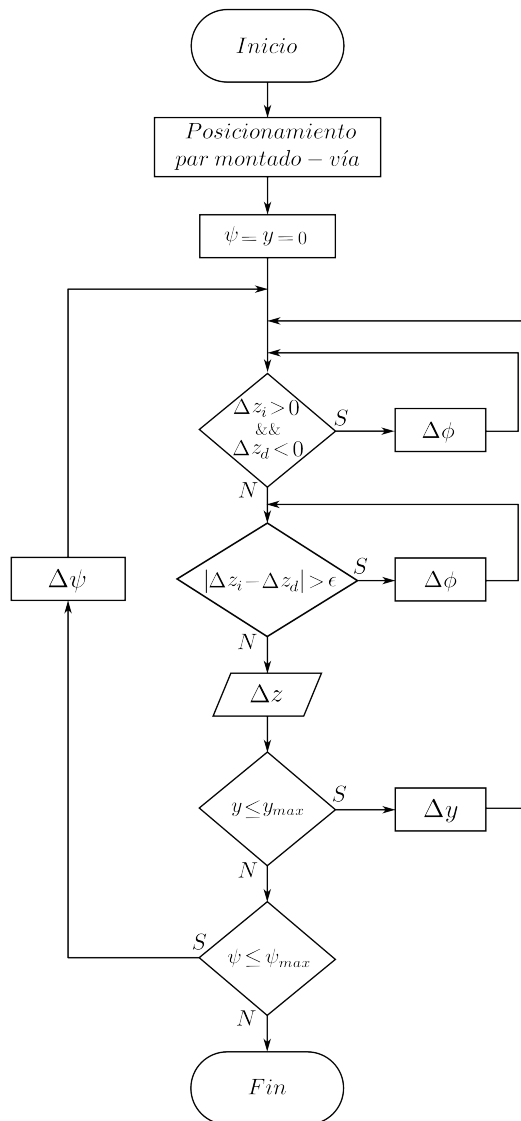


FIGURA 2.2: Diagrama de flujo - búsqueda de puntos de contacto.

Para evitar errores significativos e interferencias no deseadas en la primera iteración y acelerar la convergencia del método, los perfiles de las ruedas se posicionan sobre los rieles separados por una mínima distancia vertical inicial, coincidiendo las coordenadas longitudinal y lateral del baricentro del par montado con las correspondientes al centro de coordenadas.

La Figura 2.2 indica el diagrama de flujo del proceso iterativo de búsqueda de los puntos de contacto y determinación de parámetros geométricos varios. Ubicados los perfiles en la

posición inicial correcta y seleccionados el ángulo de lazo $\Delta\psi$ y desplazamiento lateral Δy de prueba, se comprueba la condición de aceptación (2.4). En caso no verificar dicha condición, se rota el par montado respecto del baricentro un ángulo de rolido en sentido anti-horario determinado por la expresión (2.5) en función de las coordenadas $y_{\min,der}$ e $y_{\min,izq}$ correspondientes a los Δz_{\min} hallados, y nuevamente se comprueba la expresión (2.4).

$$\Delta\phi_i = \frac{|\Delta z_{\min,izq} - \Delta z_{\min,der}|}{y_{\min,der} - y_{\min,izq}} \quad (2.5)$$

Alcanzada la convergencia del proceso, el ángulo de rolido total rotado por el par montado y la distancia vertical z recorrida por su centro geométrico se obtienen mediante las expresiones (2.6).

$$\begin{aligned} \phi_{(\Delta\psi, \Delta y)} &= \phi_0 + \sum_{i=1}^n \Delta\phi_i \\ z_{(\Delta\psi, \Delta y)} &= \frac{\Delta z_{\min,izq} + \Delta z_{\min,der}}{2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Simultáneamente al procedimiento descrito, se obtienen otros parámetros geométricos utilizados posteriormente en el cálculo de la forma y tamaño de la zona de contacto: radios meridionales y circunferenciales de las superficies, radio de rodadura y ángulo efectivo de contacto en el punto determinado.

2.3. Análisis cinemático del par montado

Si durante el movimiento relativo entre dos cuerpos rígidos, uno de ellos en rotación, la velocidad tangencial en el punto de contacto es mayor a la correspondiente a rodadura pura, se asume la presencia del fenómeno denominado deslizamiento puro. No obstante, durante el movimiento de rodadura pueden existir micro-deslizamientos caracterizados bajo un parámetro adimensional cuya definición se encuentra dada por las siguientes expresiones:

- Pseudo-deslizamiento longitudinal

$$v_\xi = \frac{\text{Velocidad longitudinal real} - \text{Velocidad longitudinal de rodadura pura}}{\text{Velocidad longitudinal debida a la rodadura pura}}$$

- Pseudo-deslizamiento lateral

$$v_\eta = \frac{\text{Velocidad lateral real} - \text{Velocidad lateral de rodadura pura}}{\text{Velocidad lateral debida a la rodadura pura}}$$

- Pseudo-deslizamiento de giro (*Spin creepage*) - No adimensional

$$\varphi_\zeta = \frac{\text{Velocidad angular de la rueda}}{\text{Velocidad debida a la rodadura pura}}$$

TABLA 2.1: Sistemas de coordenadas

<i>Tipo</i>	<i>Cuerpo</i>	<i>Origen</i>	<i>Identificación</i>
Inercial o fijo	Vía	Centro de vía	v
Móvil	Par montado	Centro de masas	pm
Móvil	Zona de contacto	Centro de elipse	c

La Tabla 2.1 resume los sistemas de referencia considerados en el análisis geométrico del conjunto par montado-vía (Figura 2.3). La transformación de coordenadas desde un sistema hacia otro se realiza mediante las matrices de rotación descritas a continuación [30]:

■ Matrices de transformación

- Sistema inercial \Rightarrow Par montado

$$M_{vpm} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \phi \\ -\sin \psi & \cos \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} 1 & \psi & 0 \\ -\psi & 1 & \phi \\ 0 & -\phi & 1 \end{bmatrix}$$

- Par montado \Rightarrow Zona de contacto

$$M_{pmc} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta_{i,d} & \pm \sin \delta_{i,d} \\ 0 & \mp \sin \delta_{i,d} & \cos \delta_{i,d} \end{bmatrix}$$

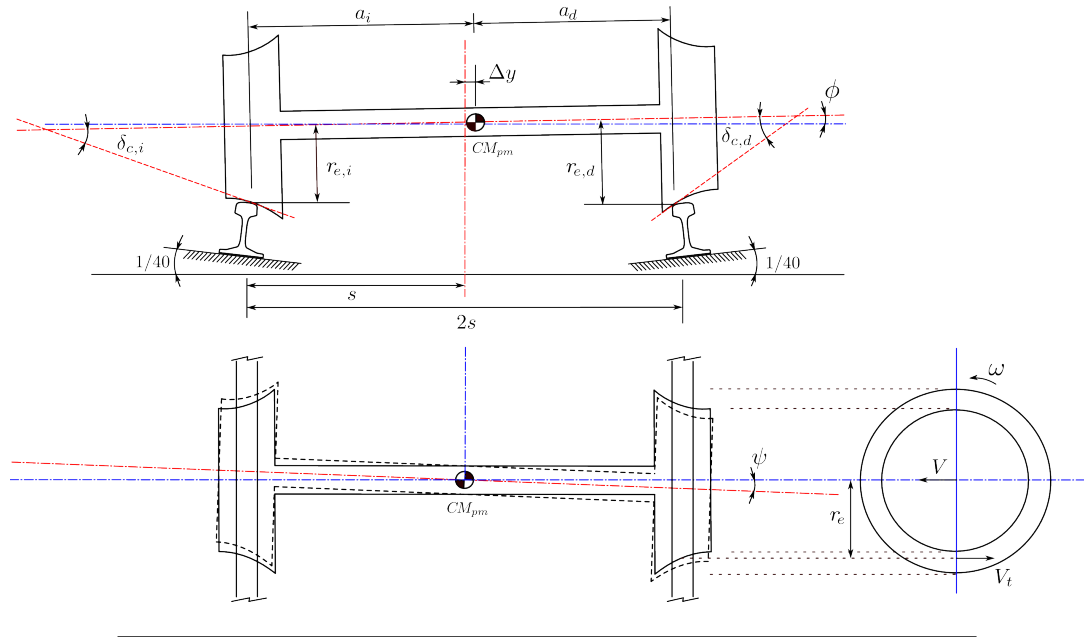


FIGURA 2.3: Movimiento relativo del par montado respecto de la vía.

Según el teorema generalizado de Chasles, el movimiento más general de un sólido rígido es la suma de la traslación del centro de masas y la rotación alrededor de un punto o eje fijo (caso 3D). La velocidad de un punto genérico p respecto del sistema de coordenadas inercial es:

$$V_p = V_{trast} + \omega \times R \quad (2.7)$$

Donde:

$$V_{trast} = V \vec{x}_i + \dot{y} \cdot \vec{y}_i + \dot{z} \cdot \vec{z}_i$$

$$\omega = \dot{\phi} \vec{x}_i + \Omega \cdot \vec{y}_w + \dot{\psi} \cdot \vec{z}_w$$

Utilizando la expresión (2.7), las velocidades de los puntos de contacto i (rueda izquierda) y d (rueda derecha) respecto del sistema de coordenadas del par montado son:

$$V_{i,d} = V_{t,pm} + \omega_{pm} \times r_{i,d} = V_{t,pm} + \omega_{pm} \times \begin{bmatrix} 0 \\ \pm a_{i,d} \\ -r_{i,d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V + \psi\dot{y} - \Omega r_{i,d} + \psi\dot{\phi} r_{i,d} \mp \dot{\psi} a_{i,d} \\ \dot{y} - \psi V + \phi\dot{z} + \dot{\phi} r_{i,d} \\ \dot{z} - \dot{y}\phi \pm \dot{\phi} a_{i,d} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Donde:

$$V_{t,pm} = M_{vpm} \begin{bmatrix} V \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V + \psi\dot{y} \\ \dot{y} - \psi V + \phi\dot{z} \\ \dot{z} - \dot{y}\phi \end{bmatrix}, \quad \omega_{pm} = M_{vpm} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \Omega - \psi\dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Las expresiones de velocidad (2.8) transformadas al sistema de coordenadas móvil ubicado en la zona de contacto, quedan:

$$V_{ci,d} = M_{pmc} V_{pmi,d} = \begin{bmatrix} V + \psi\dot{y} - r_{i,d}\Omega + r_{i,d}\psi\dot{\phi} \mp a_{i,d}\dot{\psi} \\ (\dot{y} - \psi V + \phi\dot{z} + r_{i,d}\dot{\phi}) \cos \delta_{i,d} \pm (\dot{z} - \phi\dot{y} \pm a_{i,d}\dot{\phi}) \sin \delta_{i,d} \\ \mp (\dot{y} - \psi V + \phi\dot{z} + r_{i,d}\dot{\phi}) \sin \delta_{i,d} + (\dot{z} - \phi\dot{y} \pm a_{i,d}\dot{\phi}) \cos \delta_{i,d} \end{bmatrix}$$

Los pseudo-deslizamientos longitudinal v_ξ y lateral v_η normalizados respecto de la velocidad absoluta del vehículo son:

$$v_{\xi i} = \frac{V_{cxi}}{V} = \frac{V + \psi\dot{y} - r_i\Omega + r_i\psi\dot{\phi} - a_i\dot{\psi}}{V} \quad (2.9)$$

$$v_{\xi d} = \frac{V_{cxd}}{V} = \frac{V + \psi\dot{y} - r_d\Omega + r_d\psi\dot{\phi} + a_d\dot{\psi}}{V} \quad (2.10)$$

$$v_{\eta i} = \frac{V_{cyi}}{V} = \frac{(\dot{y} - \psi V + \phi\dot{z} + r_i\dot{\phi}) \cos \delta_i + (\dot{z} - \phi\dot{y} + a_i\dot{\phi}) \sin \delta_i}{V} \quad (2.11)$$

$$v_{\eta d} = \frac{V_{cyd}}{V} = \frac{(\dot{y} - \psi V + \phi\dot{z} + r_d\dot{\phi}) \cos \delta_d - (\dot{z} - \phi\dot{y} - a_d\dot{\phi}) \sin \delta_d}{V} \quad (2.12)$$

La velocidad angular total del par montado respecto del sistema de coordenadas local en la zona de contacto observada en la Figura 2.4, es:

$$\omega_{ci,d} = M_{pmc} \omega_{pm} = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ (\Omega - \psi\dot{\phi}) \cos \delta_{i,d} + \dot{\psi} \sin \delta_{i,d} \\ \mp (\Omega - \psi\dot{\phi}) \sin \delta_{i,d} + \dot{\psi} \cos \delta_{i,d} \end{bmatrix}$$

De acuerdo a la definición de *spin creepage*, el deslizamiento producido por la rotación relativa entre los cuerpos alrededor del eje normal a la superficie de contacto, y normalizado respecto de la velocidad absoluta del vehículo es:

$$\varphi_{\zeta i} = \frac{\omega_{czi}}{V} = \frac{-(\Omega - \psi\dot{\phi}) \sin \delta_i + \dot{\psi} \cos \delta_i}{V} \quad (2.13)$$

$$\varphi_{\zeta d} = \frac{\omega_{czd}}{V} = \frac{(\Omega - \psi\dot{\phi}) \sin \delta_d + \dot{\psi} \cos \delta_d}{V} \quad (2.14)$$

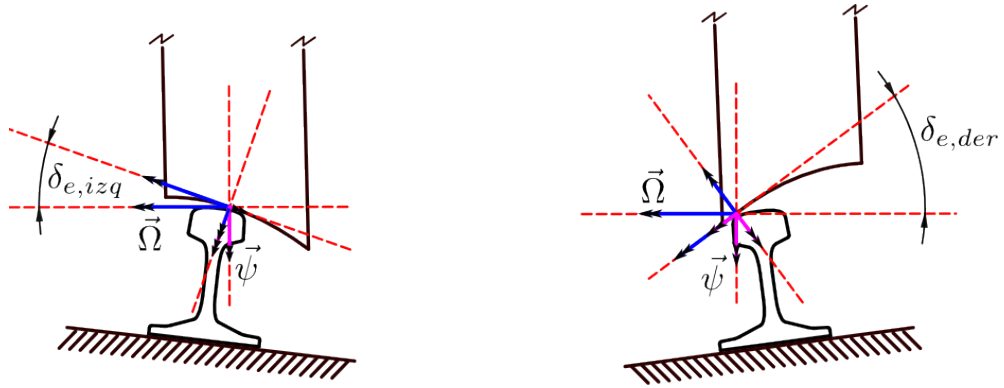
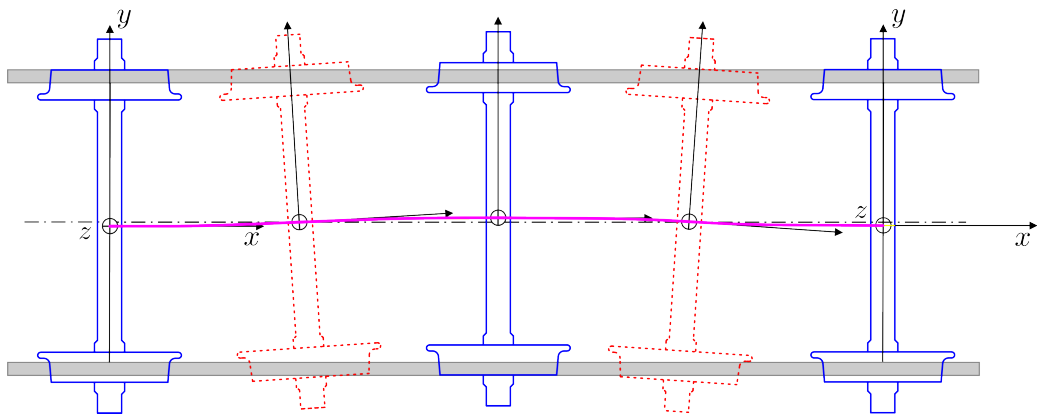


FIGURA 2.4: Velocidad angular total en zona de contacto.

2.4. Conicidad equivalente

En vía recta, el desplazamiento lateral del par montado genera la aparición de una diferencia entre los radios de rodadura de las ruedas. Dicho Δr produce una rotación alrededor de un eje baricéntrico en dirección vertical. Como consecuencia del giro, el par montado experimenta una trayectoria periódica conocida como fenómeno *hunting* (Figura 2.5), y fue descrito originalmente en forma teórica por Klingel para ruedas de perfil cónico [31]. El *hunting*, o movimiento de Klingel, puede ser caracterizado por la longitud de onda λ observada en la Figura 2.6 y ser descrita en función del ángulo cónico del perfil de la rueda, la trocha de vía y el radio de rodadura. De esta manera, el movimiento periódico es dependiente de las características geométricas del perfil de la rueda y la vía, incluyendo las irregularidades superficiales en el caso de perfiles con desgaste presente [32].

FIGURA 2.5: Movimiento del par montado bajo fenómeno *hunting*.

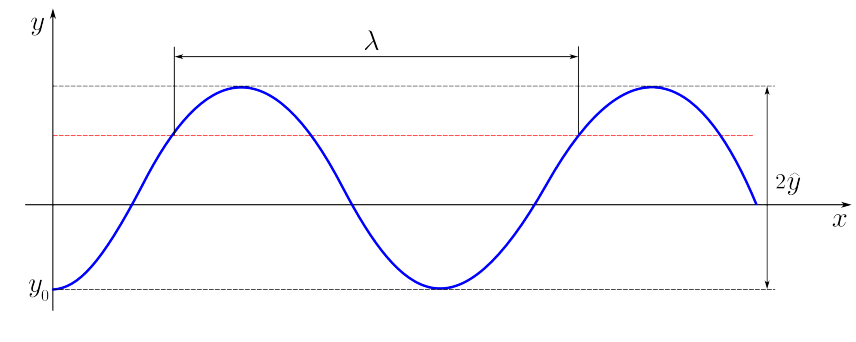


FIGURA 2.6: Onda cuasi-armónica del movimiento relativo.

El valor de la conicidad de la rueda otorga información cuantitativa de la influencia de la interacción rueda-riel sobre la calidad de confort de marcha y la estabilidad dinámica del vehículo ferroviario [33]:

(i) Alta conicidad

- Menor longitud de onda (a velocidad constante comparativa)
 - Mayor compensación de la fuerza centrífuga en trayectos curvos, disminuyendo el riesgo de descarrilamiento.
 - Reducción del confort de marcha en vía recta debido a la presencia de mayores aceleraciones laterales.

(ii) Baja conicidad

- Mayor longitud de onda (a velocidad constante comparativa)
 - Disminución de aceleraciones laterales, aumentando la calidad de marcha en trayecto rectos.
 - Aumento de la frecuencia de ocurrencia del golpe de pestaña durante la circulación en curvas poco pronunciadas, produciendo excesivo desgaste del perfil de la rueda.

Tanto los perfiles teóricos como los reales (incluyendo desgaste) no pueden ser descritos mediante una función lineal como el caso de ruedas de perfil cónico, por lo tanto, la diferencia entre los radios de rodadura de cada rueda para diferentes valores de desplazamiento lateral conforma una función Δr no lineal. Para linealizar dicha función es utilizado el concepto de conicidad equivalente definido originalmente por la norma UIC 519 [34], reemplazada actualmente por EN 15302 [35], aproximando la relación entre el Δr y la amplitud del desplazamiento lateral mediante la expresión (2.15):

$$\Delta r(y) = r_i(y) - r_d(y) \simeq 2y \tan \gamma_e \quad (2.15)$$

Donde:

- Δr – Diferencia de radios entre ruedas izquierda y derecha
- y – Desplazamiento lateral relativo del par montado
- $\tan \gamma_e$ – Conicidad equivalente

La cuasi-linealización del contacto consiste en la evaluación de 3 parámetros característicos: conicidad equivalente, ángulo de roldo del par montado (movimiento acoplado al desplazamiento lateral) y el ángulo de contacto rueda-riel. La utilización de dichos parámetros cuasi-lineales es útil para cálculos preliminares, especialmente cuando no se encuentra disponible información fehaciente y actual del estado real de los perfiles de la rueda y riel [36]. Sin embargo, no considerar dentro del análisis al efecto del ángulo de roldo y la diferencia relativa entre ángulos de contacto de cada rueda, produce un error despreciable comparado con la influencia de la conicidad equivalente [37]. Por lo tanto, se considera usualmente sólo la conicidad como parámetro significativo para describir el contacto geométrico. Acorde a la definición dada en la norma EN 15302 [35], la caracterización resultante de la cuasi-linealización mediante la conicidad equivalente nominal, es el valor de dicha conicidad calculada para 3 mm de desplazamiento lateral del par montado.

Para una rueda de perfil cónico, la conicidad equivalente es simplemente el semi-ángulo de la banda de rodadura del cono. Para ruedas con perfil arbitrario, se define la conicidad equivalente como la tangente del ángulo del cono de un perfil puramente cónico cuyo movimiento lateral produce una oscilación cinemática con la misma longitud de onda que el par montado con perfiles arbitrarios. Esta definición sólo es aplicable en el análisis sobre trayectos rectos y curvas de gran radio ($R_c \geq 2500m$) [33], [38].

De esta manera, la conicidad equivalente es un parámetro utilizado para caracterizar la geometría del contacto rueda-riel y establece el criterio de valoración de la influencia del contacto sobre la estabilidad de circulación del vehículo en vía recta. Los parámetros que influyen en el cálculo de la conicidad equivalente son la geometría de los perfiles, la trocha de la vía, la inclinación del riel y la trocha activa del par montado (Figuras 2.7 y 2.8). Otros factores que aumentan la complejidad en la obtención de la conicidad equivalente son el desgaste de los perfiles y las desviaciones presentes en el trazado de la vía, tales como el desnivel, diferencia de trocha y alineamiento [32].

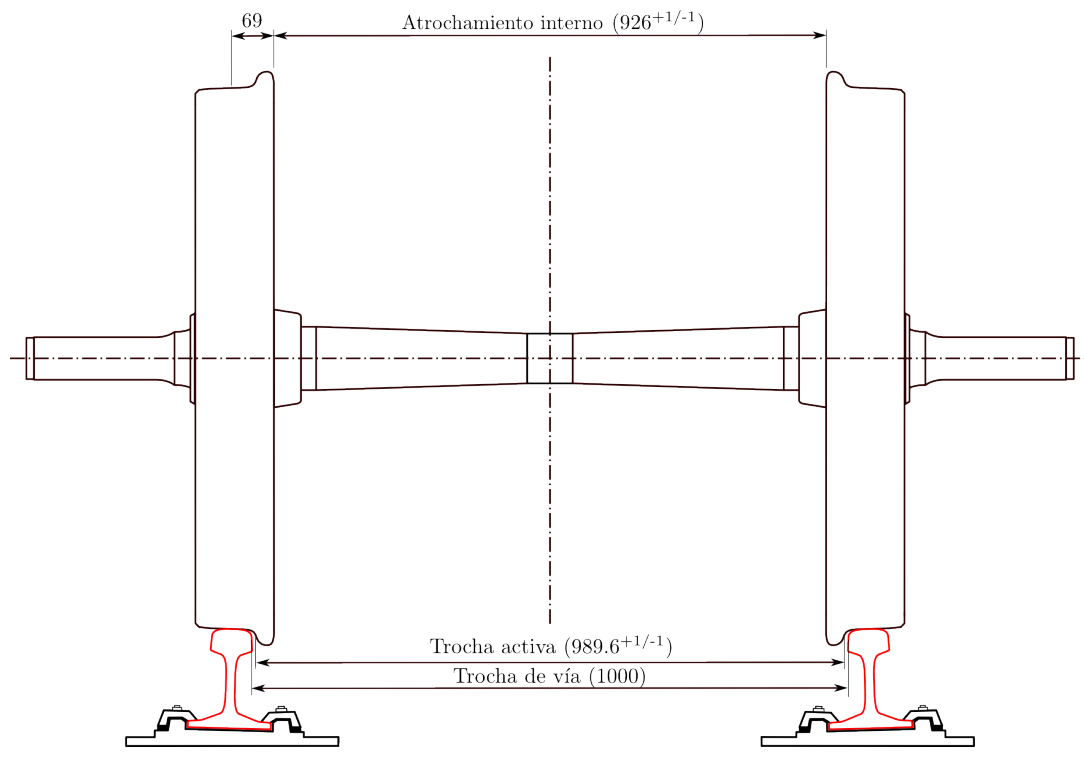


FIGURA 2.7: Geometría del par montado (trocha angosta).

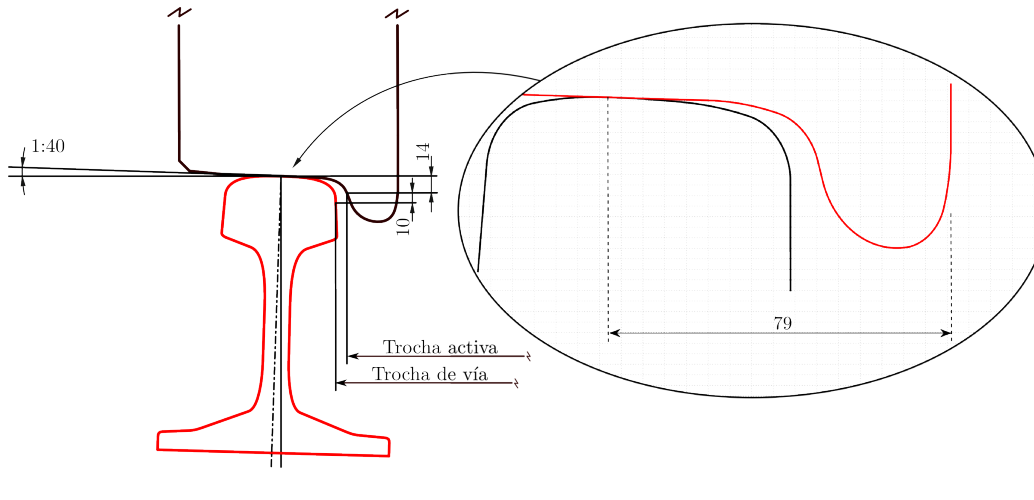


FIGURA 2.8: Detalle del posicionamiento inicial del conjunto rueda-riel.

2.4.1. Métodos de cálculo

El modelo cuasi-lineal de contacto se obtiene mediante diferentes procedimientos, en los cuales se considera que el par montado realiza pequeños desplazamientos respecto de su posición nominal y dentro del rango definido por la diferencia entre la trocha de vía y la activa, es decir, se respetan las siguientes condiciones generales:

- Cálculo en vía recta o trayectos curvos de gran radio ($R_c \geq 2500m$).
- Sin ocurrencia de golpe de pestaña ($y_{m\acute{a}x} \simeq 7 - 8mm$).

Una vez alcanzado el desplazamiento donde se produce el golpe de pestaña, la diferencia de radio Δr aumenta drásticamente, por lo tanto, el parámetro dominante del contacto es ángulo de ataque (70° aprox.) [39]. Se debe señalar que la conicidad equivalente no es una linealización analítica de los perfiles de la rueda y riel, sino una aproximación técnica que representa la *pendiente promedio* del diagrama Δr calculada en un determinado rango de desplazamientos del par montado [39], [40].

(i) Método por integración trapezoidal

Se basa en obtener la conicidad equivalente promediando la conicidad calculada por la expresión (2.15) para el desplazamiento del par montado comprendido en el intervalo $[-\Delta y, \Delta y]$. Computando la integral de la función $\Delta r(y)$ y dividiendo por cuatro veces el cuadrado del intervalo Δy considerado, tenemos [40]:

$$\tan \gamma_e = \frac{1}{4(\Delta y)^2} \int_{-\Delta y}^{\Delta y} \Delta r(y) \cdot dy \quad (2.16)$$

(ii) Quasi-linealización armónica

Este método se basa en la suposición que el movimiento longitudinal del par montado describe una trayectoria senoidal, $y(t) = y_0 \sin \omega t$. De esta manera, la conicidad equivalente es obtenida promediando la variación Δr en el intervalo definido por la longitud de onda λ del movimiento (un período), ponderada por el valor correspondiente de la función seno [41].

$$\tan \gamma_e = \frac{1}{2\pi y_0} \int_0^{2\pi} \Delta r(y_0 \sin \theta) \sin \theta \cdot d\theta \quad (2.17)$$

(iii) Método de Klingel

El método propuesto por la norma EN 15302 se basa en el análisis del movimiento cinético de un par montado sobre una vía recta o trayectos curvos de gran radio. La determinación de la conicidad equivalente (anexo B.2 de la norma) se realiza integrando numéricamente la función Δr , representando la distancia longitudinal recorrida en términos del desplazamiento lateral, $x = f(y)$. De esta última, se obtiene la longitud de onda λ para los desplazamientos laterales comprendidos en el intervalo [1-7 mm] con incrementos $\Delta y \leq 0.1 \text{ mm}$, para finalmente determinar la conicidad equivalente mediante el uso de la fórmula de Klingel (2.18) para un perfil cónico cuyo movimiento cinemático presente la misma longitud de onda.

$$\tan \gamma_e = 2e r_0 \left(\frac{\pi}{\lambda} \right)^2 \quad (2.18)$$

Es habitual citar sólo el grado de conicidad sin especificar el valor exacto, ni el par de rueda-riel analizado. En la Tabla 2.2 se detallan los rangos de conicidad generalmente aceptados.

TABLA 2.2: Valores habituales de conicidad equivalente [33]

<i>Grado</i>	<i>Rango</i>
Baja	$\tan \gamma_e < 0.15$
Media	$0.15 < \tan \gamma_e < 0.30$
Alta	$0.30 < \tan \gamma_e < 0.50$
Muy alta	$0.50 < \tan \gamma_e$

En la fase de diseño, y en referencia al estudio de la inestabilidad dinámica de un vehículo en particular, es de gran utilidad conocer el rango de conicidades que pueden presentarse a lo largo de su vida operativa. En la Tabla 2.3 se resume el umbral máximo de conicidad equivalente en función de la velocidad longitudinal de circulación, proporcionando la recomendación básica para asegurar el movimiento estable de la formación.

TABLA 2.3: Conicidad máxima para desplazamiento estable [42]

<i>Conicidad equivalente límite</i>	<i>Velocidad de circulación [km/h]</i>
0.50	$V \leq 140$
0.40	$140 < V \leq 200$
0.35	$200 < V \leq 220$
0.30	$220 < V \leq 250$
0.25	$250 < V \leq 280$
0.15	$280 < V \leq 350$

De lo citado anteriormente, se deduce la necesidad de un valor de conicidad menor a 0.50 para asegurar la estabilidad del vehículo, y mayor a 0.10, para generar la fuerza restauradora

apropiada cuando la formación transita una curva, aumentando la seguridad frente al descarrilamiento. Para perfiles reales, y luego de un largo período de uso, la conicidad equivalente se encuentra en el rango 0.20-0.30, principalmente debido al desgaste excesivo [33].

2.4.2. Caso de estudio: CTF (MR) 002 - UIC54(E1)

Para el caso en particular analizado, se han obtenido las diferentes curvas características de la geometría del contacto rueda-riel.

- Datos técnicos de la combinación en estudio
 - Perfil teórico de riel nuevo: UIC 54 (E1-54 kg/m) - Inclinación 1/40
 - Perfil teórico de rueda sin desgaste: GCTF (MR) 002 - R_{rod} : 460 mm
 - Trocha de vía: 1000 mm
 - Trocha activa: $989.6^{+1/-1}$ mm
 - Atrochamiento interno: $926^{+1/-1}$ mm
 - Se considera ángulo de lazo (influencia despreciable citada en [1])

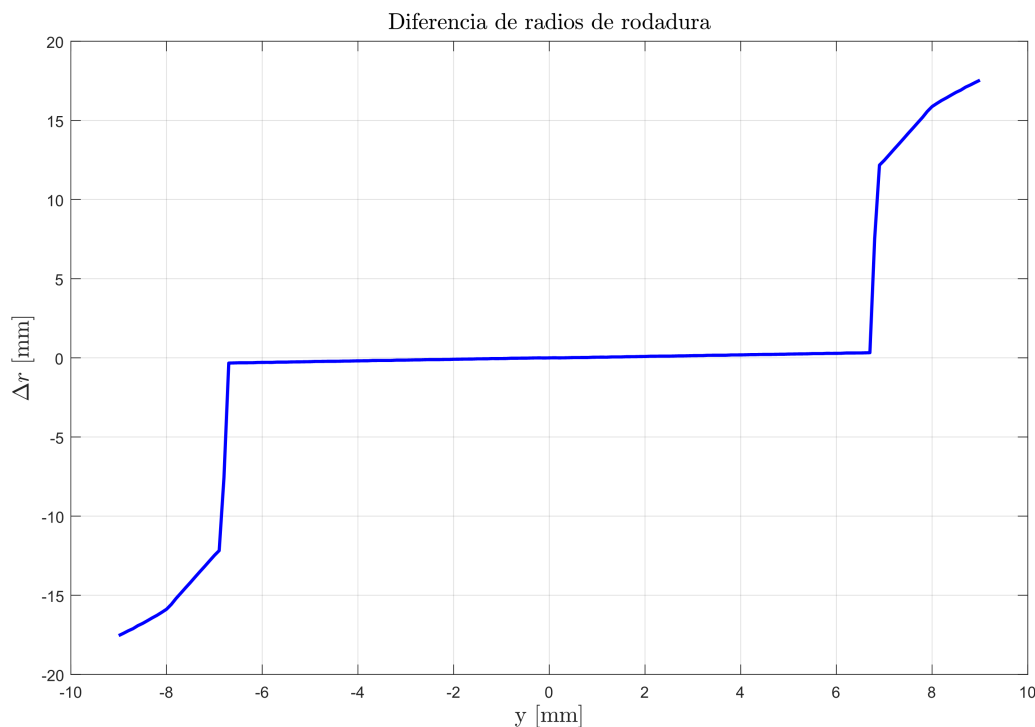


FIGURA 2.9: Función Δr entre ruedas izquierda y derecha.

A partir de los radios de rodadura en cada punto de contacto hallados en la sección 2.2.1, se ha elaborado la función Δr no lineal observada en la Figura 2.9. Mediante la utilización del método descrito en la norma EN 15302, se han obtenido las curvas de movimiento cinemático del par montado para cada desplazamiento Δy analizado en el intervalo [1-7 mm] (Figura 2.10). A partir de las curvas cinemáticas se han obtenido las diferentes longitudes de onda λ en función del desplazamiento lateral, utilizadas para determinar la gráfica de conicidad equivalente (Figura 2.11) mediante la aplicación de la fórmula de Klingel (2.18).

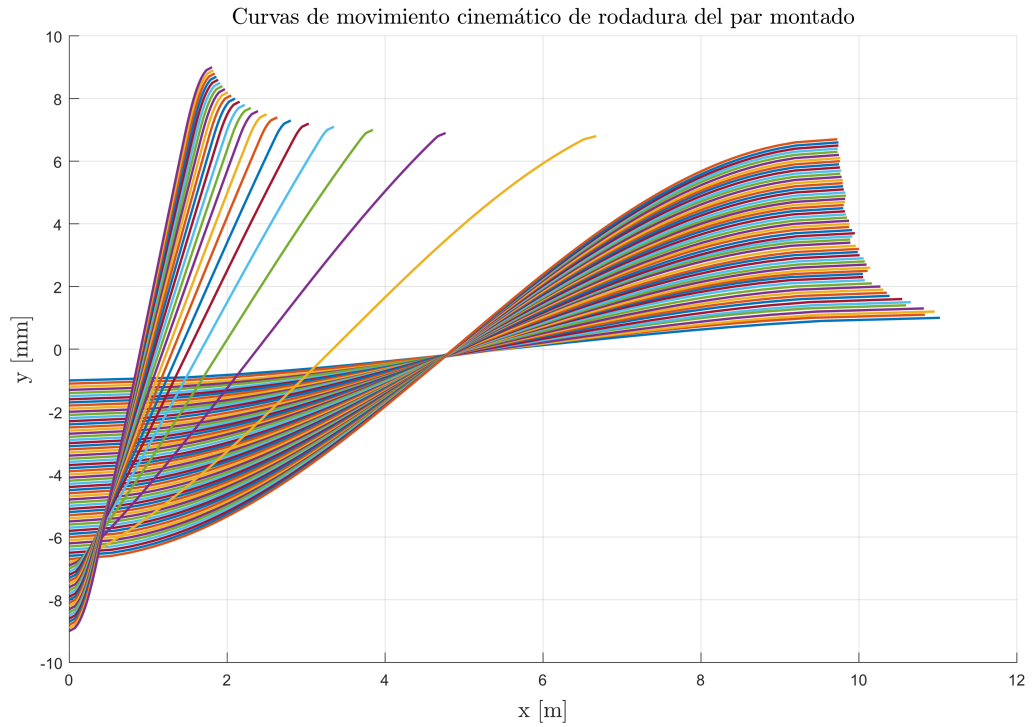


FIGURA 2.10: Curvas de movimiento cinemático del par montado.

En la Figura 2.11 se puede observar el valor de conicidad para los 3 mm de desplazamiento lateral del par montado, determinando como conicidad equivalente nominal para el par GCTF (MR) 002 - UIC54(E1), el valor de 0.023.

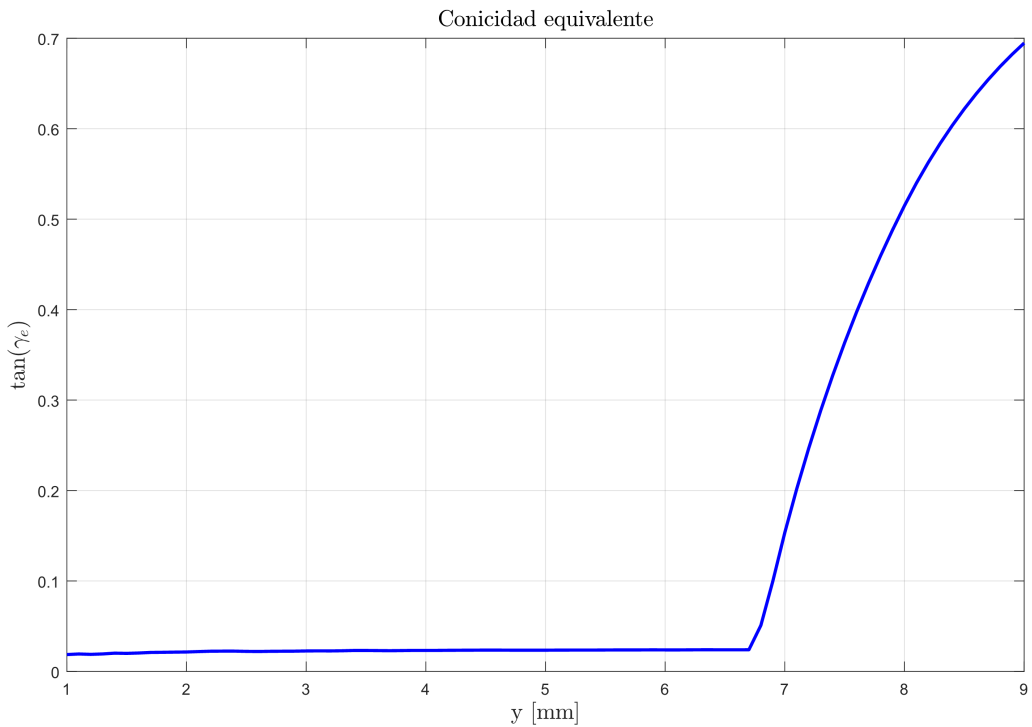


FIGURA 2.11: Conicidad equivalente - método de acuerdo a norma EN 15302.

2.5. Problema normal (Teoría de Hertz)

Las fuerzas tangenciales longitudinales y laterales, generadas por la interacción dinámica de las superficies en contacto bajo el efecto del rozamiento, dependen directamente de la forma y dimensión de la zona de contacto, por lo tanto, el primer paso del análisis consiste en la obtención de los parámetros geométricos de la zona. La teoría de Hertz es utilizada para obtener el tamaño de la zona de contacto y la deformación elástica local de la rueda y el riel, siempre sobre la presunción que el área de contacto proyectada posee forma elíptica, como se observa en la Figura 2.12.

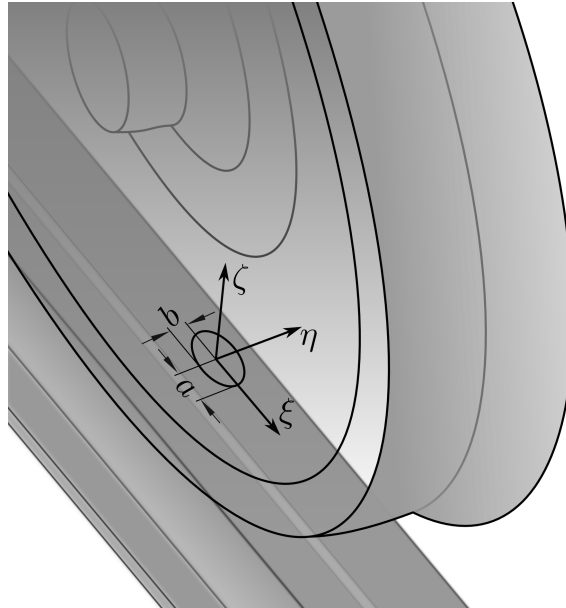


FIGURA 2.12: Zona de contacto según teoría de Hertz.

Las hipótesis utilizadas en la resolución del problema normal son [41], [43]:

1. Material homogéneo, isotrópico y elásticamente lineal (validez de la ley de Hooke).
2. Linealidad cinemática en los parámetros del movimiento del par montado respecto del riel [16].
3. Las superficies de ambos cuerpos pueden ser descritas mediante funciones polinómicas de segundo grado, y se consideran totalmente lisas y continuas.
4. La teoría puede ser aplicada en contacto no conforme, es decir, a través de un punto o línea recta, de manera que las superficies no coincidan en ausencia de carga aplicada [10].
5. Las superficies en contacto presentan pendientes muy pequeñas, por lo tanto, la presión generada se puede considerar actuante en la dirección normal a la zona de contacto [10].
6. No se consideran fuerzas tangenciales en la superficie de contacto (ausencia de fricción)
7. Estado estacionario: la velocidad de desplazamiento longitudinal es pequeña respecto de la velocidad de propagación en la deformación del material de los cuerpos en

contacto. Debido a ello, es válido despreciar el efecto de las fuerzas inerciales y de rozamiento, realizando el cálculo de la deformación elástica bajo un estado de compresión estática.

8. Contacto no conforme elástico: debido a que la dimensión de la zona de contacto es reducida respecto de las dimensiones globales y radios geométricos relativos de los perfiles, es correcto suponer que los cuerpos se comportan como un semi espacio infinito. Por lo tanto, son válidas las ecuaciones de la elasticidad y las tensiones de contacto pueden calcularse en forma independiente al estado tensional global de los cuerpos, ya que las tensiones resultantes fuera de la zona de contacto son nulas.
9. Cuasi identidad elástica: si se considera a ambos cuerpos compuestos por el mismo material y comportamiento elástico sin presentar deformación plástica remanente, la distribución de tensiones normales y tangenciales son independientes. Esto facilita su cálculo, realizado en forma separada.

(*) Notas sobre las hipótesis:

- El desacoplamiento de las tensiones normales y tangenciales, es permitido por la combinación de las hipótesis seis y nueve.
- No es realmente válido en el contacto rueda-riel que el material se comporte en forma linealmente elástica, sin embargo, se considera como una simplificación aceptable justificada debido que la deformación plástica se produce en un volumen muy reducido [10].
- Si el contacto se produce sobre la banda de rodadura, los radios curvatura de las superficies no presentan cambios abruptos conforme varía el desplazamiento lateral, con lo cual resulta admisible la hipótesis de área de contacto de forma elíptica. Sin embargo, cuando ocurre el contacto en la zona de pestaña, los radios de curvatura de la rueda y el riel varían de manera brusca alcanzando valores similares en ambas superficies, generando así la transición a un contacto más conforme, para el cual, la suposición de zona de contacto elíptica no produce resultados exactos [10].

En la presente tesis se utilizará en todo instante la hipótesis de contacto Hertziano debido a la restricción de circulación en vía recta, nueva y nivelada. No obstante, se debe señalar la existencia de métodos alternativos totalmente no-Hertzianos [44], multi-Hertzianos [45] realizando la subdivisión de la zona en múltiples elipses obteniendo una elipse total equivalente y, por último, métodos semi-Hertzianos [46] aproximando la zona de contacto no elíptica mediante factores de corrección. Los estudios más recientes se basan en la aplicación de métodos numéricos basados en elementos finitos o de contorno, los cuales permiten describir geometrías complejas, superficies rugosas, incluir propiedades no lineales, fricción y la posibilidad de resolución sin necesidad de desacoplar las tensiones normales y tangenciales. Sin embargo, el modelado basado en elementos finitos/contorno posee coste computacional elevado no siendo apropiado para simulaciones en tiempo real.

El método descrito por Hertz asume que las superficies son lo suficientemente continuas para representarlas mediante polinomios de segundo grado (2.19).

$$\begin{aligned} z_1 &= f_1(x,y) = A_1x^2 + B_1x^2 + C_1xy + \dots \\ z_2 &= f_2(x,y) = A_2x^2 + B_2x^2 + C_2xy + \dots \end{aligned} \quad (2.19)$$

Despreciando los términos de orden superior y seleccionando los ejes de referencia coincidentes con los correspondientes a la zona de contacto (ejes locales) para cancelar los términos cruzados xy , las ecuaciones (2.19) se reducen a:

$$\begin{aligned} z_1 &= A_1 x^2 + B_1 x^2 \\ z_2 &= A_2 x^2 + B_2 x^2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

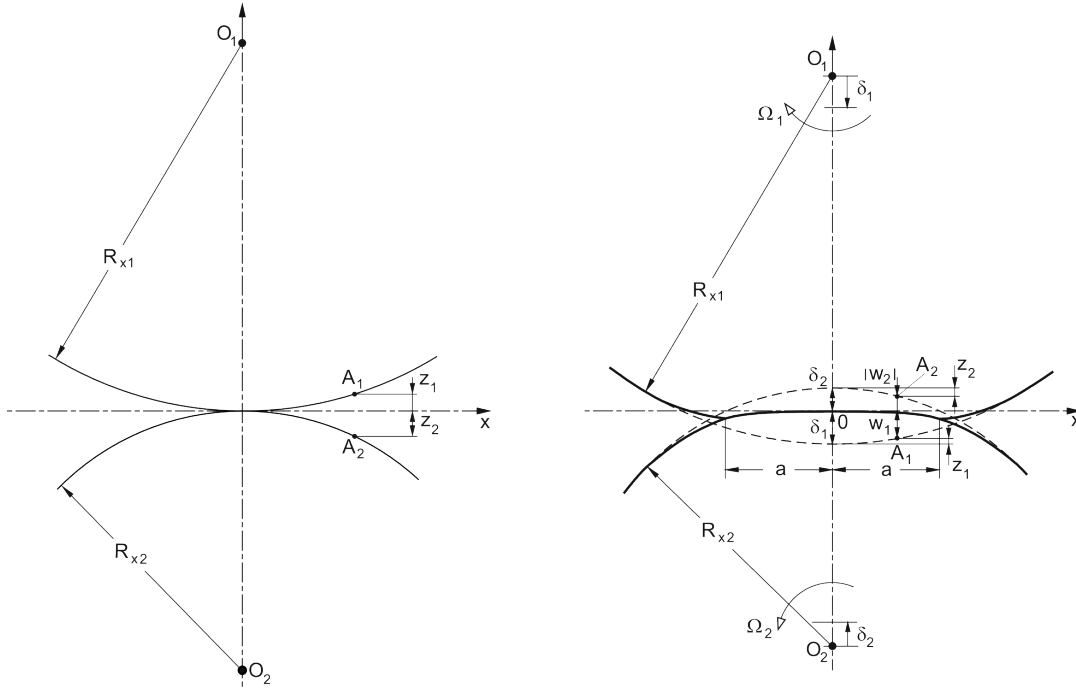


FIGURA 2.13: Contacto y deformación entre 2 cuerpos elásticos (Adaptado del original en [41]).

En la Figura 2.13 se puede observar la sección transversal de dos cuerpos elásticos de forma arbitraria, en los instantes anterior y posterior de producida la deformación. En el instante inicial (sin carga) la distancia entre dos puntos A_1 y A_2 es definida por las ecuaciones (2.20). Definiendo la suma de las distancias z_1 y z_2 como:

$$h = z_1 + z_2 = f(x, y) = Ax^2 + Bx^2 + Cxy = Ax^2 + Bx^2 \quad (2.21)$$

Donde los coeficientes A y B , definidos en la página 30, son parámetros en función de los radios meridionales (dirección de rodadura) y circunferenciales (sección transversal) de las superficies en contacto observadas en la Figura 2.14.

Luego de aplicada la carga sobre los cuerpos, se produce la deformación elástica de ambos. Si los cuerpos fueran considerados rígidos, los perfiles no deformados se superponen (líneas punteadas en Figura 2.13) definiendo las distancias de penetración máxima δ_1 y δ_2 respecto del eje horizontal contenido por el plano donde se produce el contacto real. Definiendo como w_1 y w_2 a las distancias de penetración para los puntos arbitrarios A_1 y A_2 , y escribiendo $\delta = \delta_1 + \delta_2$, se cumple la siguiente igualdad:

$$w_1 + w_2 = (\delta_1 + \delta_2) - h = \delta - h \quad (2.22)$$

El desplazamiento w se puede obtener mediante la ecuación (2.23) aplicando la solución de Boussinesq para el caso particular de una carga puntual aplicada en dirección normal sobre

una superficie considerada como un semi-espacio infinito [47]. Debido a la forma elíptica de la zona de contacto, la ecuación (2.23) se ha expresado en coordenadas polares para facilitar su cálculo.

$$w = \frac{1-\nu^2}{\pi E} \iint_A p(r, \theta) \cdot drd\theta \quad (2.23)$$

Aplicando (2.23) en (2.22) y considerando ambos cuerpos compuestos del mismo material, tenemos:

$$k \iint_A p(r, \theta) \cdot drd\theta = \delta - Ax^2 + Bx^2 \quad (2.24)$$

Con:

$$k = k_1 + k_2 = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi E}$$

Donde:

- ν – Coeficiente de Poisson
- E – Módulo de elasticidad longitudinal

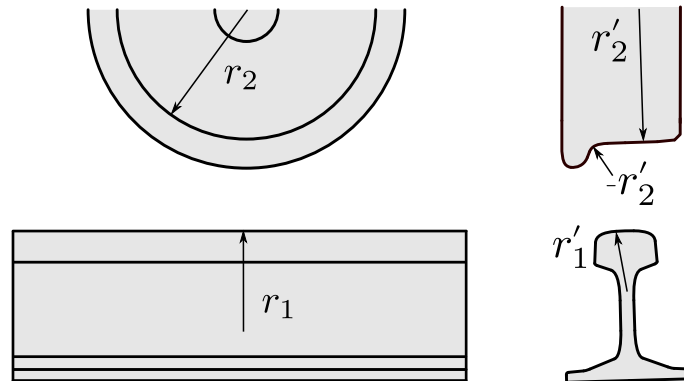


FIGURA 2.14: Radios geométricos de las superficies de la rueda y riel.

Acorde a la suposición de Hertz, para el caso de contacto no conforme entre dos cuerpos elásticos, la distribución de tensiones sobre el área puede ser representada por una función semi-elipsoidal descrita por la ecuación (2.25).

$$p_z = P_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \quad (2.25)$$

La máxima presión en el centro de la zona de contacto (2.26) es obtenida satisfaciendo las raíces de la expresión (2.24).

$$P_0 = \frac{3N}{2\pi ab} \quad (2.26)$$

Donde a y b son los semi ejes máximo y mínimo de la elipse de contacto, dados por las expresiones (2.27).

$$a = m \cdot \sqrt[3]{\frac{3\pi N (k_1 + k_2)}{4(A+B)}} \quad (2.27)$$

$$b = n \cdot \sqrt[3]{\frac{3\pi N (k_1 + k_2)}{4(A+B)}}$$

Con:

$$k_1 = \frac{1 - \nu_r^2}{\pi E_{rd}}$$

$$k_2 = \frac{1 - \nu_{rd}^2}{\pi E_r}$$

$$A + B = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r'_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r'_2} \right]$$

$$B - A = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r'_1} \right)^2 + \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r'_2} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r'_1} \right) \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r'_2} \right) \cos(2\psi)}$$

$$\theta = \arccos \left(\frac{B - A}{A + B} \right)$$

Donde:

- N – Carga puntual en dirección normal
- r_1 – Radio meridional superficie 1
- r'_1 – Radio circunferencial superficie 1
- r_2 – Radio meridional superficie 2
- r'_2 – Radio circunferencial superficie 2
- ψ – Ángulo de lazo
- θ, m, n – Parámetros geométricos

Los parámetros geométricos m y n pueden ser calculados con la expresión analítica (2.28) obtenida en [48] mediante métodos de interpolación.

$$m = 3 \times 10^{-5} \theta^2 + 4.5 \times 10^{-3} \theta + 3.34 \times 10^{-1} \quad (2.28)$$

$$n = 62.19 \theta^{-0.914}$$

2.5.1. Fuerza gravitatoria restauradora

A medida que el par montado se desplaza lateralmente, la dirección de la fuerza normal (2.29) sobre la zona de contacto cambia continuamente. Debido a la conicidad presente en los perfiles, la componente paralela al eje transversal del sistema de coordenadas de la vía posee sentido hacia el centro de vía, generando la fuerza restaurada que colabora al centrado del par montado. Dicho efecto se denomina rigidez gravitatoria y depende directamente del desplazamiento lateral Δy y el ángulo de rolido $\Delta\phi$, por lo tanto, varía de acuerdo al ángulo efectivo de contacto δ_e [49].

$$N = \int_{-b}^b \int_{-a}^a p_z(x,y) \cdot dx dy \quad (2.29)$$

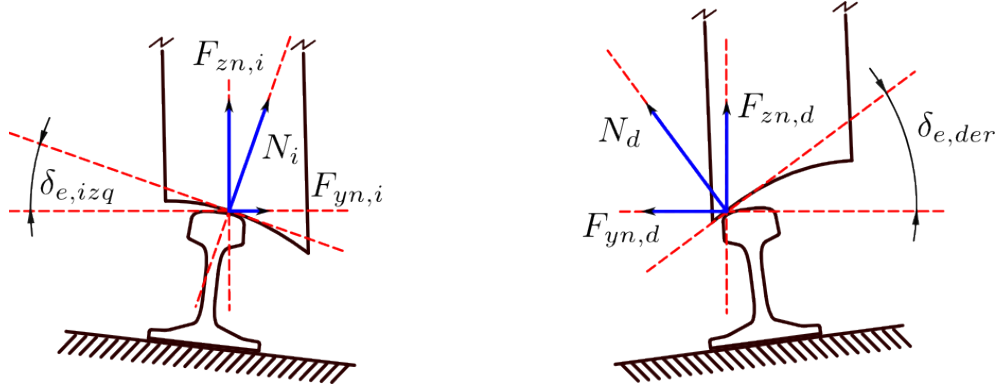


FIGURA 2.15: Fuerzas normales en zona de contacto.

La fuerza lateral restauradora puede calcularse como:

$$F_{yn,total} = F_{yn,d} - F_{yn,i} = F_{zn,i} \tan \delta_{e,i} - F_{zn,d} \tan \delta_{e,d} \quad (2.30)$$

Con:

$$F_{yn,i} = N_i \sin \delta_{e,i}$$

$$F_{yn,d} = N_d \sin \delta_{e,d}$$

$$F_{zn,i} = N_i \cos \delta_{e,i}$$

$$F_{zn,d} = N_d \cos \delta_{e,d}$$

Donde:

F_{yn} – Componente lateral de la fuerza normal, en sist. de coordenadas inercial

F_{zn} – Componente vertical de la fuerza normal, en sist. de coordenadas inercial

2.6. Problema tangencial

Las investigaciones acerca del contacto rueda-riel en vehículos ferroviarios han tenido un significativo avance a partir de los trabajos realizados por Carter [50] para el caso bidimensional de un cilindro de longitud infinita desplazándose sobre un plano. Debido al contacto sobre un segmento recto, ambos cuerpos fueron considerados como semi-espacios infinitos. Carter obtuvo soluciones analíticas para la distribución de tensiones tangenciales, confirmando la existencia de la combinación de rodadura por adhesión y una zona de deslizamiento en el área de contacto, previamente descrito por Reynolds [51], y utilizando como límite de adherencia el valor resultante establecido mediante la ley de fricción de Coulomb. Tres décadas más tarde, Johnson [52], [53] elaboró la generalización tridimensional de la teoría de Carter al caso

del contacto entre dos cuerpos esféricos, considerando en simultáneo el efecto de los pseudo-deslizamientos longitudinal, lateral y *spin*. Junto a Vermeulen [54] extendieron el análisis y resolución para problemas de contacto entre superficies continuas arbitrarias, aunque sólo ante la presencia de pseudo-deslizamiento puro (sin *spin*). En 1967, Kalker elaboró la teoría lineal exacta [55] enfocada en problemas de contacto Hertziano bajo la presencia de pseudo-deslizamientos longitudinales y laterales, y para estado estacionario. Su principal aporte fue la posibilidad de calcular los coeficientes exactos de *creep*, conocidos actualmente como los coeficientes de Kalker. En 1973, Kalker desarrolla la teoría simplificada de contacto [56] implementada en el programa SIMROL [57], [58], traducido en 1977 al lenguaje FORTRAN [59], y posteriormente extendiendo sus capacidades para materiales disimiles en la versión de 1978 [60]. Debido al alto costo computacional de su programación, Kalker presenta en 1982 una nueva implementación de la teoría simplificada bajo el algoritmo de cálculo denominado FastSim [43], resultando 25 veces más rápido que SIMROL y cuyo caso particular para contacto mediante adhesión pura coincide con los resultados de la versión linealizada de la teoría exacta, con la cual se obtienen los coeficientes lineales de *creep* y los parámetros de flexibilidad utilizados en la teoría simplificada [56], [61]. En 1990, Kalker extendió su teoría para cuerpos visco-elásticos tridimensionales [62], cuya implementación realizada por Wang [63] significó una mejora al programa original CONTACT [64] basado en la teoría no lineal exacta. En el período 1992-94, se aplicaron mejoras significativas al programa CONTACT en lo referente a los métodos de resolución del sistema de ecuaciones, disminuyendo notablemente el tiempo de cómputo. De ésta manera, CONTACT fue posicionado como el programa más avanzado para problemas de contacto por fricción tridimensional, válido para magnitudes arbitrarias de *creepage* y/o *spin*, zonas de contacto no Hertzianas e incluyendo los casos no estacionarios y de no cuasi-identidad elástica [65]-[67].

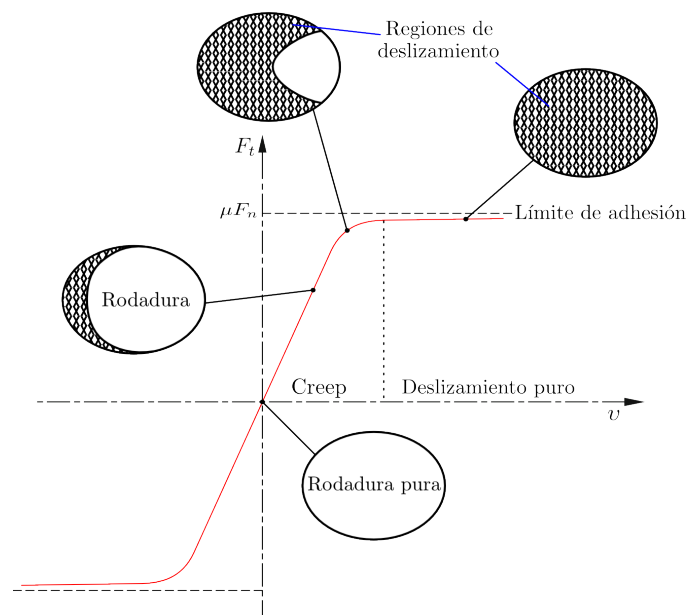


FIGURA 2.16: Zonas de rodadura y deslizamiento en movimiento de rotación.

Según la ley de fricción de Coulomb, sólo existen dos estadios durante el movimiento relativo de rotación entre dos cuerpos: rodadura pura y deslizamiento, reservando el segundo término propiamente para describir el fenómeno producido cuando la fuerza de tracción supera el valor límite de adhesión. Sin embargo, el movimiento por rodadura pura incluye micro-deslizamientos, cuya combinación es denominada *creep* (Figura 2.16). Conforme aumenta la fuerza de tracción sobre la rueda, la zona de deslizamiento incrementa su tamaño y

disminuye la región donde ocurre adherencia, resultando el contacto a través de una combinación de rodadura y deslizamiento parcial. En el momento que la fuerza de tracción alcanza el valor límite de saturación, desaparece totalmente la zona de rodadura permaneciendo el área de contacto bajo el fenómeno de deslizamiento puro.

2.6.1. Teoría simplificada de Kalker

Las tensiones tangenciales de contacto fueron computadas mediante el algoritmo FastSim [43], basado en la teoría simplificada de contacto elástico elaborada por Kalker [56]. En dicha teoría se asume que el contacto responde a la suposición de considerar la zona de contacto en forma elíptica, por lo tanto, comparte las hipótesis base de la teoría de contacto normal de Hertz [38], más algunas suposiciones adicionales:

- Contacto no conforme, área de dimensiones reducidas y sólidos perfectamente elásticos: superficie de contacto elíptica y prácticamente plana, distribución de tensiones elipsoidal y contacto concentrado e independiente del estado tensional generalizado de los cuerpos.
- Los pseudo-deslizamientos (creepages) son estimados en el centro de la elipse. No se incurre en error significativo debido a las dimensiones reducidas de la zona de contacto.
- Los coeficientes de Kalker C_{ij} [55] son constantes en toda la superficie de contacto.
- Durante el computo de las tensiones mediante el algoritmo, la zona de contacto es dividida en franjas longitudinales independientes y paralelas entre sí, cuya longitud variable es $\Delta x_i = \frac{2a_i}{n^\circ \text{elem. en } x}$ y ancho $\Delta y = \frac{2b}{n^\circ \text{elem. en } y}$
- Las franjas se encuentran subdivididas en similar cantidad de elementos, de manera que el cálculo de la tensión tangencial se evalúa elemento por elemento.
- La principal simplificación realizada en el algoritmo es suponer que las fuerzas generadas en cada elemento son locales e independientes, incluyendo el efecto de la saturación mediante la fuerza normal afectada por el coeficiente de rozamiento.

Acorde a la teoría simplificada, se asume que el desplazamiento tangencial elástico (u, v) se puede aproximar mediante la expresión (2.31) en función de los esfuerzos de tracción superficial p y el parámetro de flexibilidad L_i obtenido originalmente en [55]

$$(u_i, v_i) = L_i(p_{i_x}, p_{i_y}) \quad (2.31)$$

Según la tercera de ley de Newton, en la zona de contacto entre la rueda (rd) y el riel (r) debe cumplirse la siguiente relación:

$$(p_{rd_x}, p_{rd_y}) = -(p_{r_x}, p_{r_y}) \quad (2.32)$$

Combinando (2.31) y (2.32) para calcular la diferencia de desplazamientos, nos queda:

$$(u, v) = (u_{rd} - u_r, v_{rd} - v_r) = (L_{rd} + L_r)(p_x, p_y) = L(p_x, p_y) \quad (2.33)$$

El deslizamiento total s considerando el efecto de la variación del desplazamiento u generado por la deformación elástica de los cuerpos es:

$$\begin{aligned}
s_x &= v_\xi - \varphi_\zeta y - \frac{\partial u_x}{\partial x} \\
s_y &= v_\eta - \varphi_\zeta x - \frac{\partial v_x}{\partial x}
\end{aligned}
\tag{2.34}$$

Para el caso de rodadura pura $s = 0$, se obtienen los desplazamientos elásticos u y v :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u_x}{\partial x} = v_\xi - \varphi_\zeta y &\quad \Rightarrow \quad u_x = v_\xi x - \varphi_\zeta xy + f_1(y) \\
\frac{\partial v_x}{\partial x} = v_\eta - \varphi_\zeta x &\quad \Rightarrow \quad v_x = v_\eta x - \varphi_\zeta x^2 + f_2(y)
\end{aligned}
\tag{2.35}$$

Donde $f_1(y)$ y $f_2(y)$ son dos expresiones arbitrarias en función de la coordenada longitudinal $a(y)$ recorrida sobre la superficie de contacto (ver Figura 2.17) y la coordenada transversal y , de manera que las funciones f se cancelen en el momento de derivar respecto de x .

$$\begin{aligned}
f_1(y) &= v_\xi a(y) + \varphi_\zeta a(y)y \\
f_2(y) &= v_\eta a(y) + \varphi_\zeta a^2(y)y
\end{aligned}
\tag{2.36}$$

Combinando (2.34) y (2.36), y reescribiendo, nos queda:

$$\begin{aligned}
u_x &= (v_\xi - \varphi_\zeta y)(x - a(y)) \\
v_x &= v_\eta(x - a(y)) - \varphi_\zeta(x^2 - a^2(y))
\end{aligned}
\tag{2.37}$$

Combinando (2.33) y (2.37) e integrando dentro del área definida por la elipse de contacto para obtener las fuerzas tangenciales totales F , tenemos:

$$\begin{aligned}
F_x &= \int_{-b}^b \int_{-a(y)}^{a(y)} p_x(x, y) \cdot dx dy = \overbrace{\frac{-8a^2 b v_\xi}{3L_x}}^{\text{Teoría simplificada}} = \overbrace{-C_{11} v_\xi abG}^{\text{Teoría lineal}} \\
F_y &= \int_{-b}^b \int_{-a(y)}^{a(y)} p_y(x, y) \cdot dx dy = \underbrace{\frac{-8a^2 b v_\eta}{3L_y} - \frac{\pi a^3 b \varphi_\zeta}{4L_{xy}}}_{\text{Teoría simplificada}} = \underbrace{-C_{22} v_\eta abG - C_{23} (\sqrt{ab})^3 \varphi_\zeta G}_{\text{Teoría lineal}}
\end{aligned}
\tag{2.38}$$

Despejando los coeficientes L_i y calculando el valor promedio:

$$L_x = \frac{8a}{3GC_{11}}, \quad L_y = \frac{8a}{3GC_{22}}, \quad L_{xy} = \frac{\pi a^2}{4G\sqrt{ab}C_{23}}
\tag{2.39}$$

$$L = \frac{L_x |v_\xi| + L_y |v_\eta| + L_3 |\varphi_\zeta| \sqrt{ab}}{\sqrt{v_\xi^2 + v_\eta^2 + ab\varphi_\zeta^2}}
\tag{2.40}$$

Con:

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= 3.2893 + \frac{0.975}{b/a} - \frac{0.012}{(b/a)^2} \\
 C_{22} &= 2.4014 + \frac{1.3179}{b/a} - \frac{0.02}{(b/a)^2} \\
 C_{23} &= 0.4147 + \frac{1.0184}{b/a} + \frac{0.0565}{(b/a)^2} - \frac{0.0013}{(b/a)^3}
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Para el caso general de combinación de rodadura y deslizamiento parcial, la expresión (2.33) combinada con (2.34), y expresando las derivadas parciales mediante diferencias finitas en su variante regresiva, nos queda:

$$\begin{aligned}
 s_x &= v_\xi - \varphi_\zeta y - \frac{L \partial p_x}{\partial x} = v_\xi - \varphi_\zeta y - L_{wr} \frac{p_x(x, y) - p'_x(x - \Delta x, y)}{\Delta x} \\
 s_y &= v_\eta - \varphi_\zeta x - \frac{L \partial p_x}{\partial x} = v_\eta - \varphi_\zeta x - L_{wr} \frac{p_x(x, y) - p'_x(x - \Delta x, y)}{\Delta x}
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

2.6.1.1. Algoritmo iterativo de cálculo

El área de contacto es discretizada en franjas paralelas al eje de desplazamiento longitudinal x (Figura 2.17). Cada franja se encuentra a una distancia genérica y_i respecto del centro de la elipse de contacto. La tensión tangencial en los bordes de la elipse, y fuera de ella, es nula. Las coordenadas de entrada x_e y salida x_s de cada franja son obtenidas mediante la expresión (2.43)

$$a(y_i) = a \sqrt{1 - \left(\frac{y_i}{b}\right)^2} \tag{2.43}$$

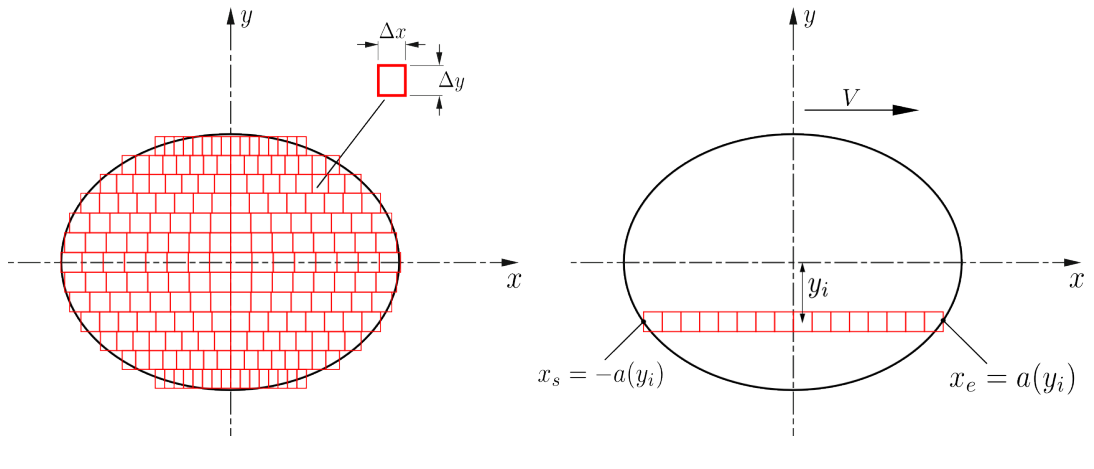


FIGURA 2.17: Área elíptica de contacto discretizada.

Los pasos generales utilizados por el algoritmo para la obtención de los esfuerzos de tracción, han sido los siguientes [16]:

- Área de rodadura por adhesión

Para el caso de deslizamiento nulo ($s_x = 0, s_y = 0$), las expresiones (2.42) nos permiten obtener el esfuerzo de tracción para cada elemento (2.44), considerando la condición inicial de esfuerzo nulo en el borde de la zona de contacto.

$$p_x(x - \Delta x, y) = \frac{(v_\xi - \varphi_\zeta y) \Delta x}{L} + p_x(x, y)$$

$$p_y(x - \Delta x, y) = \frac{(v_\eta + \varphi_\zeta x) \Delta x}{L} + p_y(x, y)$$
(2.44)

Verificándose siempre en zona de adhesión $\Rightarrow (p_x, p_y) \leq \mu p_z$

- Área con deslizamiento relativo

(i) Determinación del esfuerzo de tracción límite de adhesión

$$p'_x(x - \Delta x, y) = \frac{p_z \mu (v_\xi - \varphi y)}{|(v_\xi - \varphi y)|}$$

$$p'_y(x - \Delta x, y) = \frac{p_z \mu (v_\eta - \varphi x)}{|(v_\eta - \varphi x)|}$$
(2.45)

(ii) Cálculo del deslizamiento total relativo

$$s_x \approx v_\xi - \varphi_\zeta y - L_{wr} \frac{p_x(x, y) - p'_x(x - \Delta x, y)}{\Delta x}$$

$$s_y \approx v_\eta - \varphi_\zeta x - L_{wr} \frac{p_y(x, y) - p'_y(x - \Delta x, y)}{\Delta x}$$
(2.46)

(iii) Determinación del esfuerzo de tracción con deslizamiento presente

$$p''_x(x - \Delta x, y) = \frac{p_z \mu (S_x)}{|S_x|}$$

$$p''_y(x - \Delta x, y) = \frac{p_z \mu (S_y)}{|S_y|}$$
(2.47)

(iv) Comparación respecto tolerancia admisible ϵ

$$|p''_x - p'_x| < \epsilon$$

$$|p''_y - p'_y| < \epsilon$$
(2.48)

Si se verifican las relaciones (2.48), se obtiene el valor del esfuerzo de tracción en cada elemento, caso contrario, se repiten los pasos I a IV considerando el deslizamiento previamente calculado como condición inicial de la iteración siguiente.

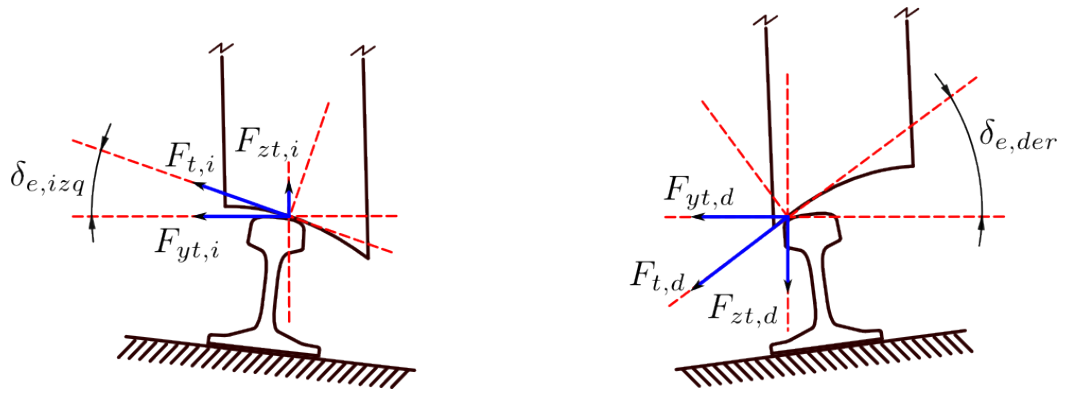


FIGURA 2.18: Tensiones tangenciales laterales en zona de contacto.

El esfuerzo de tracción total (Figura 2.18) es obtenido por la sumatoria de las fuerzas generadas en cada elemento, comenzando desde el borde de entrada en la zona de contacto hasta el correspondiente de salida. Dicha metodología coincide con el proceso físico observado en la Figura 2.19, donde cada partícula entra en contacto con el borde de la zona y se desplaza longitudinalmente, variando el esfuerzo de tracción conforme su movimiento hacia el borde de salida [43].

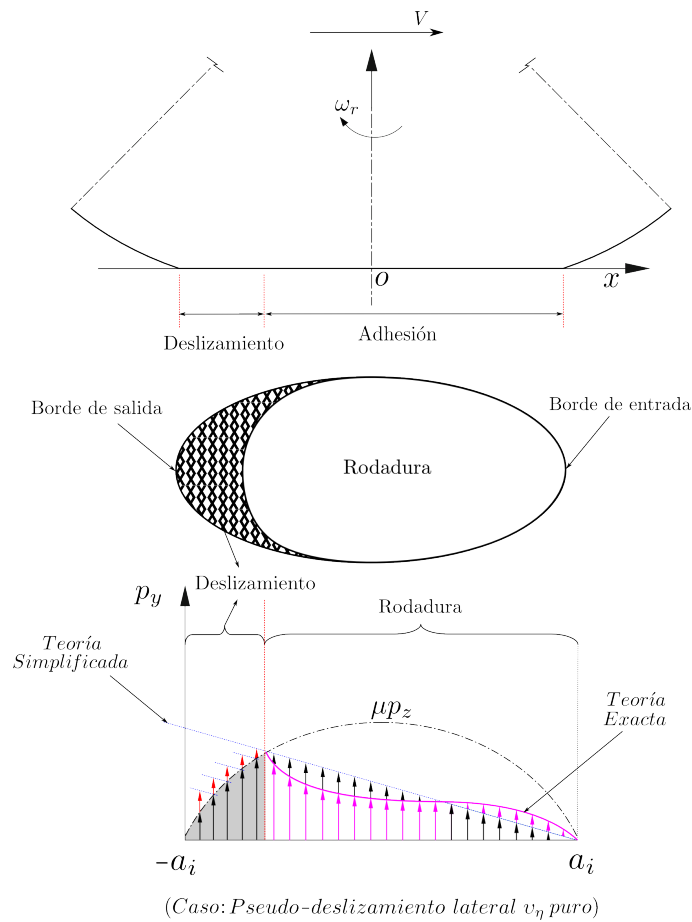


FIGURA 2.19: Distribución de tensiones tangenciales en zona de contacto.

2.7. Coeficiente de fricción variable

La capacidad de la zona de contacto para absorber el esfuerzo de tracción se encuentra expresada en término del coeficiente de fricción o rozamiento μ . En general, para el contacto entre cuerpos compuestos de metal, el coeficiente de rozamiento puede tomar los valores comprendidos en el intervalo 0.3-1. La presencia de una sustancia en la interfaz de contacto, aplicada deliberada o naturalmente, produce el incremento o decremento de la adherencia. Para el caso particular de contacto entre dos cuerpos de acero, en condiciones de fricción seca, libre de contaminantes (aceite) y sin la aplicación de modificadores de adhesión (lubricantes o compuestos arenosos), el coeficiente de rozamiento es considerado dentro del intervalo 0.27-0.30 [12]. Considerando el coeficiente de fricción constante (caso ideal), y bajo la existencia de deslizamiento, la fuerza de rozamiento se limita al valor de saturación definido por la ley de Coulomb. En situaciones reales, el coeficiente estático de fricción μ depende de las condiciones de la superficie y las propiedades de los materiales [68]. Polach [69] desarrolló un algoritmo basado en un método simplificado [70] que incluye el efecto no lineal de la variación del coeficiente de rozamiento en función de la velocidad y el deslizamiento. Vollebregt [71] realizó modificaciones en el programa CONTACT incorporando la presencia de sustancias (agua, contaminantes, etc.) en la interfaz de contacto y su efecto en el coeficiente de flexibilidad L . No obstante, los métodos simplificados adolecen de exactitud en sus resultados [72] y el programa CONTACT no es apto para simulación en tiempo real debido a su alto coste computacional. Spiriyagin et al. [16], [73] modificaron el algoritmo original FastSim considerando la variación no lineal del coeficiente de rozamiento y su efecto sobre el parámetro de flexibilidad equivalente L .

2.7.1. Parámetro de flexibilidad L modificado (Algoritmo FastSim)

El coeficiente de fricción variable puede ser calculado mediante la expresión (2.49), utilizada en los modelos propuestos por Polach [69]:

$$\mu = \mu_0 \left[(1-A) e^{-Bw} + A \right] \quad (2.49)$$

Con:

$$A = \frac{\mu_\infty}{\mu_0}$$

Donde:

- μ_0 – Coeficiente máximo de fricción (adherencia)
- B – " de decremento exponencial de fricción [s/m]
- μ_∞ – " de fricción para pseudo-deslizamiento infinito
- w – Velocidad total de deslizamiento [m/s]

El factor de corrección k propuesto por Spiriyagin et al. [73] es:

$$k = k_0 \left(\alpha_\infty + \frac{1 - \alpha_\infty}{1 + \beta \epsilon} \right) \quad (2.50)$$

Donde:

- k_0 – Valor inicial del factor de reducción para deslizamiento nulo, $0 < k_0 \leq 1$
- α_∞ – Fracción del valor inicial del factor de reducción para deslizamiento tendiendo a infinito, $0 < \alpha_\infty \leq 1$
- β – Parámetro adimensional de disminución de rigidez por aumento de área de deslizamiento
- ϵ – Gradiente de la distribución de tensiones tangenciales según modelo de Polach [70]

$$\epsilon = \frac{1}{4} \frac{G\pi abk_0 C_{11}}{N\mu} s \quad (2.51)$$

Donde:

- G – Módulo transversal de elasticidad
- a, b – Semi-ejes del área elíptica en la dirección longitudinal y lateral, respectivamente
- C_{11} – Coeficiente de Kalker en dirección longitudinal
- N – Carga normal sobre la rueda
- μ – Coeficiente de fricción variable, según expresión (2.49)
- s – Deslizamiento total

$$L_{modif} = \frac{L}{k} \quad (2.52)$$

De esta manera, el algoritmo de Kalker modificado mediante la expresión (2.52) resulta eficiente para valores de creepages arbitrarios sin perder exactitud ni sufrir aumento en su tiempo de cómputo. Por lo tanto, puede ser utilizado en simulaciones en tiempo real, incluyendo modelos bajo esfuerzos de tracción o frenado y en diversas condiciones de contacto (fricción seca, contaminantes, vía mojada, etc.) [73].

2.7.1.1. Parámetros adoptados

En la presente tesis, ha sido considerado el contacto rueda-riel en condiciones seca y libre de contaminantes, cuyas constantes utilizadas en el cálculo de las expresiones (2.49) a (2.51) fueron obtenidas de los trabajos experimentales realizados en [73], a saber: $\mu_0 = 0.36$, $A = 0.38$, $B = 0.7$, $k_0 = 0.54$, $\beta = 0.62$, $\alpha_\infty = 0.02$.

2.8. Fuerzas tangenciales de contacto - secuencia de cómputo

En la Figura 2.20 puede observarse la secuencia de resolución para la obtención de las fuerzas tangenciales longitudinales y laterales para cada punto de contacto instantáneo ocurrido en el conjunto rueda-riel. En la etapa inicial, el problema geométrico, conocidas las condiciones iniciales (desplazamiento lateral y ángulo de lazo) se obtienen los radios de rodadura y ángulos efectivos de contacto a partir de una tabla de búsqueda de doble entrada, la cual ha sido pre-calculada debido al gran coste computacional para ser utilizada en simulaciones en tiempo real. Hallada la coordenada del punto donde se produce el contacto entre superficies, se determinan los radios meridionales y tangenciales observados en las trazas de los planos longitudinal y transversal de los perfiles, respectivamente (Figura 2.14). La dimensión de la zona de contacto (semiejes a y b) es obtenida mediante la aplicación de las expresiones resultantes de la teoría Hertziana para deformación elástica. Calculados los

pseudo-deslizamientos (creepages) y los parámetros físicos del contacto (flexibilidad y coeficiente de fricción) se procede al cómputo de las fuerzas tangenciales mediante el algoritmo iterativo FastSim, las cuales son incorporadas al sistema de ecuaciones dinámicas obtenidas mediante el modelado matemático del vehículo ferroviario descrito en el capítulo nº3.

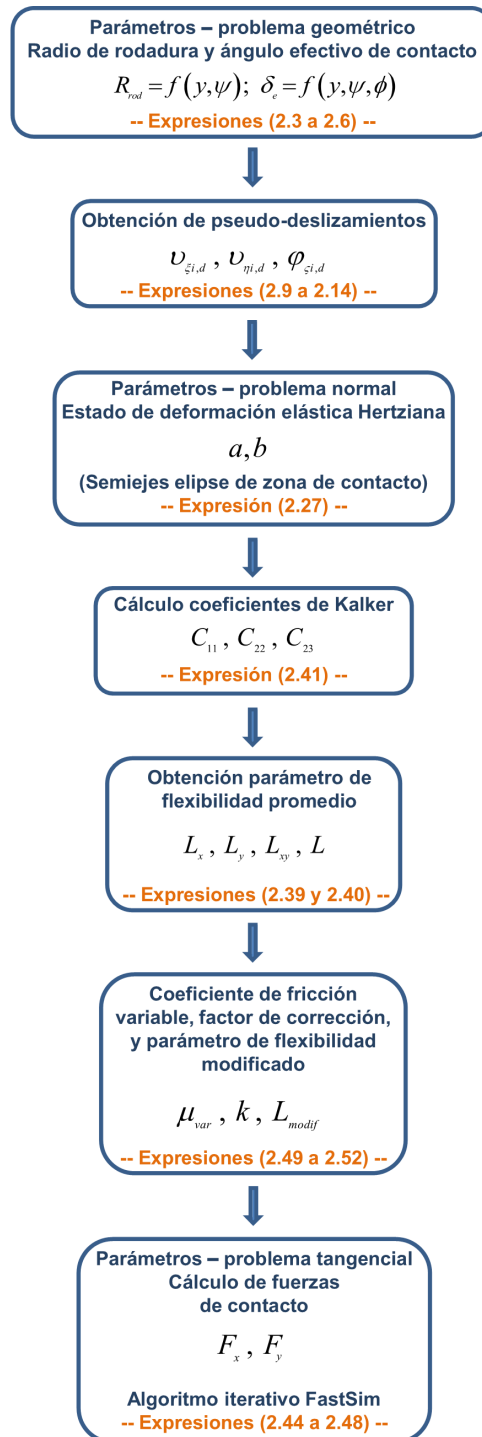


FIGURA 2.20: Obtención de fuerzas tangenciales - Flujo de cómputo.

Capítulo 3

Modelado del sistema físico

3.1. Introducción

En el proceso de diseño de vehículos ferroviarios, y bajo el aprovechamiento del avance tecnológico computacional, la simulación dinámica de sistemas multicuerpo ha adquirido una importante relevancia otorgando herramientas para la evaluación del comportamiento del vehículo y optimizar su configuración en diversas condiciones de circulación.

- Aplicaciones típicas de la simulación dinámica multicuerpo [74]
 - Verificación de la estabilidad de circulación y condiciones de seguridad frente al descarrilamiento.
 - Evaluación de la calidad del confort de marcha.
 - Análisis del desgaste y diferentes fenómenos en el contacto rueda-riel.
- Beneficios de la simulación computacional [75], [76]
 - Complemento de las pruebas en vehículos reales.
 - Reemplazo parcial del testeo físico.
 - Prueba y aceptación de un nuevo diseño antes de la fabricación del prototipo.
 - Posibilidad de verificar la viabilidad de modificación de un modelo de vehículo en servicio.
 - Homologación virtual del prototipo facilitando y disminuyendo el tiempo de la posterior validación mediante ensayos.

Las aplicaciones simuladas deben poseer alto grado de confiabilidad y representación fidedigna de los diferentes componentes del vehículo en prueba, de manera que cualquier desviación significativa respecto del modelo real, en especial las referentes a parámetros críticos y aspectos de seguridad, implica la necesidad de realizar modificaciones con el correspondiente aumento de tiempo y complejidad del proceso de diseño [77].

- Requerimientos críticos en la aplicación del modelado y simulación [77]
 - Definición exacta y confiable del procedimiento de modelado.
 - Criterios de aceptación en la incorporación de parámetros no-lineales.
 - Validación de los modelos propuestos mediante comparación con pruebas de vehículos similares y/o resultados del testeo de componentes individuales (elementos de suspensión).

Los primeros planteamientos de las ecuaciones dinámicas que gobiernan el movimiento del vehículo fueron elaboradas por Carter en 1926 [50], sin embargo, las soluciones presentaban numerosas simplificaciones propias de las herramientas disponibles en la época. A mediados de la década del sesenta, y debido a la disponibilidad de medios computacionales, muchos de los trabajos anteriormente formulados pudieron ser resueltos de manera eficiente [78]. En las dos últimas décadas, y gracias al incremento de la tasa de cómputo de los procesadores disponibles, los modelos matemáticos pueden contener elementos de suspensión con mayor complejidad, incluyendo características no lineales.

- Componentes utilizados como elementos de suspensión y conexiones en general
 - Muelles combinados en serie o paralelo (helicoidales, cónicos).
 - Amortiguadores de doble efecto con comportamiento no lineal.
 - Suspensiones neumáticas.
 - Bielas de arrastre (barras de tracción).
 - Barras de torsión (incluyendo estabilizadoras).
 - Silent-blocks (elementos de guiado, cuplas de articulación).
 - Topes elásticos (planos, cónicos).

La descripción de los elementos de suspensión de los vehículos ferroviarios utilizada en las simulaciones dinámicas depende principalmente del nivel de detalle de cada componente y, a su vez, dicha descripción es definida por la exactitud requerida considerando el fin específico de las pruebas realizadas. La complejidad del modelado matemático de cada elemento es susceptible a la incorporación de parámetros no lineales como la fricción, el efecto del flujo de aire (suspensiones neumáticas) o la respuesta de los componentes ante la variación de frecuencia. Incluso en modelos de componentes simples (muelle individual) pueden existir parámetros extras no considerados en primera instancia como el efecto de las cargas gravitacionales, imperfecciones geométricas, desviaciones respecto del comportamiento nominal y otros parámetros no definidos en forma precisa [77].

- Aspectos con mayor influencia en la exactitud del modelo multicuerpo
 - Elementos de suspensión (primaria, secundaria y conexiones inter-vehículos).
 - Contacto rueda-riel (lineal, simplificado no-lineal, exacto).
 - Modelado de la vía (flexible o rígida).
 - Representación del trazado y superficie de los rieles (irregularidades).

El nivel de detalle de la representación de los elementos de suspensión, la correcta analogía física-matemática de su comportamiento mecánico y la inclusión de la mayor cantidad de efectos no lineales dependen del propósito del diseño de cada uno de los componentes, en base a sus principales funciones desempeñadas en el vehículo [78]:

- Soportar estática y dinámicamente la carga.
- Transmitir los esfuerzos de tracción y frenado al vehículo.
- Aislar a los pasajeros y/o carga de las posibles aceleraciones no deseadas.
- Aportar las condiciones de control sobre los movimientos, asegurando el comportamiento dinámico adecuado.

- Compensar el confort de marcha y condiciones de seguridad frente al efecto de las irregularidades en el trazado de la vía.
- Prevenir o disminuir el desgaste de la vía y los componentes del vehículo producido por la acción de las cargas dinámicas.

Independientemente del tipo de estudio realizado, los elementos de suspensión modifican el comportamiento dinámico global del vehículo, lo cual refuerza la relevancia de su correcto modelado. Los efectos generales conocidos dependientes de las propiedades de los componentes pueden referirse a la condición de rigidez de la suspensión:

(i) A mayor rigidez

- Aumento significativo de la estabilidad general de formaciones convencionales circulando en altas velocidades.
- Incremento positivo relativo de la estabilidad lateral en vehículos compuestos por unidades múltiples.

(ii) A menor rigidez

- Sustancial mejora en el tránsito de curvas de pequeño radio de trazado.
- Mayor compensación de las irregularidades del trazado de vía y defectos superficiales de los rieles.

Gran variedad de los análisis existentes, derivados de la aplicación de simulaciones dinámicas, basan su utilidad en función de la finalidad del estudio. Dentro de las aplicaciones orientadas a vehículos ferroviarios, existen diversos enfoques cuyas características se resumen a continuación:

- Respuesta lineal en el dominio de la frecuencia: obtención de las frecuencias naturales lineales. Investiga la estabilidad y comportamiento dinámico en circulación. Efectiva aproximación en vehículos de pasajeros. Utilización limitada en vehículos de carga debido a la dificultad de realizar la linealización de elementos de suspensión con alta fricción.
- Estado estacionario no-lineal: aplicación de gran utilidad en el estudio de la interacción no-lineal rueda-riel debido a considerar el contacto lo suficientemente instantáneo para excluir las variaciones momentáneas de tensiones (sección 1.5 - hipótesis n° 7).
- Comportamiento dinámico no-lineal: integración completa con paso variable de ecuaciones no-lineales dinámicas. Permite modelado complejo y detallado del sistema físico. Dificultad para obtener las propiedades reales de los parámetros de la suspensión debido a la dependencia de ensayos de componentes.
- Evaluación en modelos 2D: planteamiento independiente en vistas en planta y lateral. Suposición implícita de movimiento mediante pequeños desplazamientos. Utilización frecuente en sistemas linealizados. Menor coste computacional.
- Estudio de modelo 3D: desplazamientos significativos planteados mediante matrices de rotación. Modelado de componentes con características complejas. Sistema de ecuaciones con mayor grado de acoplamiento, con alto coste de cómputo.

- Optimización del modelado de la suspensión del vehículo [78]
 - Análisis de estabilidad lateral de circulación en vía recta.
 - Control de fuerzas generadas durante el tránsito en curvas pronunciadas.
 - Determinación del riesgo de descarrilamiento por monte de pestaña.
 - Mejora del confort de marcha en trazados irregulares de vía y curvas de peralte deficiente.
 - Estudio del comportamiento dinámico de trenes articulados.

3.2. Campos de aplicación

Las técnicas de modelado matemático son, en general, lo suficientemente genéricas para satisfacer la finalidad de adaptación a diferentes sistemas multicuerpo. En el caso particular del ámbito ferroviario, la gran variedad de vehículos existentes requiere la unificación de criterios aplicados en la representación de elementos, sin perjuicio de las particularidades de cada caso.

- Tipos de vehículos analizados [78]
 - Coches de pasajeros, unidades múltiples, vehículos ferroviarios livianos, tranvías, configuraciones articuladas, formaciones pendulares.
 - Locomotoras, unidades motrices modulares.
 - Vehículos de carga (dos y cuatro ejes, articulados).
 - Maquinaria de mantenimiento (grúas, excavadoras, perfiladora de balasto, máquinas de bateo, vagón de estabilizado dinámico de vía, vagón esmerilador).
 - Par montado independiente, suspensiones activas y semi-activas, prototipos experimentales.

Las aplicaciones típicas de la simulación dinámica multicuerpo pueden dividirse en tres grupos dependiendo de la naturaleza de su objetivo final [74]:

- Diseño: en todas las etapas (desarrollo, especificaciones, evaluación, testeo, optimización).
- Investigación: predicción de causas de problemas, viabilidad de posibles soluciones, optimización de modelos de vehículos existentes, ampliación de condiciones de operación (mayores velocidades).
- Enseñanza: comprender los aspectos importantes en el comportamiento del vehículo, investigar el efecto de la variación de parámetros críticos, explicar fenómenos reales mediante herramientas teóricas de la física y el cálculo diferencial.

Por otro lado, y desde el punto de vista práctico, los resultados de la experimentación computacional pueden ser utilizados como método de predicción en un amplio rango de áreas técnicas [78]:

- Seguridad, descarrilamiento, fallas de vía.
- Estabilidad lateral, velocidad crítica de circulación.
- Fuerzas generadas en tránsito de curvas.

- Confort de marcha, comportamiento dinámico, cruces, eventos no deseados.
- Fuerzas dinámicas laterales y verticales en la vía.
- Dinámica del sistema de transmisión.
- Deterioro de vía.
- Desgaste en la interfaz rueda-riel, esfuerzos de contacto.
- Evaluación del efecto de la geometría del trazado de vía.
- Estudio de la interacción aerodinámica y del efecto de las cargas laterales producidas por el viento.

3.3. Componentes de suspensión

Todo componente mecánico puede ser descrito por medio de propiedades geométricas y mecánicas. Los parámetros significativos desde el punto de vista dinámico son la masa y los coeficientes de rigidez, amortiguamiento y fricción superficial. Los tres últimos pueden ser representados mediante esquemas simplificados de elementos simples, por lo tanto, a mayor complejidad en el modelado del componente físico, es posible realizar la combinación de dichos elementos obteniendo su correspondiente expresión matemática. Sin embargo, el detalle buscado en el modelado dependerá del análisis adecuado de cada componente, de la fiabilidad de los parámetros característicos obtenidos en banco de ensayos, de la identificación de la magnitud de importancia que cada componente posea en aspectos referidos al comportamiento estudiado y del grado de dificultad de su implementación en la simulación. Es habitual referirse a los elementos de suspensión como *masas no suspendidas*, la cual es pequeña respecto de la masa total del sistema, por lo tanto, su influencia en la frecuencia propia de la suspensión y los efectos de la fuerza de inercia son despreciables, generando la simplificación de adicionar la masa de cada componente a uno de los cuerpos a los cuales se encuentra conectado.

3.3.1. Muelles helicoidales

Los muelles son componentes simples donde la fuerza actuante es colineal al desplazamiento del propio elemento. Pueden poseer características lineales o no-lineales (Figura 3.1) y en su esquema más sencillo es representado por una relación (simétrica o asimétrica) proporcional al desplazamiento. En términos generales, se consideran suficientemente exactos los siguientes esquemas [77], [78]:

- Modelo lineal con simple dirección de actuación.
 - Muelles simples.
 - Barras de tracción (bielas de arrastre).
- Modelo no-lineal.
 - Topes elásticos cónicos (tasa progresiva de rigidez).
 - Elementos con características rotatorias (cuplas de articulación).

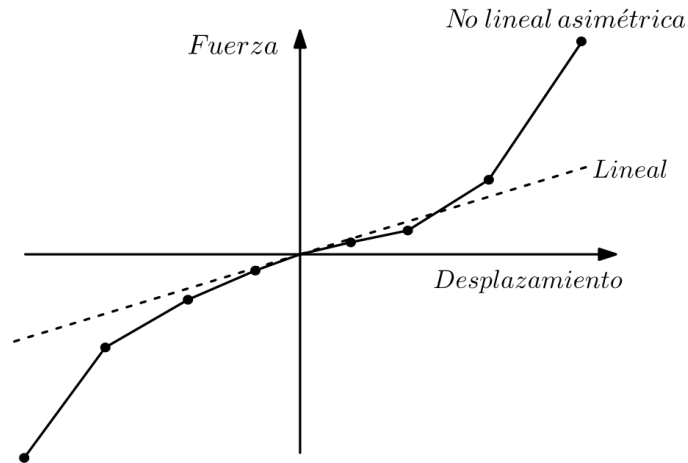


FIGURA 3.1: Diagrama característico de un muelle simple.

En muelles reales, el comportamiento en las direcciones vertical y lateral se encuentra acoplado. No obstante, la limitación presente en el modelo simplificado (direcciones desacopladas, independientes) puede considerarse suficientemente aproximada dependiendo del cumplimiento de la verificación de la inestabilidad lateral ocurrida debido al fenómeno de pandeo [78], cuyo cálculo práctico es realizado mediante las formulaciones proveídas por la norma EN 13906 [79], obteniendo la rigidez lateral y la correspondiente comprobación por inestabilidad basada en las condiciones de sustentación. En la Figura 3.2 se representa el desplazamiento lateral de un muelle bajo la acción de las fuerzas vertical y lateral, considerando soportes imposibilitados de permitir el giro relativo del elemento.

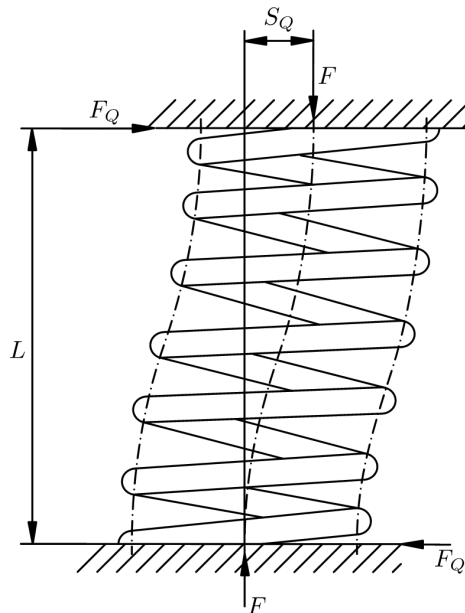


FIGURA 3.2: Muelle bajo cargas axial y transversal simultáneas.

Mediante la expresión (3.1) se obtiene el cociente entre rigideces lateral/axial, lo cual permite la determinación de la rigidez lateral, conocido el valor de la correspondiente vertical.

$$\eta = \frac{R_Q}{R} = \xi \left[\xi + 1 + \frac{2E}{\lambda(E+2G)} \sqrt{C_1 C_2} \tan \{ \lambda \xi \sqrt{C_1 C_2} \} \right]^{-1} \quad (3.1)$$

Con:

$$C_1 = \frac{E+2G}{2E}$$

$$C_2 = \frac{\xi G + E(1-\xi)}{E\xi}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{D}$$

$$\xi = \frac{s}{l_0}$$

Donde:

- η – Cociente entre rigideces lateral/axial
- R_Q – Tasa de rigidez lateral
- R – Tasa de rigidez axial
- λ – Esbeltez
- ξ – Deflexión relativa
- l_0 – Longitud real del muelle
- D – Diámetro del alambre
- s – Deflexión axial

3.3.1.1. Inestabilidad lateral de muelles

La posibilidad de ocurrencia del desplazamiento lateral se encuentra asociada al parámetro esbeltez, el cual depende de la longitud efectiva de pandeo. En la Figura 3.3, se observan los diferentes coeficientes de longitud efectiva en términos de la condición de sustentación de los extremos del muelle analizado. La expresión (3.2) es utilizada para calcular la posible deflexión lateral ocurrida bajo la actuación de la carga crítica axial F_k . El riesgo de falla por pandeo puede evaluarse mediante el ábaco observado en la Figura 3.4, en función del cociente entre la deflexión lateral y la longitud real del elemento, y la relación entre las características geométricas y de sustentación.

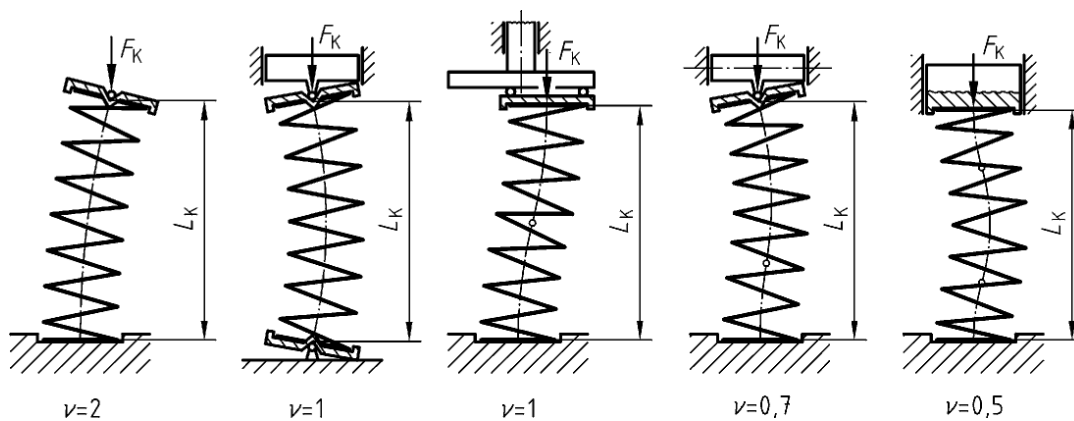


FIGURA 3.3: Coef. de longitud efectiva - Muelle cargado axialmente [79].

$$s_k = l_0 \frac{0.5}{C_3} \left[1 - \sqrt{1 - C_4 \left(\frac{\pi D}{v l_0} \right)^2} \right] \quad (3.2)$$

Con:

$$C_3 = \frac{E - G}{E}$$

$$C_4 = \frac{2(E - G)}{E + 2G}$$

Donde:

- s_k – Deflexión lateral del muelle
 v – Coeficiente de longitud efectiva

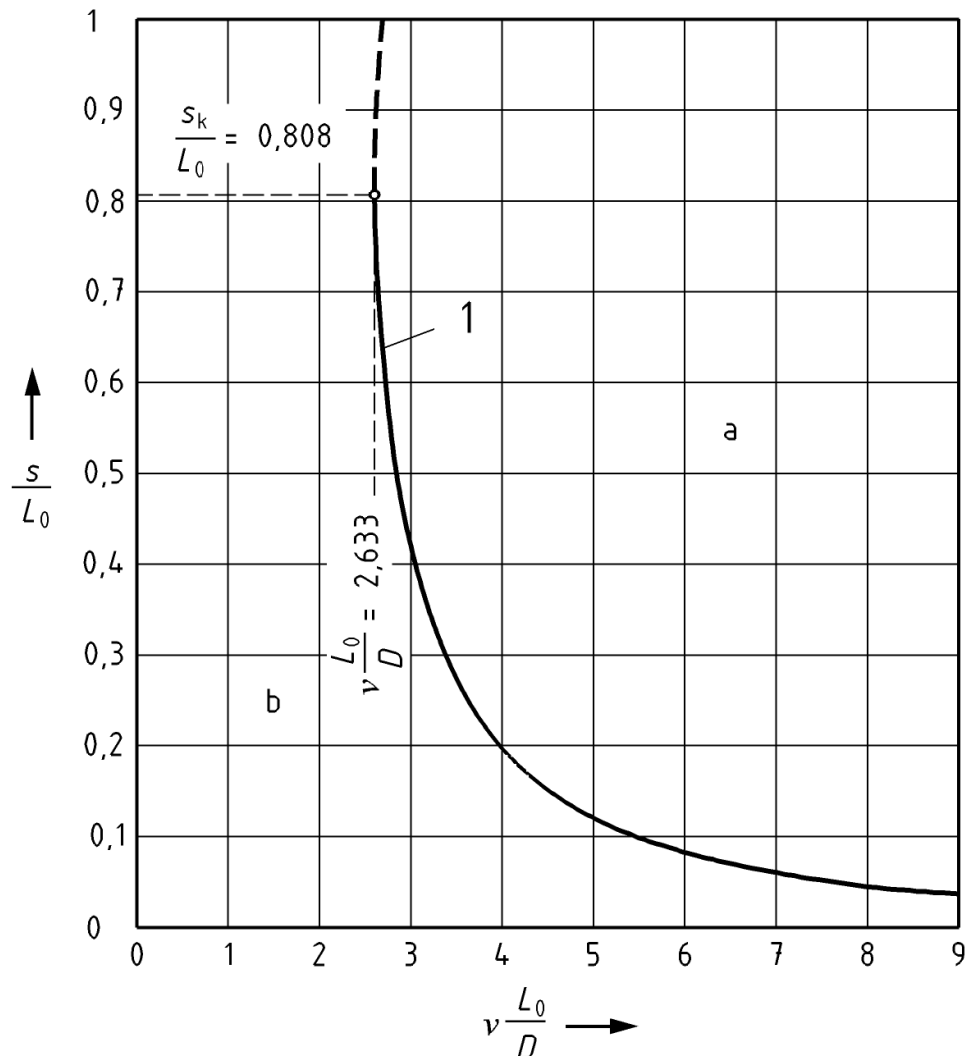


FIGURA 3.4: Curva teórica de pandeo - Muelle helicoidal comprimido [79].

El esquema seleccionado para representar el conjunto de muelles reales de la suspensión primaria se compone de tres muelles combinados, dispuestos en direcciones ortogonales (Figura 3.5).

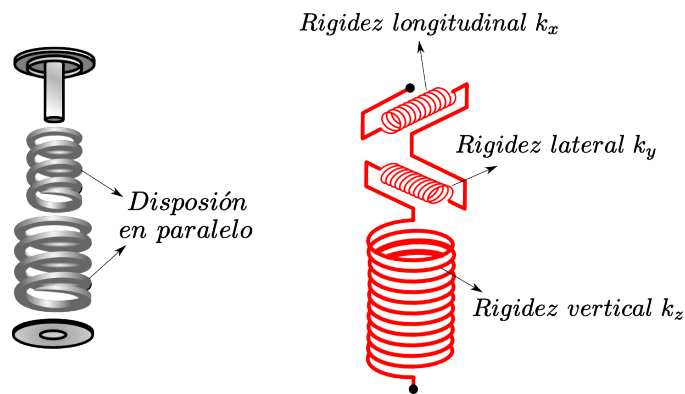


FIGURA 3.5: Muelles - suspensión primaria.

3.3.2. Amortiguadores viscosos

Los amortiguadores hidráulicos son, junto a los muelles simples, los elementos más utilizados en suspensiones verticales y laterales de vehículos. El aspecto principal de su funcionamiento es el de presentar características disipativas debido al pasaje de aceite a través de orificios y válvulas. Los amortiguadores reales poseen un comportamiento claramente no lineal debido al flujo turbulento de un elemento viscoso (aceite), y tiempo dependiente, por la generación de calor con el correspondiente cambio de temperatura del fluido y la variación de los valores de viscosidad. Bajo el accionamiento en altas frecuencias de carga-descarga, el incremento de la presión interna requiere representar el trabajo realizado por las diferentes válvulas de pasaje de fluido, debido a su influencia significativa en la distorsión de la respuesta por el efecto de histéresis presentando, de esta manera, la variación del comportamiento frente a diferentes frecuencias [80].

- Funciones de los amortiguadores
 - Asegurar el contacto continuo de la rueda con la vía.
 - Minimizar la transmisión de vibraciones.
 - Absorber esfuerzos de frenado, aumentando las condiciones seguridad.
 - Incrementar la estabilidad de circulación, controlando la transmisión de fuerzas a los componentes de la formación.

Existen múltiples tipos de modelos con diferente grado de complejidad y cantidad de parámetros intervinientes. A mayor número de variables no lineales, mayor es la dificultad para ser implementado en la simulación del vehículo. Dos grandes grupos de modelos pueden ser identificados en base al grado de detalle en su representación:

- Modelos simplificados [81]
 - Influencia relativa de la frecuencia (en modelo simple: no se considera).
 - Descarga en flujo laminar (bajas frecuencias).
 - Amortiguamiento bilineal - tasa compresión/expansión.
 - Rigidez en serie (expresión polinómica).
 - Amortiguamiento cuadrático.
- Modelos paramétricos complejos [82]-[85]

- Número de parámetros > 10
- Alta sensibilidad de la respuesta ante la variación de la frecuencia.
- Consideración de flujo turbulento (alta frecuencia).
- Coeficientes no empíricos (fugas, efectos de histéresis).
- Válvulas de pasaje, fuga y escape por sobre-presión.
- Influencia de la temperatura en la viscosidad del aceite.

Dentro de las representaciones simplificadas se pueden destacar: el modelo físico de Alonso y Giménez [85] basado en la dinámica del fluido y el esquema semi-empírico de Besinger [81] observado en la Figura 3.6. Ambos casos plantean una única ecuación diferencial de primer orden, representando las fases de compresión-expansión, factible de ser computada durante la integración del sistema completo.

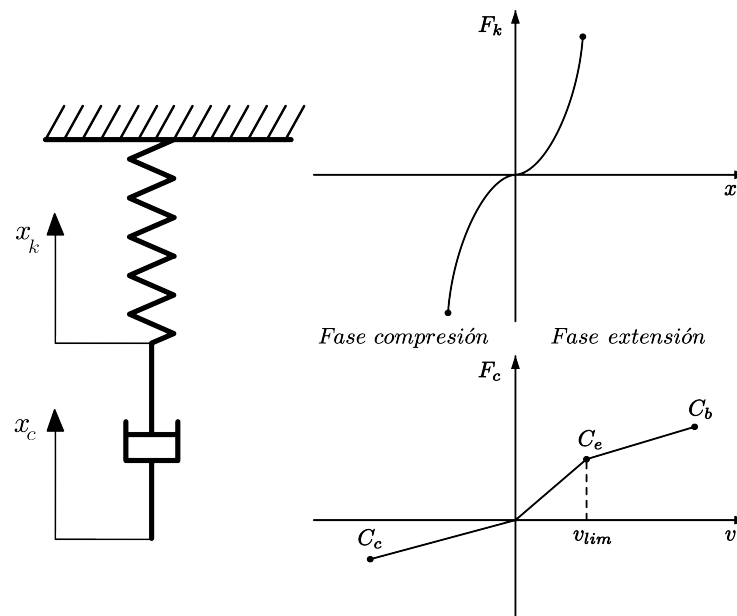


FIGURA 3.6: Diagramas característicos amortiguador - modelo de Besinger.

$$F_k = k_1 x + k_2 x^3 \quad (3.3)$$

$$F_c = \begin{cases} C(v)v & v < v_{lim} \\ C_e v_{lim} + C_b (v - v_{lim}) & v \geq v_{lim} \end{cases} \quad (3.4)$$

Con:

$$C(v) \approx C(\dot{x}) = \frac{c_1 c_3}{\sqrt[3]{1 + c_4^2}} + c_2$$

$$c_1 = (C_e - C_c) / 2$$

$$c_2 = (C_e + C_c) / 2$$

$$c_3 = v - \alpha \approx \dot{x} - \alpha$$

$$c_4 = \frac{v - \alpha}{\alpha} \approx \frac{\dot{x} - \alpha}{\alpha}$$

Donde:

F_k	–	Fuerza generada en muelle [N]
F_c	–	" en amortiguador [N]
k_1	–	Coefficiente lineal de rigidez del muelle [N/m]
k_2	–	" cúbico de rigidez del muelle [N/m ³]
$C(v)$	–	Coefficiente de amortiguamiento - velocidad dependiente (v) [Ns/m]
v	–	Velocidad interna en amortiguador [m/s]
v_{lim}	–	Velocidad de saturación [m/s]
C_e	–	Coefficiente de amortiguamiento - fase expansión [Ns/m]
C_b	–	" - p/velocidad de saturación [Ns/m]
C_c	–	" - fase compresión [Ns/m]
α	–	Parámetro de transición - fases compresión/expansión [m/s]

En la figura 3.7, se observa la fuerza transmitida en función de la velocidad. El modelo más simple de amortiguador genera una fuerza proporcional a la velocidad de descarga, siendo habitual encontrar comportamientos no lineales proporcionales al cuadrado de la velocidad. Las características bi-lineales proveen respuestas diferentes en la fase de compresión-expansión aportando estabilidad en la respuesta.

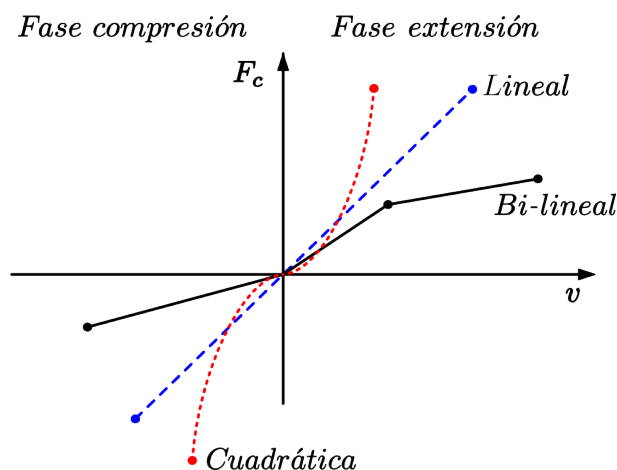


FIGURA 3.7: Diagramas característicos típicos.

La alternativa a los modelos pseudo-físicos es la combinación de elementos simples (muelles y amortiguadores), obteniendo sus constantes en forma experimental o a partir de fichas técnicas. La rigidez aportada al modelo por el muelle representa la flexibilidad interna de la columna de aceite, efectos de fricción en sellos mecánicos y la deformación de los soportes ubicados en los extremos, asegurando la reducción de transmisión de vibraciones en altas frecuencias de trabajo. De esta manera, la combinación actúa como un amortiguador puro a bajas frecuencias y como un muelle puro en altas [78]. La frecuencia de transición f_c puede calcularse mediante la expresión (3.5).

$$f_c = \frac{K}{2\pi C} \quad (3.5)$$

El modelo simple considerado supone la representación de elementos en serie observada en la Figura 3.8 y la validez de su utilización es justificada debido a la existencia del citado modelo en programas de análisis dinámico multi-cuerpo [86], [87].

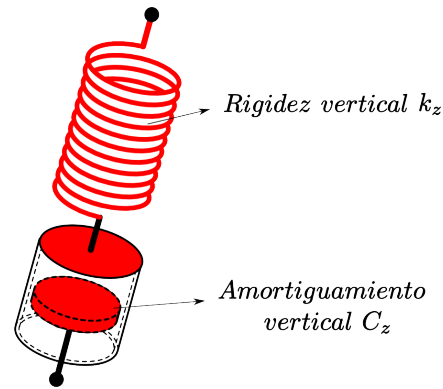


FIGURA 3.8: Amortiguador viscoso - esquema simplificado.

A su vez, el esquema simplificado puede poseer la combinación de las siguientes características en su curva de respuesta:

- Rigidez
 - Lineal
 - Bilineal
 - No lineal (expresión polinómica)
- Amortiguamiento
 - Lineal
 - Tasa compresión lineal / tasa expansión bilineal
 - Cuadrático

3.3.3. Suspensión neumática

En vehículos ferroviarios de pasajeros es muy habitual utilizar suspensiones secundarias compuestas por un fuelle flexible de polímero reforzado, el cual mantiene su altura de trabajo mediante la inyección de aire bajo presión. En la Figura 3.9 se representa el circuito general típico de una suspensión neumática. El fuelle puede presentar diferentes números de lóbulos dependiendo de la existencia de aros (zunchos), generando el soporte a mayores cargas verticales. Se conecta en forma directa con el depósito de descarga conformando el volumen total de aire del circuito activo, definiendo el valor efectivo de rigidez vertical. En la tubería de conexión entre el fuelle y el tanque de descarga se aloja un orificio calibrado de paso, ofreciendo al sistema la fuente de amortiguamiento debido a la restricción del flujo circulante. En la base física del fuelle se ubica un componente auxiliar, el cual puede operar tanto en forma activa como en situaciones de emergencia (pérdida de presión). Dicho elemento puede ser un simple tope elástico de elevada rigidez o un muelle, de forma cilíndrica o cónica, compuesto por un núcleo de elastómero combinado con placas de metal ubicadas de manera alternada.

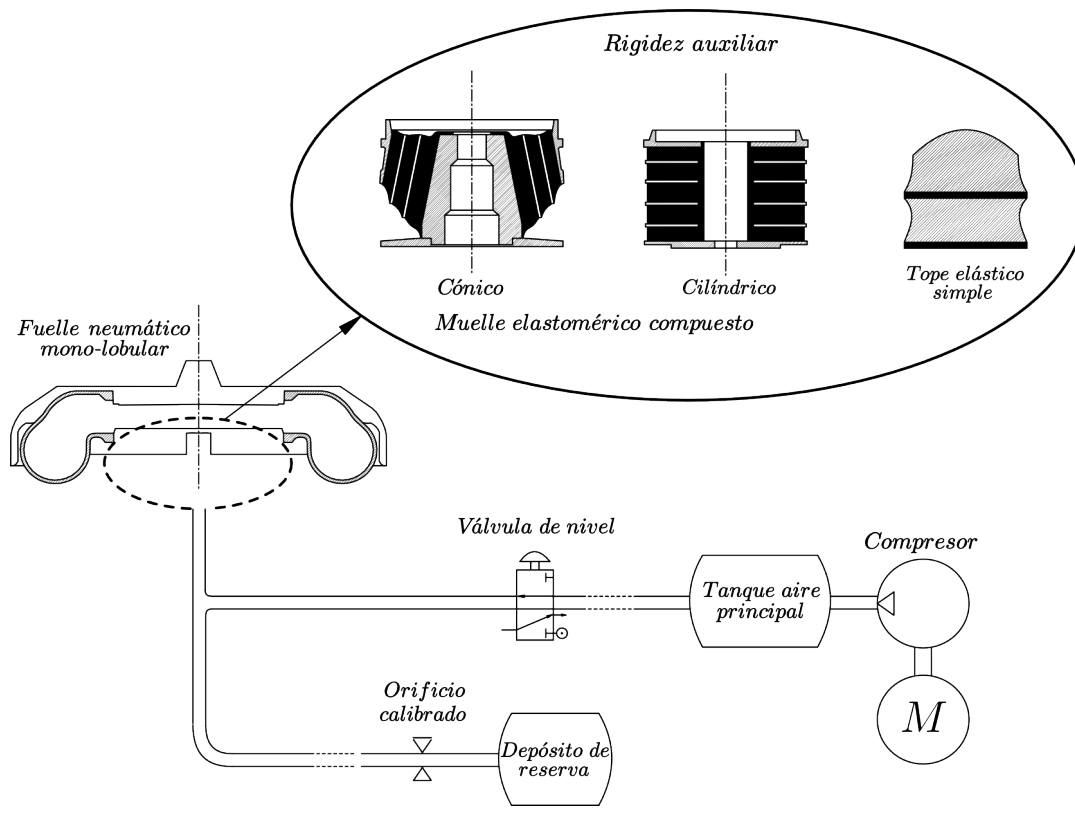


FIGURA 3.9: Circuito genérico del sistema de suspensión neumática.

Desde el punto de vista práctico, su utilización presenta numerosas ventajas y algunos problemas particulares [77], [78], [88]-[90]:

■ Ventajas de la utilización de suspensiones neumáticas

- Altura de trabajo constante, independiente de la carga aplicada y controlada por presión interna.
- Flexibilidad lateral \Rightarrow \uparrow Confort de marcha.
- Frecuencia natural reducida y constante \Rightarrow \uparrow Confort de marcha y \downarrow Impacto.
- Baja tasa de rigidez \Rightarrow \downarrow Pérdida por fricción.
- Filtro natural de altas frecuencias \Rightarrow \downarrow Transmisión de vibraciones.
- Soporta corrimientos laterales significativos sin perder el sustento vertical.
- Permite la combinación con muelles elásticos compuestos (núcleo de elastómero + placas de metal) asegurando las condiciones de seguridad de emergencia frente a la pérdida de presión de aire.
- Construcción en forma circular proveyendo similar comportamiento lateral y longitudinal.

■ Principales inconvenientes

- Baja frecuencia natural y reducida tasa de rigidez \Rightarrow \downarrow Resistencia a rolido.
- Mayor costo de mantenimiento.
- Mayor susceptibilidad a daños por desgaste, envejecimiento o ante objetos punzantes.

- Limitado rango de temperatura de trabajo (calor aportado por transformación de la energía cinética del flujo).

El estudio del comportamiento de los fuelles neumáticos se encuentra relacionado básicamente con aspectos termodinámicos del fluido (procesos politrópicos). Debido a ello, los parámetros que influyen en el modelado del sistema de suspensión son la presión, temperatura, volumen, masa, densidad y las transformaciones de energía del aire. El esquema completo del sistema (Figura 3.9) incluye otros componentes como el compresor y el depósito principal, los cuales son excluidos del análisis ya que actúan sólo cuando el nivelado de presión lo requiera, es decir, su intervención se produce en presencia de variaciones de volumen de aplicación muy gradual y no frente a las acciones provenientes de la respuesta del vehículo ante movimientos originados por la circulación en vía [78], [89]. No obstante, es posible encontrar investigaciones detalladas [91]-[94] considerando el aporte de cada componente al comportamiento general de la suspensión.

■ Componentes principales modelados

- Fuelle: interfaz física de conexión; rigidez principal.
- Depósito de aire de reserva/descarga: medio de reducción de rigidez debido al aumento de volumen; ofrece propiedades de amortiguamiento mediante el intercambio de fluido.
- Tubería y orificio calibrado: fuente principal de amortiguamiento.
- Muelle complementario/emergencia: fuente adicional de rigidez.

Entre los aspectos con mayor complejidad en su modelado se encuentran los diferentes tipos de válvulas existentes en el circuito. Las válvulas de nivelado de altura del fuelle producen la variación de la cantidad de aire del sistema modificando la rigidez elástica del mismo. La obtención de las curvas características de su comportamiento puede presentar dificultades debido a los aspectos no lineales generados por la presencia de *zona muerta* (*dead band*) en la respuesta y el limitado flujo de aire circulante. Sin embargo, desde el punto de vista con fines prácticos, puede despreciarse el efecto de dichas válvulas bajo la suposición simplificadora que el accionamiento de las mismas es relativamente lento y carece de efecto significativo ante la respuesta en frecuencias dinámicas [74].

■ Componentes no considerados en modelos simplificados [74], [91]

- Válvula diferencial de presión: mantiene posición horizontal relativa en el conjunto bogie-coche; flujo másico considerable dependiente de la presión.
- Válvula de nivel: control de flujo de aire con el fin de mantener altura de trabajo constante ante variación de carga; actuación debida a deficiencia de valor recomendado.
- Válvula de seguridad: mantiene altura de trabajo constante; actuación debida a exceso de valor recomendado.
- Depósito principal de aire.
- Compresor.

3.3.3.1. Efecto de histéresis

Es conocido que cualquier componente que presente características de rigidez y capacidad de disipar energía en forma de amortiguamiento presenta curvas de respuesta con mayor

complejidad geométrica. Dichas curvas son denominadas bucles o lazos de histéresis, presentan simetría respecto del origen y su forma total depende del tipo de fuente que produce el efecto disipativo. En el caso de elementos con amortiguamiento viscoso, el bucle típico de forma elipsoidal (Figura 3.10) expone la influencia de la frecuencia sobre la fuerza generada.

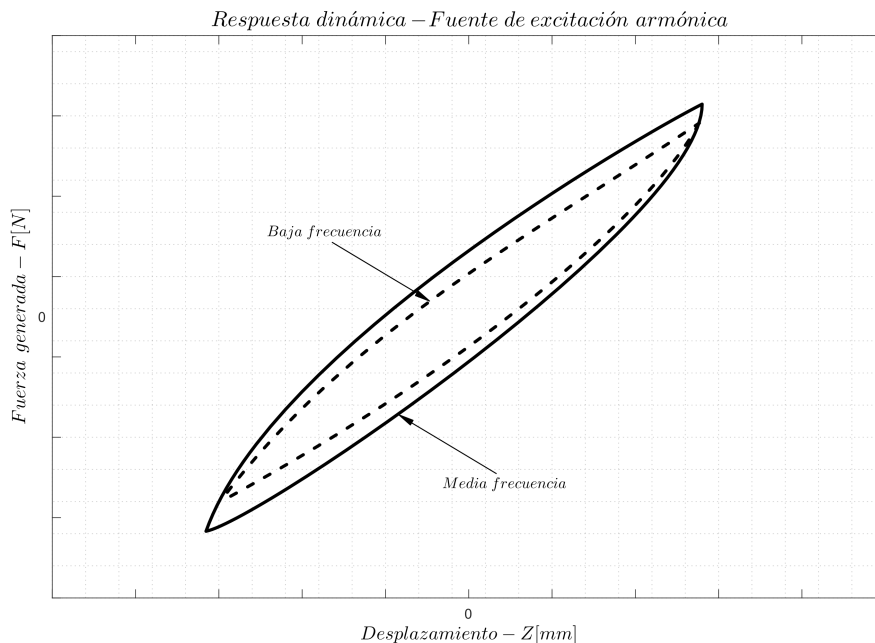


FIGURA 3.10: Bucle de histéresis típico en suspensiones neumáticas.

Si bien el estudio del comportamiento vertical y lateral de la suspensión neumática puede realizarse separadamente, la influencia del efecto de rigidez de origen residual produce una relación directa entre la rigidez lateral y la presión dentro de la cámara del fuelle, por lo tanto, existe relativa dependencia entre la respuesta dinámica lateral y la carga vertical de la suspensión [74], [78].

3.3.3.2. Modelos de estudio

En términos generales, los diferentes modelos esquemáticos de una suspensión neumática se representan mediante las constantes de rigidez K (muelles) y amortiguamiento C (amortiguadores) dispuestos en forma paralela o en serie. En referencia a las fuentes de las propiedades mecánicas del sistema, la totalidad de los modelos comparten las siguientes características [77], [78], [89]:

- Rigidez K
 - Fuelle: debida a compresión del aire - válvula de tubería cerrada.
 - Depósito de descarga: debida a compresión del aire.
 - Variación de área efectiva fuelle.
 - Muelle complementario/emergencia.
- Amortiguamiento C
 - Debido al flujo de aire a través de orificio calibrado.

- Generado por pérdidas de carga (fricción) en tuberías, accesorios y válvulas.

(i) Modelo simplificado básico

En la Figura 3.11 se representa el esquema simplificado más simple de una suspensión neumática. La rigidez del sistema considerada es, en general, sólo por el aporte del efecto del aire ubicado dentro del volumen del fuelle. El amortiguamiento utilizado es del tipo viscoso y posee características lineales, proporcional a la velocidad de actuación.

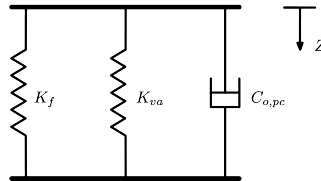


FIGURA 3.11: Esquema dinámico básico.

■ Particularidades

- Único volumen (fuelle + depósito de descarga).
- Variación de área efectiva despreciable.
- Amortiguamiento viscoso lineal.

(ii) Oda - Nishimura

En la Figura 3.12 se observa el modelo estudiado por Oda y Nishimura [95]. Los volúmenes del fuelle y depósito de descarga se consideran comunicados mediante una tubería, permitiendo considerar el efecto del amortiguamiento producido por el flujo a través de un orificio calibrado dentro de la tubería, debido principalmente a la pérdida por fricción. De todos los modelos existentes, el esquema de Nishimura proporciona la aproximación suficiente combinando la incorporación de no linealidades y una complejidad relativamente moderada en su modelado matemático. El modelo de Nishimura tiene completa validez cuando la longitud de la tubería respecto del depósito de descarga es reducida, por lo tanto, el efecto asociado a la inercia del aire puede considerarse despreciable [90].

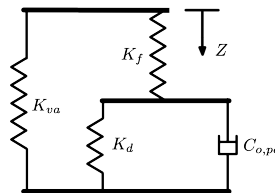


FIGURA 3.12: Modelo de Oda - Nishimura.

■ Particularidades

- Volúmenes individuales inter-conectados por tubería.
- Rigidez debido a variación de área efectiva.
- Amortiguamiento viscoso cuadrático.

(iii) VAMPIRE®

Modelo elaborado por Jerry Evans [88] e implementado en el software de dinámica ferroviaria VAMPIRE®. Toma como referencia el modelo de Nishimura añadiendo un parámetro extra representando el efecto relativo a la aceleración de la masa del fluido (Figura 3.13). Debido a la reducida área de la tubería, la velocidad alcanzada por el flujo del aire es elevada, por lo tanto, la inercia generada por el fluido posee alta ponderación en el modelado [89].

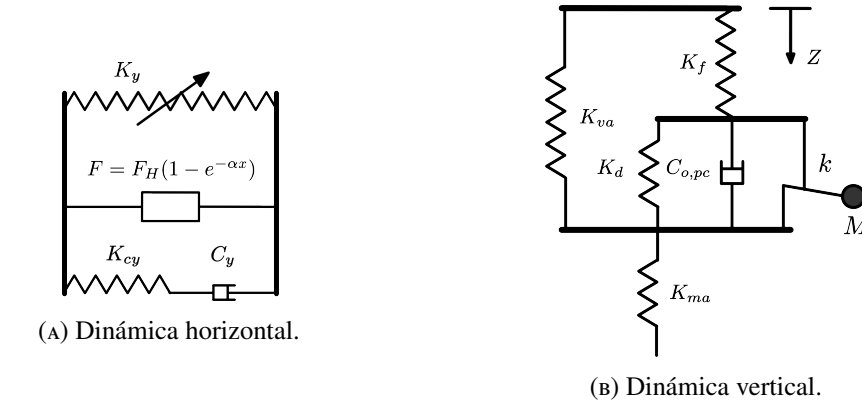


FIGURA 3.13: Modelo VAMPIRE®.

- Parámetros adheridos al esquema de Nishimura
 - Modelo dinámico horizontal (Figura 3.13a) .
 - Muelle complementario/emergencia (fuente adicional de rigidez).
 - Masa del fluido (efectos inerciales).

Los conjuntos conformados por componentes de material elastómero exhiben una respuesta dinámica no lineal en presencia de un ciclo de histéresis, caracterizada en forma acorde en el modelo utilizado en el programa de análisis dinámico ferroviario VAMPIRE® . De esta manera, el comportamiento y la variación de la rigidez lateral presentan fuerte dependencia de la amplitud del movimiento, modelado matemáticamente con la incorporación del término exponencial descrito en la expresión (3.6).

$$F = F_H (1 - e^{-\alpha y}) \quad (3.6)$$

Donde:

- F – Fuerza lateral generada
- F_H – Fuerza de histéresis (material dependiente)
- y – Desplazamiento lateral
- α – Constante exponencial de histéresis (material dependiente)

(iv) GENSYS®

En la Figura 3.14, se visualiza el modelo denominado GENSYS®, utilizado en el software homónimo, elaborado por Mats Berg en 1999 [96]. El modelo completo consta de trece parámetros y considera el comportamiento vertical, lateral y horizontal. La principal contribución respecto de otros modelos citados es la descripción del sistema considerando la influencia de todos los parámetros existentes: elasticidad, fricción, viscosidad, inercia y frecuencia.

- Efectos extras incorporados
 - Modelo tridimensional.
 - Influencia de la frecuencia en respuesta de componentes: rango validez: 0-20 Hz.
 - Amortiguamiento debido a fricción.
 - Rigidez horizontal por acoplamiento (momentos por cabeceo).
 - Mayor influencia de la inercia del fluido en la rigidez.

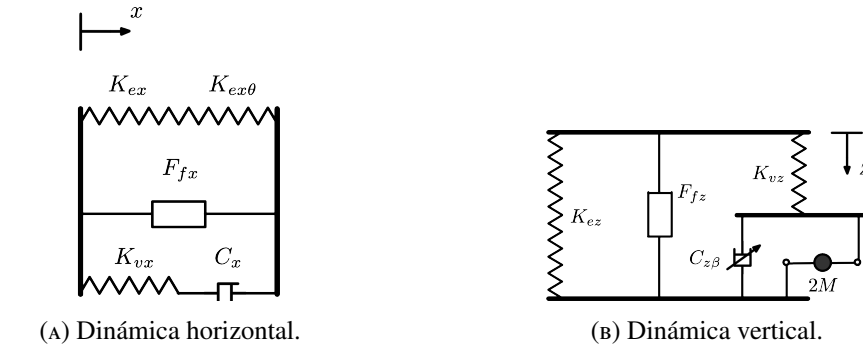


FIGURA 3.14: Modelo GENSYS®.

- Expresiones finales - Modelo GENSYS®

$$M = l_t A_t \rho \left(\frac{A_e}{A_t} \frac{V_{d0}}{V_{f0} + V_{d0}} \right)^2 \quad (3.7)$$

$$K_{ez} = \left(\frac{1}{K_1 + K_2} + \frac{1}{K_{tope}} \right)^{-1} \quad (3.8)$$

$$K_{vz} = \left(\frac{1}{K_3 + K_2} + \frac{1}{K_{tope}} \right)^{-1} - K_{ez} \quad (3.9)$$

$$C_{z\beta} = \frac{1}{2} \rho k_t A_t \left(\frac{A_e}{A_t} \frac{V_{d0}}{V_{f0} + V_{d0}} \right)^3 \quad (3.10)$$

Con:

$$K_1 = \frac{p_0 A_e^2 n}{V_{f0} + V_{d0}}$$

$$K_2 = p_g \frac{dA_e}{dz}$$

$$K_3 = \frac{p_0 A_e^2 n}{V_{f0}}$$

Donde:

M	–	Masa [kg]
l_c	–	Longitud tubería depósito [m]
A_t	–	Área transversal tubería [m ²]
ρ	–	Densidad aire [kg/m ³]
A_e	–	Área efectiva [m ²]
V_{d0}	–	Volumen depósito de reserva [m ³]
V_{f0}	–	Volumen inicial fuelle [m ³]
K_{ez}	–	Rigidez elástica vertical [N/m]
K_{tope}	–	Rigidez vertical tope auxiliar [N/m]
K_{vz}	–	Rigidez viscosa vertical [N/m]
$C_{z\beta}$	–	Amortiguamiento viscoso no-lineal [Ns ² /m ²]
k_t	–	Factor de pérdida de carga total en tubería
p_0	–	Presión absoluta inicial [Pa]
n	–	Coefficiente proceso adiabático/isotérmico

En la figura 3.15 se observa el esquema utilizado en el modelo matemático para representar la suspensión neumática bi-lobular.

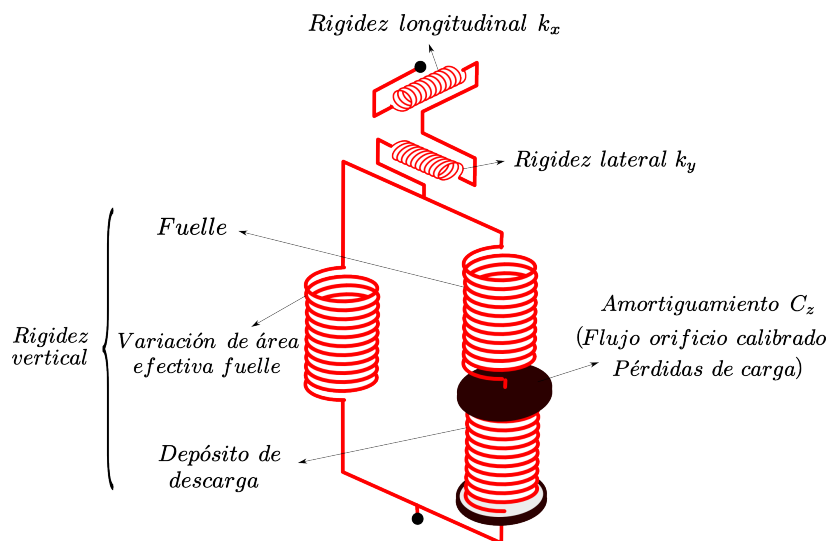


FIGURA 3.15: Modelo esquemático - suspensión neumática.

El modelo base es el descrito por Oda y Nishimura, levemente modificado incorporando un coeficiente de amortiguamiento neumático cuadrático [90] y combinado con muelles lineales transversales representando los efectos de la rigidez longitudinal y lateral.

■ Disposición de elementos (dirección vertical)

• K_1	–	Fuelle	–	referencia		referencia
• K_2	–	Depósito de descarga	–	serie		
• K_3	–	Variación de área efectiva fuelle	–	paralelo		
• C_n	–	Orificio calibrado/pérdidas de carga	–	serie		

- Expresiones - Modelo Nishimura modificado

$$K_1 = \frac{p_0 A_e^2 n}{V_{f0} + V_{d0}} \quad (3.11)$$

$$K_2 = \frac{P_0 A_e^2 n}{V_{d0}} = K_1 \frac{V_{f0}}{V_{d0}} \quad (3.12)$$

$$K_3 = (p_0 - p_a) \frac{dA}{dz} \quad (3.13)$$

$$K_{vt} = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} + K_3 \quad (3.14)$$

$$C_n = C_s \left(\frac{A_e}{A_t} \right)^3 \quad (3.15)$$

Con:

$$C_s = \frac{1}{2} \rho k_t A_t$$

$$A_e = \frac{N_f}{P_{ar}}$$

$$\rho = \frac{p_0}{RT}$$

Donde:

- K_1 – Rigidez del fuelle neumático a válvula cerrada [N/m]
- K_2 – Rigidez debida a compresión del aire en depósito de reserva [N/m]
- K_3 – Rigidez debida a cambio del área efectiva [N/m]
- K_{vt} – Rigidez vertical total [N/m]
- p_a – Presión atmosférica [Pa]
- C_n – Amortiguamiento neumático cuadrático [Ns^2/m^2]
- C_s – Coeficiente de amortiguamiento neumático (expresión empírica)
- N_f – Carga localizada por fuelle individual [N]
- P_{ar} – Presión para altura recomendada [Pa]
- R – Constante específica aire [$J/kg K$]
- T – Temperatura [$^{\circ}K$]

Debido a lo citado, y sumado a particularidades naturales existentes en suspensiones neumáticas (grandes desplazamientos laterales), es necesario compensar y complementar el sistema completo con otros elementos tales como amortiguadores y topes de emergencia, ambos en dirección lateral.

3.3.4. Conexiones auxiliares

Los vehículos ferroviarios pueden presentar en su configuración otros componentes cuya función determine la transmisión de rigidez al sistema, evitar o compensar movimientos, incrementar la estabilidad de circulación o mejorar el nivel de confort de marcha.

- Otros componentes modelados
 - Barras de tracción (bielas de arrastre).
 - Barras de torsión y estabilizadoras.
 - Topes de emergencia.
 - Articulaciones elásticas.
 - Amortiguadores anti-lazo.
 - Bujes y rodamientos.
 - Sistema de tracción y frenado.

Estos componentes auxiliares presentan rigidez adicional con características parásitas, es decir, parámetro aportado en direcciones extras diferentes a las inicialmente proyectadas. Dicha particularidad genera el aumento de la rigidez general del vehículo e influye en forma significativa en el comportamiento de la formación completa [78]. Los componentes citados pueden ser representados mediante dos metodologías diferentes:

- Representación simplificada mediante rigidez y amortiguamiento equivalente.
- Modelado detallado considerando el cuerpo principal con características rígidas (barras), complementado con los elementos de conexión (materiales elastómeros, bujes, rodamientos, etc.).

(i) Bielas de arrastre

Como su nombre lo indica, su función es facilitar y transmitir la tracción longitudinal y los esfuerzos de frenado entre los cuerpos rígidos que conforman el sistema (coches y bogies). El modelo típico representativo es observado en la Figura 3.16, el cual consiste en un cuerpo metálico con articulaciones elásticas en sus dos extremos. La concepción del componente es poseer alta rigidez longitudinal (dirección de transmisión del esfuerzo), sin embargo, también presenta rigidez residual en las direcciones vertical y lateral [77].

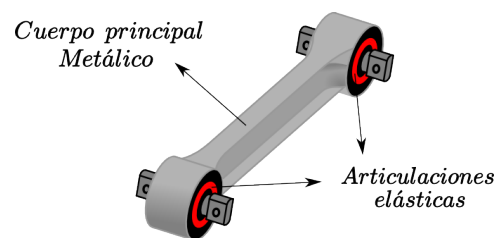


FIGURA 3.16: Barra de tracción (biela de arrastre).

$$k_x = \frac{k_{x1}k_{x2}}{k_{x1} + k_{x2}} \quad (3.16)$$

$$k_z = \frac{k_{z1}k_{z2}(k_{\phi1} + k_{\phi2})}{(k_{\phi1} + k_{\phi2})(k_{z1} + k_{z2}) + b^2k_{z1}k_{z2}} \quad (3.17)$$

Donde:

k_x	–	Rigidez longitudinal total	
k_z	–	" vertical total	
k_{x1}/k_{x2}	–	" longitudinal extremos	
k_{z1}/k_{z2}	–	" vertical	"
$k_{\phi1}/k_{\phi2}$	–	" rotatoria	"

El modelo esquemático elegido, observado en la Figura 3.17, consiste en representar el cuerpo principal como una barra de rigidez infinita y, las características correspondientes a las articulaciones de los extremos, con muelles simples en direcciones independientes (respuesta desacoplada). Cabe destacar otras simplificaciones realizadas en la práctica:

- Efecto de amortiguamiento despreciable.
- Rigidez vertical: debido a la reducida distancia respecto del centro de giro de la torreta de tracción, no se considera su influencia en el momento de rolido. En modelos de estudio de dinámica lateral no es incluida la dirección vertical.
- Rigidez horizontal: se considera su efecto producido en el momento de lazo (alrededor del eje vertical). En la dirección longitudinal no genera importancia de estudio al considerar pruebas a velocidad constante.
- Rigidez lateral: se desprecia frente a la rigidez aportada por el conjunto de amortiguadores laterales ubicados en la torreta central.

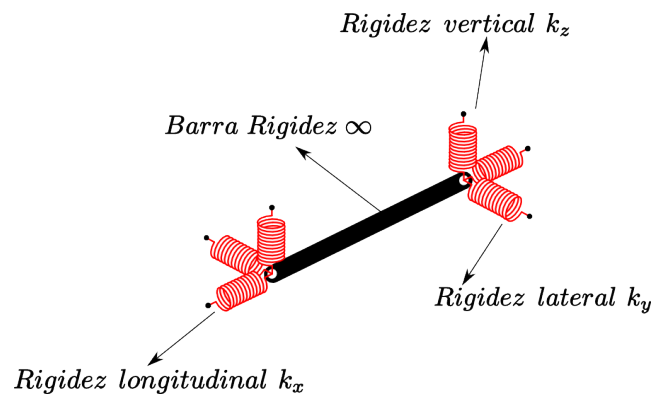


FIGURA 3.17: Biela de arrastre - modelo esquemático.

(ii) Barras anti-rolido

Los conjuntos de suspensión que incluyen barras de torsión proveen rigidez rotatoria adicional al sistema con el objetivo de reducir o evitar el movimiento de rolido alrededor del eje longitudinal. Puede utilizarse conformando parte de la conexión inter-coche, como también ubicados entre coches y bogie, generalmente denominadas como barras estabilizadoras. En la Figura 3.18 se observa el conjunto completo de un sistema anti-rolido de tres piezas conectadas mediante rodamientos o bujes compuestos de material elastómero.

- Funciones de las barras anti-rolido
 - Mejorar las características de confort de marcha, principalmente en la dirección vertical.
 - Disminuir la interacción entre los movimientos de los coches o en el conjunto coche-bogie.

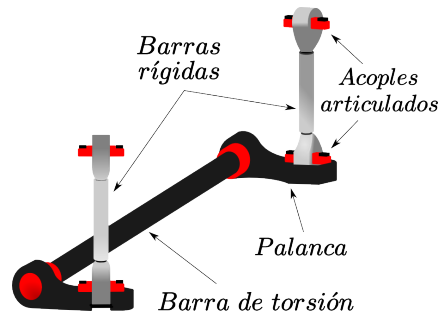


FIGURA 3.18: Barra de torsión.

El modelado puede realizarse reemplazando el conjunto completo por la rigidez rotatoria equivalente o mediante la representación detallada conformada por cuerpos rígidos conectados por elementos de suspensión simples. De forma similar a las bielas de arrastre, las barras de torsión presentan rigidez residual en direcciones lateral y vertical como resultado del aporte adicional de rigidez proveniente de los elementos de conexión. Ambos métodos de representación poseen ventajas y desventajas en su utilización en la simulación numérica [77]:

- Rigidez rotatoria equivalente
 - Menor complejidad matemática \Rightarrow \downarrow Tiempo de cómputo.
 - Modelo no representativo en sistemas de cuerpos con características flexibles.
- Cuerpos rígidos + elementos de conexión
 - Mayor exactitud en la caracterización de parámetros.
 - Mayor complejidad matemática \Rightarrow \uparrow Tiempo de cómputo.
 - Necesidad de mayor información provenientes de ensayos o documentación técnica del fabricante.

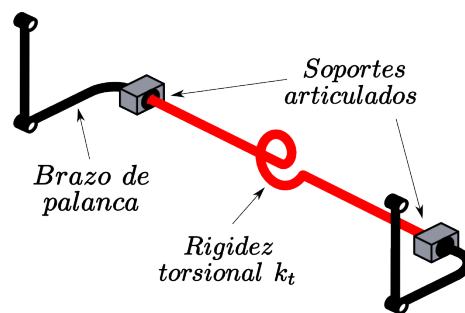


FIGURA 3.19: Barra de torsión - modelo esquemático.

No obstante lo citado, gran parte de los investigadores y diseñadores utilizan el primer enfoque [77], sustituyendo el conjunto completo mediante un modelo simplificado representado por la rigidez a rolido del sistema en función de la rigidez torsional de la barra principal (Figura 3.19). Dicho parámetro puede ser calculado por la expresión (3.18), considerando además la longitud de los brazos de palanca.

$$k_{rol} = \frac{JG l_b}{l_p^2} = \frac{k_t l_b^2}{l_p^2} \quad (3.18)$$

Donde:

- k_{rol} – Rigidez sistema anti-rolido
- J – Momento inercia polar de barra
- G – Módulo transversal de elasticidad
- l_b – Semi-longitud de barra de torsión
- l_p – Longitud palanca
- k_t – Rigidez torsional de barra

(iii) Articulaciones flexibles (*Silentblocks*)

El par montado se encuentra conectado a la estructura del bogie por medio de brazos articulados en uno de sus extremos mediante una articulación flexible. La distancia entre el punto de apoyo (articulación) y el eje longitudinal del par montado produce un significativo momento alrededor del eje vertical (movimiento de lazo) influyendo principalmente en el comportamiento del vehículo transitando un trayecto curvo, generando así la importancia del estudio del componente. Las articulaciones flexibles, usualmente conocidas como *silentblock*, se encuentran compuestas por un núcleo de material elastómero insertado entre la cavidad formada por dos cuerpos metálicos cilíndricos y concéntricos (bujes). Este tipo de articulación (Figura 3.20) posee gran relevancia en la dinámica del vehículo debido a las funciones inherentes dentro del conjunto:

- Medio principal de unión de subconjuntos articulados (chasis, suspensiones, conexiones inter-coches).
- Elemento de guiado en trayectoria (brazo articulado de suspensión primaria).
- Fuente de amortiguamiento ante vibraciones.
- Elemento transmisor de fuerzas entre cuerpos, debido a su resistencia a la deformación.

Las características dinámicas de las articulaciones flexibles son complejas debido a la presencia de material elastómero, cuya respuesta es dependiente de múltiples parámetros como la frecuencia, amplitud, temperatura y pre-carga. Los diferentes estudios existentes se detallan en forma extensiva en los trabajos de Karlsson y Persson [97], de los cuales pueden distinguirse los siguientes modelos físicos-matemáticos:

- Visco-elástico: formulaciones de Kelvin-Voigt y el modelo generalizado de Maxwell.
- Elasto-plástico (respuesta independiente de la frecuencia).
- Visco-plástico generalizado (amplitud y frecuencia dependiente).

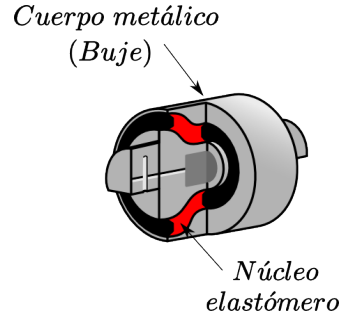


FIGURA 3.20: *Silentblock* (brazo articulado en suspensión primaria).

En la Figura 3.21 se representa el modelo simple no lineal, compuesto por tres componentes en paralelo:

- Muelle \Rightarrow comportamiento elástico.
- Amortiguador viscoso \Rightarrow frecuencia dependiente.
- Elemento de fricción \Rightarrow amplitud dependiente.

Dicho modelo presenta los aspectos básicos y más importantes del comportamiento de un elemento elastómero. La dependencia de la respuesta respecto de la frecuencia y amplitud es incorporada por los elementos disipativos (amortiguador viscoso y de fricción), lo cual permite considerar los efectos no lineales originando la distorsión del lazo de histéresis [97]. Las fuerzas elásticas, viscosas y friccionales actúan en paralelo originando la tensión total actuando en el componente físico. Las expresiones (3.19) fueron obtenidas mediante la Teoría de la Elasticidad utilizando un parámetro equivalente ($\hat{\mu}_{eq}$) representativo de la deformación resultante en el cuerpo e incorporando las tensiones de origen elástico, friccionales y dependientes de la frecuencia (viscosas) [98].

$$\hat{\mu}_{eq,t/a}(\omega) = \frac{\sigma_{total,t/a}(\omega)}{2\epsilon_{eq,t/a}(\omega)}$$

$$k_t(\omega) = \frac{4\pi a^2 b^2 L}{b^2 - a^2} \hat{\mu}_{eq,t}(\omega) \quad (3.19)$$

$$k_a(\omega) = \frac{2\pi L}{\ln(b/a)} \hat{\mu}_{eq,a}(\omega)$$

Donde:

$\hat{\mu}_{eq,t/a}$	–	Módulo transversal equivalente torsional/axial
ω	–	Frecuencia excitatriz
$\sigma_{total,t/a}$	–	Tensión total
$\epsilon_{eq,t/a}$	–	Deformación específica equivalente
$k_{t/a}$	–	Rigidez dinámica torsional/axial
a	–	Radio interno del cilindro
b	–	Radio externo del cilindro
L	–	Longitud del cuerpo cilíndrico

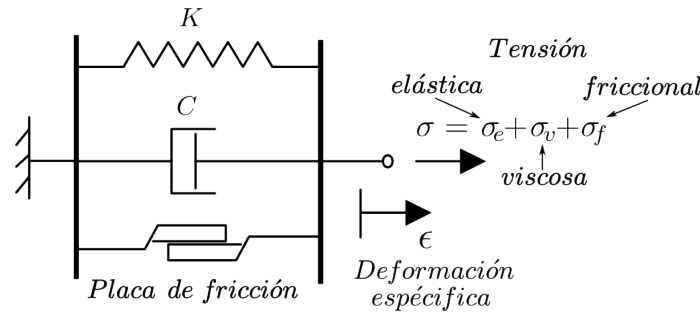


FIGURA 3.21: Silentblock - modelo simple no lineal.

El modelo esquemático observado en la Figura 3.22, representa el conjunto de elementos para caracterizar el *silentblock* primario utilizado en el modelo en estudio. Consiste básicamente en la combinación en paralelo de muelles simples y amortiguadores lineales (en color negro), en ambas direcciones principales de actuación: radial y axial.

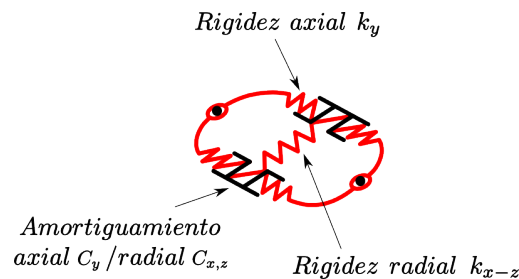


FIGURA 3.22: Silentblock - modelo esquemático.

(iv) Topes de emergencia

Otro tipo de conexión auxiliar de accionamiento transitorio son los topes con características elásticas y los de alta rigidez. Su configuración puede ser maciza o compuesta, de forma cilíndrica o cónica. Su función principal es reducir o limitar el desplazamiento entre el bogie y el coche. Los escenarios más comunes de aplicación son los siguientes [77]:

- Disposición de accionamiento vertical
 - Cambios de las condiciones de carga
 - Desplazamientos extremos durante la circulación del vehículo.
- Disposición de accionamiento horizontal
 - Tránsito en curvas de radio reducido ($< 250m$)
 - Desplazamientos laterales producidos por exceso de velocidad o por la circulación sobre vías con alto grado de irregularidades.

El modelado esquemático puede realizarse mediante elementos elásticos (muelles simples) actuando en direcciones independientes. El efecto del componente sobre el sistema total durante la simulación sólo es considerado al sobrepasar un valor límite de desplazamiento vertical u horizontal (lateral), previamente establecido.

3.4. Vehículo completo

La dupla ferroviaria completa, parcialmente observada en la Figura 3.23, se encuentra compuesta por dos coches de pasajeros y una unidad motriz ubicada en disposición intercoche. Los bogies utilizados son del tipo convencional conformados por dos pares montados y conectados al chasis del bogie a través de brazos de guiado articulados, los cuales almacenan los elementos constitutivos de la suspensión primaria. Cada bogie se conecta al coche mediante la suspensión secundaria, compuesta de un fuelle neumático y un amortiguador en disposición paralela, cuya principal función es soportar la carga de los coches y controlar los desplazamientos verticales. Otros elementos auxiliares de conexión coche-bogie poseen funciones específicas referidas a reducir o impedir movimientos relativos no deseados entre cuerpos (barras estabilizadoras, amortiguadores anti-lazo, topes longitudinales y laterales de emergencia, etc.). El conjunto de conexiones inter-coche se encuentra conformado por una articulación flexible central, amortiguadores de acople, barra anti-rolido, suspensión neumática vertical y amortiguadores longitudinales inclinados a 30° respecto del eje del coche.

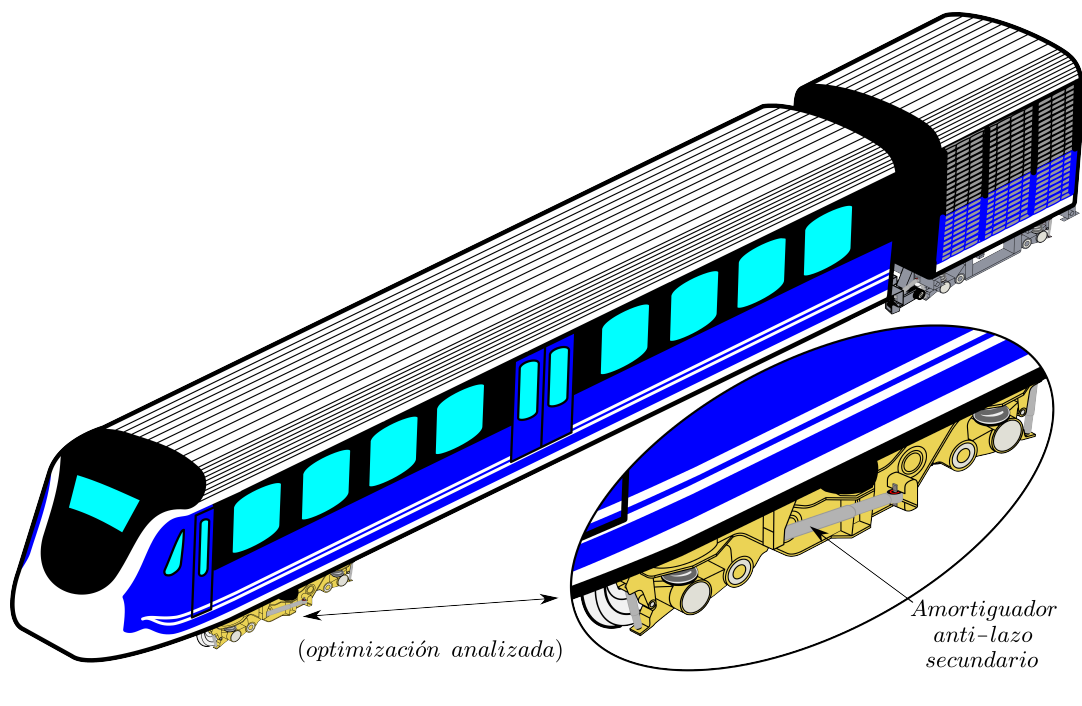


FIGURA 3.23: Semi-dupla ferroviaria articulada.

3.4.1. Modelado del sistema

Un cuerpo sólido posee seis grados de libertad dinámicos: los desplazamientos longitudinal, lateral y vertical, y tres movimientos de rotación alrededor de los ejes coordinados, balanceo transversal (*rolido*), cabeceo (movimiento de galope) y rotación de lazo. En general, existe el acoplamiento entre la totalidad de movimientos, sin embargo, los desplazamientos vertical y lateral presentan acoplamiento débil permitiendo excluir a los grados de libertad de la respuesta vertical en el análisis del comportamiento lateral [99]. La influencia de la dinámica longitudinal puede despreciarse imponiendo la restricción de circulación a velocidad o tracción constante. La combinación de movimientos por acoplamiento significativo puede dividirse de la siguiente manera: dinámica longitudinal (+cabeceo), comportamiento lateral (+balanceo transversal y movimiento de lazo) y respuesta vertical (+balanceo transversal y cabeceo). De esta manera, para el estudio de estabilidad lateral de la dupla ferroviaria se han

seleccionado los grados de libertad influentes y que presenten interdependencia: desplazamiento lateral, *rolido* y movimiento de lazo alrededor del eje vertical.

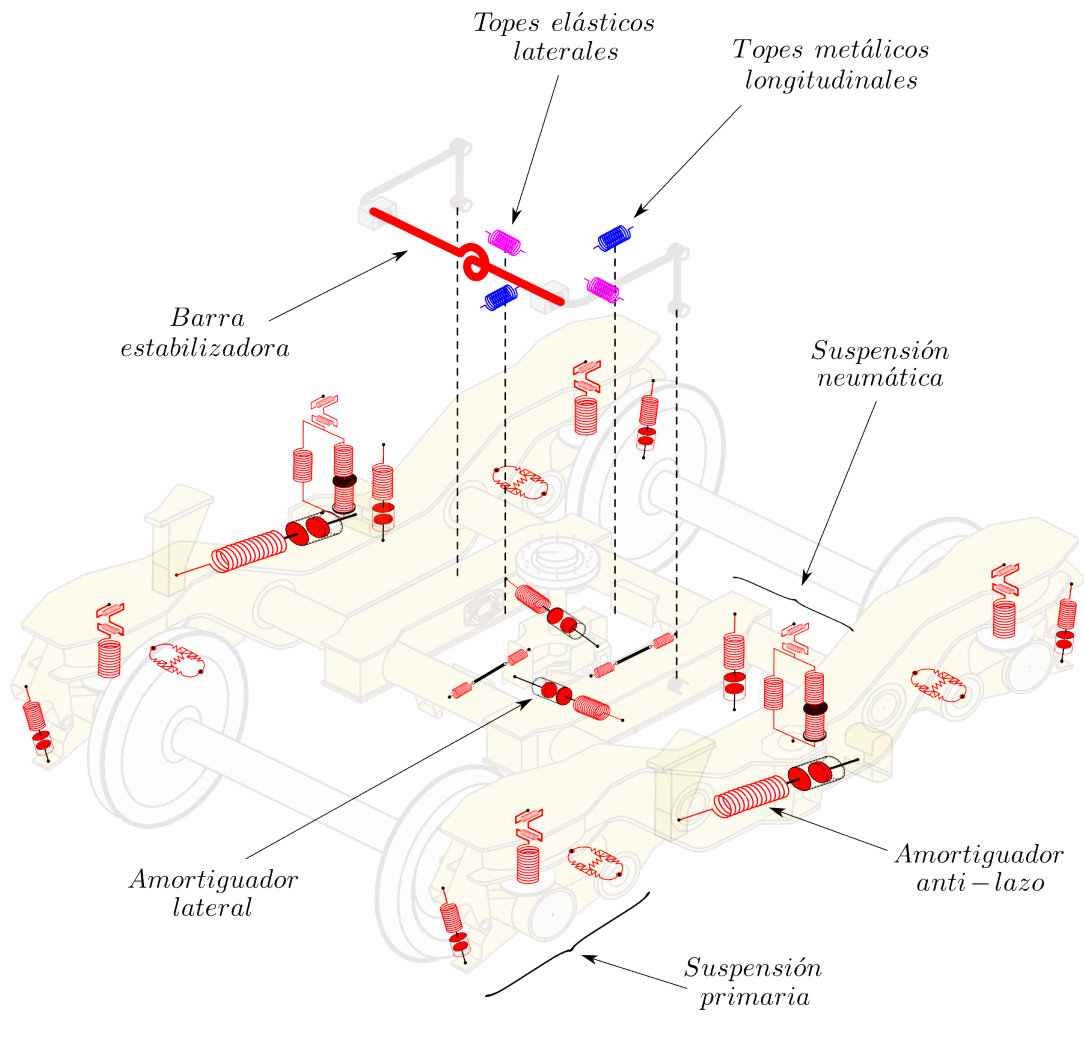


FIGURA 3.24: Modelo esquemático de conexiones - bogie de coche.

El vehículo ha sido representado mediante once cuerpos rígidos vinculados a través de los componentes descritos en los apartados anteriores. Cada cuerpo rígido fue caracterizado por sus propiedades físicas, geométricas y mecánicas. La masa de los elementos de suspensión ha sido considerada despreciable debido a su reducido valor frente a los valores correspondientes de los cuerpos principales. Se han considerado dos grados de libertad para cada par montado y tres grados para los bogies convencionales y coches remolcados. La unidad motriz, al carecer de suspensión secundaria, forma un bloque sólido junto con el bogie, por lo tanto, sólo han sido necesarios tres grados de libertad para describir su comportamiento. De esta manera, el esquema completo de la dupla para el análisis dinámico lateral fue conformado por veintisiete grados de libertad.

■ Principales elementos considerados en el modelo

- Amortiguadores viscosos primarios con tasas de compresión/expansión.
- Rigidez vertical y lateral de la suspensión neumática secundaria correspondiente a carga máxima.
- Amortiguadores viscosos anti-lazo secundarios.

- Barra estabilizadora en coches (suspensión secundaria).
- Amortiguadores viscosos laterales ubicados en torreta central.
- Barra anti-rolido actuante entre coches.
- Amortiguadores viscosos longitudinales inter-coches.
- Masa de elementos no suspendidos incorporada a la masa total soportada por la suspensión.

En las Figuras 3.24 y 3.25 se observan los modelos esquemáticos de los cuerpos que conforman la dupla analizada. En el Apéndice A (Figuras A.1 - A.6), se detalla la descripción geométrica del vehículo: posición de los centros de masa, ubicación de elementos de suspensión y dimensiones generales varias (Tabla A.1). El sistema de coordenadas inercial (global) se encuentra ubicado sobre la línea media de la vía y es definido por la geometría de la misma y la velocidad del vehículo. Los centros de coordenadas locales han sido fijados en forma coincidente con los centros de masas de cada cuerpo rígido. Debido a la simetría de la dupla respecto del plano central longitudinal, todos los centros de masa yacen sobre dicho plano.

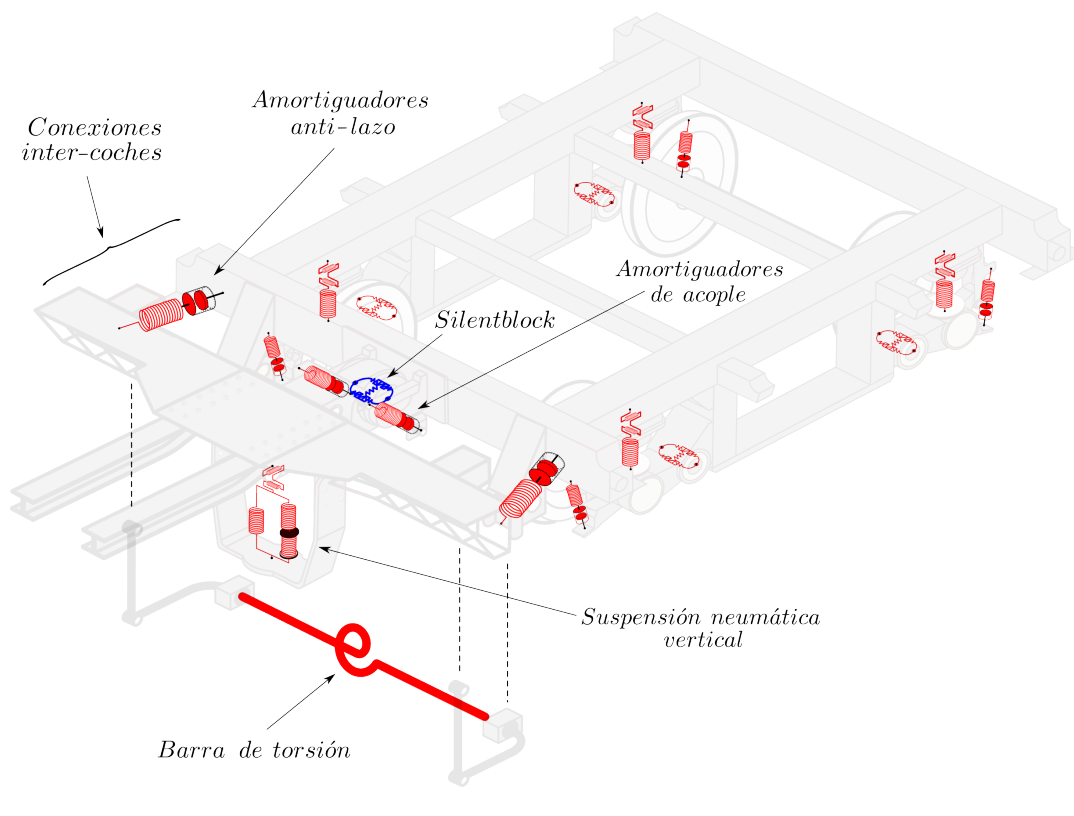


FIGURA 3.25: Modelo esquemático de conexiones - unidad motriz.

El planteamiento de las ecuaciones dinámicas (Apéndice B) ha sido expresado en manera simbólica aplicando las leyes de Newton-Euler conforme a los procedimientos descritos en [100]-[102], adoptando la terna de mano derecha (eje z hacia arriba) como convención de signos de referencia y considerando los siguientes supuestos:

- El movimiento de los cuerpos se realiza a través de pequeños desplazamientos.
- Modelo estrictamente lateral. Excluye desplazamientos e irregularidades de vía verticales y movimientos acoplados a la dirección vertical (cabeceo/galope).

- Velocidad de traslación constante. No se considera grado de libertad longitudinal.
- El par montado se desplaza sobre una trayectoria de vía recta, rígida, nivelada y nueva.
- Restricción de contacto continuo entre rueda y riel.
- Fuerzas tangenciales de contacto obtenidas a partir del algoritmo no lineal FastSim.
- Parámetros geométricos no lineales de los perfiles de la rueda y el riel considerados para cada punto de contacto instantáneo.
- Rigidez lateral de vía representando el golpe de pestaña.

3.4.2. Esquemas de suspensión adoptados en el estudio

A continuación se delimitan las metodologías de modelado utilizadas en los diferentes estudios citados en la sección 1.4, cuya evaluación y resultados han sido desarrollados en el capítulo nº4, citando sólo las propiedades de los componentes no analizados en las posteriores pruebas.

3.4.2.1. Modelado lineal de componentes

El análisis dinámico mediante el planteamiento de sistemas de ecuaciones de movimiento lineales es frecuentemente utilizado como herramienta preliminar de estudio. Si bien las simplificaciones realizadas en el modelado producen resultados aproximados, la baja complejidad relativa de su implementación permite realizar una interpretación orientativa cuyo objetivo principal radica en la comprensión de los fenómenos característicos intervinientes y la evaluación, de manera introductoria, del grado de influencia de los diferentes parámetros y componentes físicos constitutivos del vehículo ferroviario real.

- Estudios de estabilidad lateral realizados basados en el modelado físico lineal
 - Efecto de la rigidez longitudinal/lateral primaria.
 - Efecto del amortiguamiento longitudinal inter-coche.
 - Influencia del amortiguamiento anti-lazo secundario.

(I) Muelles helicoidales primarios - lineales, direcciones independientes

- Rigidez vertical K_{pz} y transversal $K_{px,y}$ / carga máxima por eje - 11 t

$$K_{pz} = 750 \text{ kN/m}$$

$$K_{py,x} \Rightarrow \text{(se desprecia vs. rigidez } \textit{silentblock} \text{ primario)}$$

(II) Suspensión neumática - lineal

- Rigidez vertical K_{sz} y transversal $K_{sy,x}$ / carga máxima por fuelle - 67 kN

$$K_{sz} = 655 \text{ kN/m}$$

$$K_{sy,x} = 315 \text{ kN/m}$$

(III) Articulación flexible (primaria e inter-coche) - lineales, direcciones independientes

(IV) Barra de torsión - lineal

- Rigidez a rolido k_{rol} del conjunto

$$k_{rol} = \frac{JG l_b}{l_p^2} = \frac{k_t l_b^2}{l_p^2}$$

$$\phi_{e,t} = 38 / 42 \text{ mm (diámetro barra estabilizadora / inter-coche)}$$

(V) Amortiguadores viscosos - lineales

- Amortiguamiento primario vertical C_{pz}

$$C_{pz} = 10 \text{ kNs/m (tasa compresión)}$$

$$C_{pz} = 19 \text{ kNs/m (tasa expansión)}$$

- Amortiguamiento vertical secundario C_{sz}

$$C_{sz} = 18 \text{ kNs/m (doble efecto simétrico)}$$

3.4.2.2. Modelado no lineal de componentes

El efecto disipativo producido en el sistema de suspensión es generado por los amortiguadores viscosos y las pérdidas de carga en el circuito neumático del fuelle secundario. De esta manera, su modelado no lineal aporta mayor grado de representación y condiciones de funcionamiento cercanas a la respuesta real del componente.

- Estudios realizados basados en el modelado no lineal del amortiguamiento
 - Determinación del diagrama de bifurcación y obtención de la velocidad crítica longitudinal.
 - Análisis no lineal de la influencia del amortiguamiento anti-lazo secundario.
 - Validación experimental del modelo dinámico rígido.

El amortiguamiento secundario de origen neumático ha sido obtenido mediante las expresiones pertenecientes al modelo de Oda-Nishimura modificado (pág. 61), preservando las constantes de rigidez correspondientes al modelo lineal por tratarse de datos de ensayo provistos por la empresa Emepa. La pérdida de carga k_t en el circuito de reserva ha sido extraída del análisis de un sistema típico realizado en [89], compuesto por un depósito de reserva de 0.1 m³ y una tubería de 40 mm de diámetro y 2.2 m de longitud, incluyendo las pérdidas producidas en accesorios (codo a 90°).

(I) Suspensión neumática secundaria

- Amortiguamiento C_{szn} (cuadrático) / carga máxima - 67 kN, altura fuelle - 240 mm

$$V_{f0} = 0.0503 \text{ m}^3 ; \quad P_{ar} = 4.2 \text{ atm} = 425.56 \text{ kN/m}^2$$

$$\rho = \frac{425.56 \text{ kN/m}^2}{287 \text{ Nm/kg}^\circ\text{K} \times 288.4 \text{ }^\circ\text{K}} = 5.141 \text{ kg/m}^3$$

$$A_t = 0.00125 \text{ m}^2; \quad k_t \approx 3.5$$

$$C_s = \frac{1}{2} \times 5.141 \times 3.5 \times 0.00125 = 0.0113 \text{ N s}^2/\text{m}^2$$

$$A_e = \frac{67 \text{ kN}}{425.56 \text{ kN/m}^2} = 0.1574 \text{ m}^2$$

$$C_{szi} = 0.0113 \text{ N s}^2/\text{m}^2 \times \left(\frac{0.1574 \text{ m}^2}{0.00125 \text{ m}^2} \right)^3 = 22571.2 \text{ N s}^2/\text{m}^2$$

La totalidad de los amortiguadores viscosos han sido representados mediante el esquema de Besinger (pág. 51), caracterizando la relación no lineal en la etapa de transición entre las fases de compresión y expansión del componente. Debido al carácter semi-empírico del modelo existen variaciones de la representación del amortiguador mediante la simplificación o eliminación de alguno de los parámetros intervinientes, de manera de adaptar el esquema a los datos existentes en el estudio. La rigidez aportada por la columna de fluido y soportes del componente se obtiene exclusivamente mediante la interpolación de los datos obtenidos en banco de ensayo y pueden ser no considerados en el modelado si las condiciones de excitación se encuentran en el rango de bajas frecuencias (p. ej., vía nueva - desplazamientos con reducida amplitud); el error promedio cometido debido a dicha simplificación se encuentra en torno al 10% respecto del modelo completo. Por otro lado, la velocidad de saturación que delimita la etapa de transición de fases en el comportamiento del amortiguador ha sido considerada dentro del intervalo habitual [0.125 - 0.2 m/s] obtenido de los ensayos existentes en la bibliografía, sin embargo, para condiciones de superficie de vía nueva la probabilidad de presentarse el funcionamiento en etapa de saturación es muy reducida. Finalmente, si bien el parámetro de transición α es obtenido a partir de datos experimentales, para relaciones de coeficientes de amortiguamiento C_e/C_c altas (predominio de una fase) la transición presenta menor gradualidad y es observada para valores de α menores a 0.1. De manera contraria, para coeficientes de compresión y expansión muy próximos, el parámetro de transición α toma valores en el intervalo [0.7 - 0.8 m/s]. [81], [103], [104].

El amortiguamiento velocidad-dependiente $C(\dot{x})$ incluido en las ecuaciones dinámicas del modelo no lineal y los parámetros seleccionados para las simulaciones realizadas en el capítulo n°4, se detallan a continuación:

(II) Amortiguadores viscosos - transición no lineal entre fases compresión/expansión

- Amortiguamiento primario C_{pz} , secundario $C_{sx,y,z}$ e inter-coche $C_{sx,y}$

$$C(\dot{x}) = \frac{1}{2} \frac{(C_e - C_c)(\dot{x} - \alpha)}{\alpha \sqrt{1 + \left(\frac{\dot{x} - \alpha}{\alpha}\right)^2}} + \frac{(C_e + C_c)}{2}$$

$$\alpha = 0.05 \text{ m/s (primarios)}$$

$$\alpha = 0.7 \text{ m/s (secundarios e inter-coche)}$$

$$v_{sat} \approx \dot{x}_{sat} = 0.125 \text{ m/s}$$

3.4.3. Metodología de resolución del sistema dinámico

Independientemente del enfoque lineal o no lineal utilizado en el modelado de los componentes del sistema físico, el planteamiento del sistema de ecuaciones dinámicas utiliza como modelo de contacto el derivado de la teoría simplificada de Kalker (pág. 33) para la obtención de la relación no lineal de esfuerzos tangenciales-*creepages*, resultando idéntica la metodología aplicada para la resolución completa del sistema. En la Figura 3.26 puede observarse el flujo general utilizado para la evaluación de la respuesta simulada del vehículo ferroviario. Reducido el SEDO de 2º orden mediante sustitución de variables a un SEDO de 1º orden, y previamente obtenidas las fuerzas de contacto tangenciales longitudinales y laterales a partir de las condiciones iniciales utilizadas en la etapa del problema geométrico, se evalúa la solución del SEDO por integración numérica utilizando el método de Runge-Kutta-Fehlberg con paso variable. La solución para el instante t_i es utilizada como condición inicial en el tiempo $t_i + \Delta t$ repitiendo el bucle de la resolución del problema tangencial de contacto.

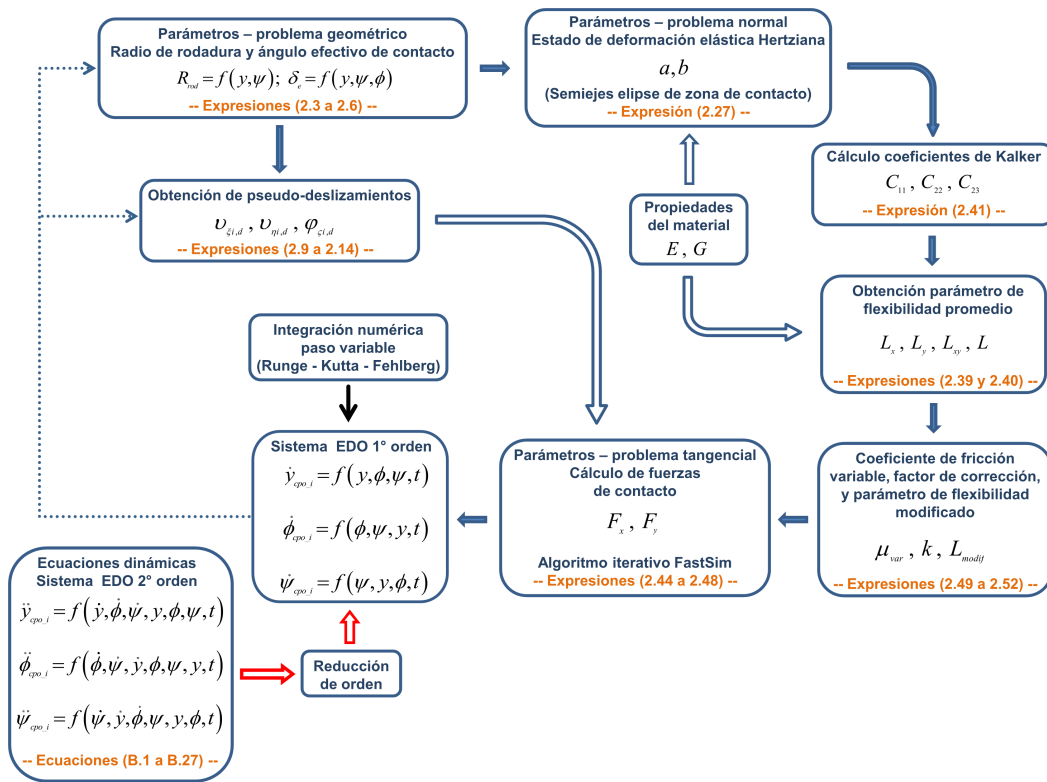


FIGURA 3.26: Flujo de resolución del sistema de ecuaciones dinámicas.

Capítulo 4

Resultados y discusión

4.1. Introducción

Los aspectos más importantes en la circulación del transporte ferroviario de pasajeros corresponden al cumplimiento de los criterios de seguridad del sistema, evitando el descarrilamiento, y compensar la degradación del confort de marcha procurando se encuentre dentro del rango aceptable de las condiciones de comodidad. A su vez, es de amplio conocimiento que el par montado es el componente básico responsable de la estabilidad del sistema completo debido a considerarse como la fuente de no linealidades de mayor influencia: contacto por fricción combinado con deslizamiento; geometría y cinemática del movimiento dependiente del tipo y estado superficial de los perfiles. En base a dichas consideraciones, los estudios típicos en vehículos ferroviarios referidos al comportamiento dinámico pueden agruparse de la siguiente manera:

- Análisis de estabilidad lateral: determinación de velocidad límite de circulación, en vía recta o trayectos curvos.
- Evaluación de la calidad de marcha e índice de confort en pasajeros.
- Análisis modal: obtención de frecuencias naturales (modos de vibración). Diseño aerodinámico y reducción sonora (control de ruidos).

Tanto el comportamiento dinámico general como el análisis de estabilidad de los vehículos se encuentran fuertemente influenciado por diversos parámetros y criterios, los cuales aportan importantes fuentes de efectos no lineales [36], [105]-[120], a saber:

- Características geométricas del movimiento del par montado: relación no lineal entre el desplazamiento y la diferencia de radios de rodadura.
- Desgaste en perfiles de rueda: ángulo efectivo de contacto. Tipo y grado de irregularidades de vía. Estado superficial (rugosidad) del riel. Coeficiente de fricción efectivo.
- Modelado y cálculo de las fuerzas tangenciales generadas en el contacto rueda-riel.
- Caracterización y propiedades de los elementos de la suspensión primaria, secundaria y conexiones inter-coche.
- Grado de flexibilidad en la representación del sistema de vía.
- Métodos y criterios de aceptación en la evaluación del límite de estabilidad y margen de seguridad.

Una limitación importante en el transporte ferroviario es el producido por el fenómeno vibratorio generalizado como respuesta a la interacción de los pares montados con la vía

férrea. Las vibraciones transmitidas pueden producir, entre otros efectos, la reducción significativa del confort de marcha en los coches de pasajeros y producir fallas por fatiga en los elementos estructurales del vehículo, debido al incremento de la amplitud y frecuencia de los movimientos. Además, dichas oscilaciones pueden incrementar las fuerzas de contacto capaces de generar un severo desgaste en los perfiles de las ruedas, daños a la superestructura de vía y, bajo condiciones extremas, aumentar el riesgo o dar lugar al proceso de descarrilamiento de la formación. Para elaborar el correcto análisis de los problemas citados es necesario considerar y comprender dos conceptos básicos en el comportamiento dinámico lateral de vehículos ferroviarios: el fenómeno conocido como *hunting* y el término velocidad crítica.

4.1.1. Fenómeno *hunting*

La combinación del desplazamiento lateral y el movimiento de lazo del par montado junto a la utilización de sección cónica variable en los perfiles de las ruedas produce la aparición de un fenómeno de inestabilidad lateral ampliamente estudiado denominado *hunting*, que puede explicarse mediante un comportamiento similar al ocurrido por el acoplamiento de frecuencias típico del fenómeno de resonancia [121]. El *hunting* es un movimiento armónico auto-excitado, periódico y oscilante, observado por primera vez por George Stephenson y caracterizado matemáticamente por Klingel [31] para el movimiento cinemático puro y lineal de un par montado en rodadura libre (ver Figura 2.5). Básicamente, es generado por el cambio transitorio del radio de rodadura debido al desplazamiento lateral produciendo un aumento instantáneo de la velocidad relativa de la rueda con mayor radio de contacto, generando el giro del par montado respecto de la línea central de la vía y producir el desplazamiento hacia el lado contrario, repitiendo el ciclo en la otra rueda. El movimiento periódico de vaivén o serpiente respecto de la línea media de la vía se puede describir en forma matemática, tiene su propia longitud de onda y frecuencia de vibración [107], [122]. Las oscilaciones periódicas, definidas por el fenómeno *hunting*, pueden presentar dos tipos de características: simétricas, respecto del centro de la vía, y asimétricas, cuando existe excentricidad respecto del eje de referencia. Si bien el contacto de pestaña puede modificar el comportamiento dinámico observándose una respuesta relativamente más errática, se ha demostrado [116], [123] que ambos tipos de oscilaciones señaladas tienen características estables requiriendo una perturbación de gran amplitud para producir la pérdida de estabilidad. Por otro lado, se pueden diferenciar dos tipos de *hunting* en vehículos ferroviarios: primario, observado en la formación completa, que ocurre a bajas velocidades, afecta el confort de marcha y puede ser controlado en forma eficaz mediante la selección del amortiguamiento apropiado, y secundario, el cual se define cuando se produce en el bogie, su aparición ocurre en altas velocidades y afecta directamente a la estabilidad del vehículo [105], [121].

4.1.2. Velocidad crítica

La velocidad crítica de desplazamiento longitudinal puede definirse como la velocidad a partir de la cual el vehículo presenta un cambio considerable en su comportamiento dinámico. Por debajo de ese valor límite, el vehículo no presenta respuestas inestables exhibiendo el decremento progresivo de la amplitud del desplazamiento lateral del par montado. El término *crítico* no debe inferirse como la pérdida de total de estabilidad o una condición de peligro inminente (p. ej., descarrilamiento), sino interpretarse como el *límite* inferior de la velocidad crítica real donde las condiciones de seguridad se encuentran totalmente verificadas [124]. En vehículos ferroviarios, sin embargo, los criterios de aceptación en las condiciones de estabilidad y seguridad del vehículo real se encuentran definidos bajo los parámetros y rangos impuestos por la normativa ([125], [126]). Si el valor obtenido de mediciones o una simulación supera el límite admisible, se considera comportamiento dinámico inestable

[127]. Independientemente de la configuración analizada, el fenómeno *hunting* se encuentra directamente ligado a la velocidad longitudinal de desplazamiento [111]. A bajas velocidades ($< 30\text{ km/h}$), el fenómeno se observa como una oscilación del coche, de gran amplitud, baja frecuencia, no peligrosa, presentando alta influencia en la reducción del confort de marcha para los pasajeros. Por encima y por debajo de esta velocidad característica se reducen las oscilaciones. A velocidades más elevadas ($> 70\text{ km/h}$), aumenta la probabilidad de producirse una oscilación de aparición violenta, de alta frecuencia, generando el peligro de un eventual descarrilamiento. Esta oscilación comienza a una velocidad crítica del vehículo y el movimiento es inestable para todos los valores superiores a dicha velocidad límite [41]. De acuerdo al nivel de no linealidades asumidas en el modelo de estudio, es habitual diferenciar dos tipos de velocidad crítica: lineal (v_l) y no lineal (v_{nl}), cuya principal diferencia entre ellas es que la velocidad crítica no lineal garantiza, teóricamente, la ausencia de oscilaciones periódicas, típicas del fenómeno *hunting* [115]. La linealidad asumida en la velocidad crítica depende de diversos factores: presunción de pequeños desplazamientos en el modelado multicuerpo, respuesta lineal de los elementos que conforman la suspensión primaria y secundaria, la utilización de perfiles de ruedas sin desgaste, y la circulación sobre un trazado de vía recta, rígida, nivelada y nueva. Sin embargo, es posible aumentar la complejidad del análisis modificando la caracterización de los elementos de suspensión e introduciendo un modelo no lineal en el contacto rueda-riel ya que las fuerzas generadas interaccionan como respuesta a la fuente de excitación del vehículo. Otros factores externos, como la distribución de pesos y la magnitud de los momentos de inercia, influyen sobre la determinación de la velocidad crítica en el proceso de diseño [105], [106], [112], [115], no obstante, para un vehículo en particular analizado pueden considerarse constantes y no evaluarse como parámetros intervinientes. Los aspectos generales de evaluación mediante simulación en condiciones de contacto no lineal deben incluir algunas de las siguientes consideraciones [36]:

- Fuerzas de *creep* calculadas mediante la teoría simplificada de Kalker (FastSim).
- Coeficiente de fricción corregido, generalmente reducido al 50 % de su valor para representar condiciones reales en contacto seco. Valores superiores al 50 % no influyen en los resultados de las pruebas de velocidad crítica.
- Geometría de contacto descrita mediante perfiles efectivos (reales) de rueda y riel.
- Criterio de inestabilidad
 - Tiempo de decremento total de la respuesta.
 - Amplitud máxima del ciclo límite remanente, especificada bajo el criterio de aceptación descrito en norma EN 14363.
- Parámetro de control para la evaluación
 - Desplazamiento lateral y/o ángulo de lazo del par montado.
 - Evaluación de las fuerzas laterales y verticales de contacto, y medición de aceleraciones laterales del bogie de acuerdo a métodos simplificados basados en norma EN 14363 (filtrado y análisis de señales) [118], [128].
- Tipo de excitación aplicada al sistema
 - Vía ideal (sin defectos).
 - Vía real con perfil de irregularidades (caracterizadas o en base a mediciones).
 - Combinación de perturbación momentánea de vía continuado con circulación en vía ideal. La perturbación puede ser instantánea (salto lateral) o mediante la aplicación de un perfil de irregularidades durante un intervalo de tiempo determinado o distancia recorrida.

4.1.3. Fenómeno de bifurcación

Una característica de los sistemas dinámicos no lineales es la dependencia de su comportamiento respecto de las condiciones iniciales, es decir, un mismo sistema puede presentar diferentes soluciones en régimen permanente ($t \rightarrow \infty$), incluso manteniendo invariable sus parámetros. Las respuestas posibles del sistema pueden ser representadas como soluciones estacionarias, periódicas, cuasi-periódicas y comportamiento caótico. La influencia de las variables en la evolución de la solución puede ser evaluada por la simple variación de un parámetro durante la integración del sistema de ecuaciones en el dominio del tiempo o mediante la aplicación de métodos numéricos de continuación [129], [130]. Los diagramas de bifurcación representan las diferentes soluciones asintóticas del sistema dinámico, en forma de puntos fijos o ramas continuas, en función de la variable de control denominada parámetro de bifurcación. En general, se suele representar sólo las soluciones periódicas estables (ramas continuas), aunque es habitual señalar con una rama punteada las posiciones de las posibles soluciones inestables entre dos puntos fijos o extremos de ramas estables. En la aplicación al ámbito ferroviario, el diagrama de bifurcación muestra la amplitud del ciclo límite, correspondiente al desplazamiento lateral del par montado, en función de la velocidad longitudinal.

4.1.3.1. Bifurcaciones locales

Son puntos críticos en el comportamiento dinámico del sistema donde se produce la alteración de la estabilidad en puntos adyacentes conforme la variación del parámetro de control. Las bifurcaciones locales más habituales en la respuesta dinámica de vehículos ferroviarios son la bifurcación de Hopf (en semi-rama) y el denominado punto límite o bifurcación tangente (silla-nodo/*saddle-node*) [129], [131].

- Bifurcaciones Silla-Nodo: las bifurcaciones tangenciales se caracterizan por la coexistencia de dos puntos de equilibrio en sólo uno, para un valor determinado del parámetro de bifurcación (V_c). Para valores superiores del parámetro ($V > V_c$) los dos puntos de equilibrio desaparecen localmente generando la bifurcación en dos ramas, generalmente una estable (rama continua) y otra inestable (rama punteada). Para $V < V_c$, no existe solución posible, debido a la cancelación de las ramas entre sí [130].
- Bifurcaciones de Hopf: el equilibrio, desde el punto de vista físico, representa una situación sin movimiento, sin embargo, el sistema puede presentar estados de equilibrio estable definidos por ciclos límites describiendo oscilaciones no amortiguadas. Matemáticamente, este tipo de transición entre el equilibrio estacionario a otro con movimiento periódico es conocido como bifurcaciones locales de Hopf [130]. De esta manera, un punto crítico de Hopf origina, en los puntos adyacentes, la ramificación de soluciones periódicas, estables o inestables, a partir de la variación del parámetro de bifurcación. La presencia o ausencia de estabilidad en la respuesta periódica (ciclo límite) origina dos variantes de bifurcaciones de Hopf: supercrítica y subcrítica.
 - Bifurcación supercrítica: se caracterizan por presentar soluciones locales estables en ambos lados del punto crítico. Por lo tanto, una bifurcación de Hopf supercrítica representa la transición entre la respuesta estacionaria y el ciclo límite, ambos estables.
 - Bifurcación subcrítica: en contraste a la variación supercrítica, no existe transición de soluciones, es decir, no se presenta un cambio del tipo de estabilidad [130]. La característica distintiva es la pérdida local de estabilidad en los puntos adyacentes al punto crítico de Hopf.

4.1.3.2. Diagrama de bifurcación

En las Figuras 4.1 y 4.2 pueden observarse los diagramas teóricos de bifurcación más habituales en la dinámica de vehículos ferroviarios, utilizando como parámetro de bifurcación a la velocidad de circulación.

- Variante subcrítica (Figura 4.1): a determinado valor de velocidad, el desplazamiento lateral del vehículo presenta problemas de convergencia respecto del origen de su movimiento (centro de vía), generando la aparición de oscilaciones no amortiguadas. En dicha velocidad, denominada crítica lineal (v_l), se presentan respuestas de movimiento periódicas, inestables y de gran amplitud, independientemente de la excitación externa. Para velocidades menores a v_l , la respuesta exhibe la coexistencia de dos soluciones estables, una estacionaria y otra periódica, denominada ciclo límite. Dicha simultaneidad de soluciones desaparece por debajo de un valor de velocidad, generalmente conocida como crítica no lineal (v_{nl}), donde predomina la solución estable estacionaria para cualquier condición excitatriz del sistema. En el intervalo comprendido entre la velocidad lineal y no lineal, el movimiento del vehículo puede presentar dos características dependientes de la magnitud de la perturbación existente: decremento total del movimiento lateral alrededor del origen o describir un ciclo bien definido de amplitud remanente.

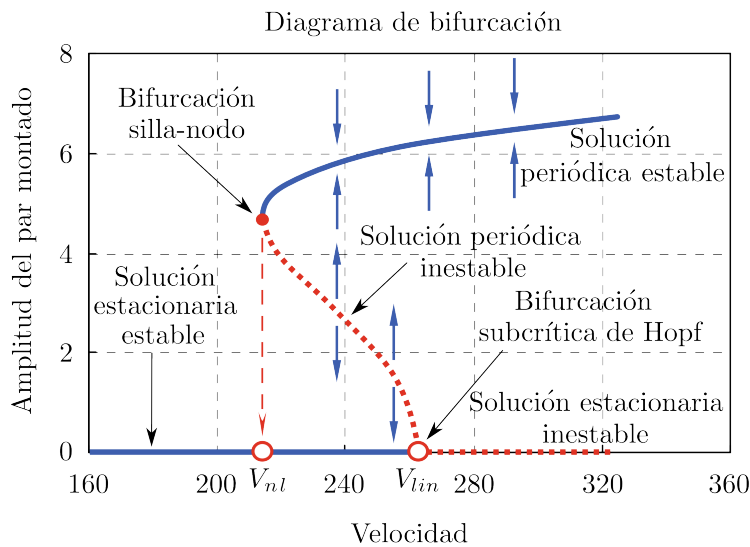


FIGURA 4.1: Diagrama de bifurcación - transición subcrítica.

- Variante supercrítica (Figura 4.2): se caracteriza por la presencia de una bifurcación de Hopf supercrítica, es decir, la transición entre dos ramas de soluciones estables, una estacionaria y otra periódica. Debido a ello, no existe la coexistencia de soluciones estables para un determinado valor o un mismo rango de velocidad, generando la coincidencia de las velocidades crítica lineal v_l y no lineal v_{nl} . Para valores por debajo de la velocidad crítica v_c , la única solución global es la estacionaria estable independientemente de la perturbación aplicada y, para valores superiores a v_c , la solución estacionaria pierde su estabilidad y aparece la oscilación remanente definida por los ciclos límites estables.

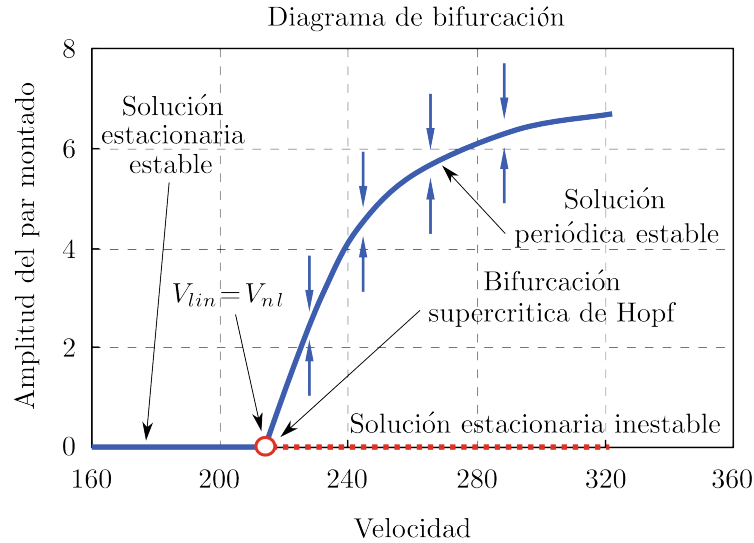


FIGURA 4.2: Diagrama de bifurcación - transición supercrítica.

4.1.3.3. Fenómeno *hunting* caracterizado como proceso de bifurcación

El vehículo se encuentra compuesto de múltiples sub-sistemas dinámicamente acoplados mediante elementos con fuertes características no lineales. Las soluciones periódicas se presentan bajo la condición de existencia de movimiento acoplado (sincronizado) entre bogies, fenómeno fuertemente influenciado por el aumento de la rigidez lateral y el amortiguamiento anti-lazo de la suspensión secundaria. A su vez, y debido a la interacción entre bogies y coches, es habitual la ocurrencia de movimientos cuasi-periódicos para diversas condiciones y velocidades de circulación [132]. Si las condiciones del contacto excitan el movimiento del bogie en el rango de bajas frecuencias, coincidente con las frecuencias naturales de la carrocería del coche, puede originarse el acoplamiento de movimientos a través de la suspensión secundaria generando la aparición del *hunting* primario, el cual se caracteriza por grandes desplazamientos relativos y el incremento de las fuerzas laterales de contacto produciendo, en el caso extremo, el descarrilamiento de la formación [118], [133]. De esta manera, ante la presencia del aumento súbito de la amplitud del movimiento lateral y la rotación de lazo, se asume la ocurrencia del *hunting* primario, modo de excitación típico de los coches, cuyos movimientos se encuentran generalmente acoplados entre sí [134].

4.1.4. Procedimientos de determinación de la velocidad crítica

4.1.4.1. Método por fuerza bruta

Obtención de soluciones periódicas (ciclos límites) mediante integración directa, como resultado de la variación de las condiciones iniciales representadas por la fuente excitatriz del sistema, es decir, un salto lateral instantáneo de vía. La evolución completa de la simulación supone la circulación en una vía ideal (recta, nivelada y exenta de rugosidad superficial). El método es aplicado mediante un conjunto de simulaciones para un rango de velocidades preestablecido utilizando diferentes condiciones iniciales. Partiendo de un desplazamiento lateral de 8 mm, se repite la prueba aplicando decrementos de 0.5 mm en la perturbación inicial hasta identificar el decremento total de la respuesta o la aparición de un ciclo límite [118], [119].

- Ventajas
 - Integración numérica directa del sistema de ecuaciones no lineales mediante métodos numéricos (p. ej., Runge-Kutta-Fehlberg).
 - Cálculo directo del diagrama de bifurcación.
 - Permite identificar ciclos límites de gran amplitud.
 - Análisis de estabilidad considerando la totalidad de parámetros y efectos no lineales.
 - Obtención de velocidad crítica no lineal.

- Desventajas
 - Procedimiento manual: el método requiere excesivo trabajo manual debido a la gran cantidad de simulaciones y ajustes realizados.
 - Control visual para verificar el comienzo del régimen permanente (aparición del ciclo límite).

Variante *ramping*

Integración numérica con parámetro variable utilizando como condición inicial la amplitud de un ciclo límite en altas velocidades, obtenido mediante el método de integración directa. El procedimiento consta de un conjunto (*set*) de simulaciones. Los ciclos límites son obtenidos mediante la simulación del sistema perturbado por un salto lateral de vía y circulando a un valor de velocidad relativamente alto. La evolución de la simulación continúa sobre condiciones de vía ideal disminuyendo lentamente la velocidad hasta alcanzar una respuesta de amplitud constante en régimen permanente. Posteriormente, se lleva a cabo una nueva prueba reduciendo la velocidad a decremento constante y utilizando como condición inicial el resultado del ciclo límite obtenido en la prueba previa. Se continúa el *set* de simulaciones hasta que la respuesta presente características amortiguadas (ausencia de amplitud remanente). La velocidad para la cual se produce el decremento total de la respuesta es considerada como velocidad crítica no lineal (V_{nl}) [115], [135]. En ambas variantes, fuerza bruta directo y método *ramping*, es necesario verificar el alcance del ciclo límite en régimen permanente.

4.1.4.2. Evaluación directa de ciclos límites

Se utilizan métodos numéricos de continuación (*Path-following methods*) con el objetivo de visualizar la existencia de ciclos límites estables en la respuesta del sistema de ecuaciones no lineales, mediante la continuación (aproximación) de equilibrios, puntos fijos y soluciones periódicas a partir de la variación de un parámetro, detectando sus posibles bifurcaciones. Partiendo del sistema autónomo de ecuaciones ordinarias de 1° orden, re-formulado como un problema con condiciones de contorno, la obtención directa de las soluciones periódicas es realizada mediante el método de Poincaré (*shooting method* modificado) implementado en la herramienta computacional denominada PATH [136] incluida en el programa de simulación multicuerpo SIMPACK®. La estabilidad de los límites periódicos (ciclos) puede ser evaluada mediante el análisis de los multiplicadores característicos de Floquet en el plano complejo, de manera análoga al estudio del lugar de raíces para soluciones estacionarias [129]. A partir de un ciclo límite conocido, obtenido por integración en tiempo, la prueba comienza a velocidad suficientemente baja y continuada con pequeños incrementos hasta alcanzar un punto de bifurcación.

- Ventajas
 - Procedimiento semi-automático.
 - Rigurosidad matemática de los métodos (sección de Poincaré/Teoría de Floquet [117], [120], [129], [137]-[140])
 - Eficiente aproximación en la determinación de velocidades críticas. Su aplicación a modelos de vehículos de mayor complejidad permite la representación detallada y realista del sistema.
- Limitaciones
 - Determinación sólo de soluciones periódicas estables.
 - Necesidad de etapas de re-formulación y pre-acondicionamiento del sistema de ecuaciones.
 - Dificultad de implementación dependiente de la complejidad del sistema.

4.1.4.3. Análisis de autovalores

La estabilidad dinámica es investigada mediante la evaluación de los autovalores del sistema cuasi-linealizado, generalmente por el método de promedio de Krylov-Bogolyubov. La gran mayoría de las investigaciones hasta la década del 70 [105]-[108], [110], [112], [141] fueron realizadas mediante el análisis del lugar de raíces, evaluando las características de los autovalores en el plano complejo.

- Beneficios
 - Adecuado para cálculos preliminares en etapas tempranas del proceso de diseño.
 - Obtención de frecuencias naturales del sistema.
- Limitaciones
 - Predicción de estabilidad para soluciones estacionarias estables.
 - Válido sólo para la determinación de velocidad lineal.

Los parámetros de contacto para el caso lineal se consideran de acuerdo a las siguientes premisas [36]:

- La geometría de contacto es descrita mediante la conicidad equivalente en función del desplazamiento lateral del par montado, utilizando generalmente el valor nominal para una amplitud lateral de 3 mm.
- Fuerzas de *creep* calculas a partir de la teoría lineal de Kalker. Para condiciones de vía seca y libre de contaminación, se utiliza el valor total de los coeficientes de *creep* de Kalker. Para condiciones de vía reales o ligeramente contaminadas se efectúa la reducción del valor de los coeficientes en un 67 %.

4.1.4.4. Procedimientos según fuente de excitatriz

Considerando el desplazamiento lateral y/o el movimiento de lazo del par montado como los parámetros utilizados para evaluar la estabilidad del bogie completo, la metodología de obtención de la velocidad crítica puede clasificarse respecto del tipo de excitación aplicada al sistema, dividiéndose los enfoques de la siguiente manera [127]:

- Ausencia de excitación: integración del sistema con perfil de velocidad descendente utilizando como condición inicial la amplitud de un ciclo límite y circulando sobre vía ideal hasta alcanzar el movimiento estable (respuesta amortiguada).
 - Se obtiene el menor valor de velocidad crítica respecto de los demás casos.
- Excitación instantánea o secuencia breve de irregularidades: similar al caso anterior, aplicando como excitación un salto lateral de vía o un perfil de irregularidades durante un breve lapso de tiempo (cinco segundos).
- Excitación estocástica: aplicación continua de irregularidades de vía (mediciones reales o caracterizadas según FRA [142]). En general, las mediciones de irregularidades reales de vía en la trayectoria de prueba no se encuentran disponibles, siendo ésta la principal causa de las desviaciones observadas entre los resultados del testeo *in situ* y las simulaciones computacionales [128].
 - La velocidad límite obtenida es, en general, levemente menor al caso de fuente de excitación instantánea, debido al efecto desestabilizador de las irregularidades.

4.1.4.5. Selección del método utilizado

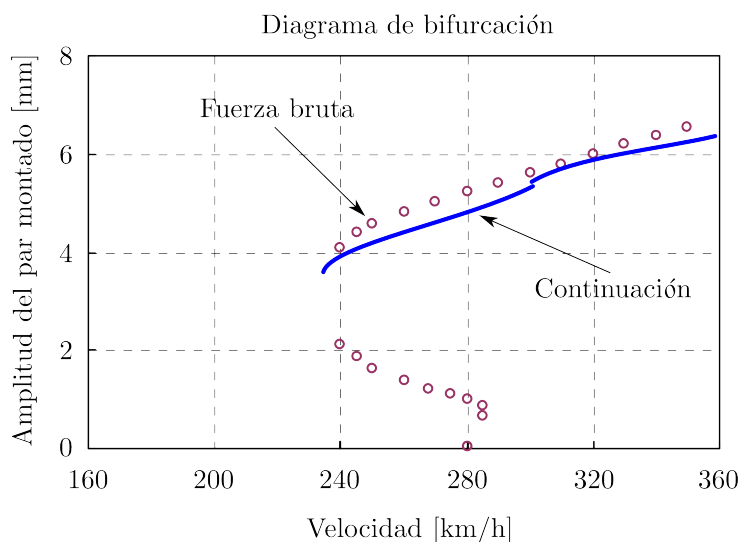


FIGURA 4.3: Comparativa de métodos (adaptado del original en [132]).

La Figura 4.3 muestra el diagrama de bifurcación para la amplitud de los ciclos límites de un par montado, obtenido mediante los métodos de continuación y fuerza bruta. La gráfica incompleta del método de continuación representa la incapacidad de determinar los ciclos límites cuasi-periódicos, no obstante, los resultados obtenidos poseen mayor exactitud en comparación con los demás métodos y sus variantes. Por otro lado, a pesar de su menor exactitud y el ocasional solapamiento de ciclos límites (coexistencia de soluciones), el método de fuerza bruta muestra concordancia en el rango de soluciones periódicas, brindando suficiente aproximación para el estudio de sistemas dinámicos ferroviarios [132].

4.1.5. Influencia del grado de flexibilidad de los cuerpos principales

El desgaste continuo de los perfiles de la rueda y el riel produce variaciones en la frecuencia excitatriz en el rango de frecuencias medias [143]. Por otro lado, el sistema completo de

la vía presenta frecuencias de resonancia (naturales) con valores superiores a los 50 Hz [144]. Además, la flexibilidad y estado superficial de la vía influyen directamente en la frecuencia de las fuerzas de contacto tangenciales y verticales, principalmente en procesos de fatiga [145]. Por dichos motivos, el análisis vibratorio del sistema requiere la incorporación de la influencia de las características elásticas y el estado de deformación de la vía, y la alteración de la forma de los durmientes y el desgaste del balasto, debido a la presencia de fuentes de grandes no linealidades en el contacto. En otros casos, como la evaluación de la calidad de marcha, el rango completo de frecuencias donde se percibe el efecto negativo sobre el confort del pasajero ($1 < f < 20$ Hz [146]) genera la necesidad de la utilización de modelos flexibles ya que la influencia de la deformación estructural presenta magnitud significativa [147], [148]. Por otro lado, se considera válido el modelado rígido para el análisis de estabilidad lateral y de circulación en curvas debido que los efectos dinámicos de interés son generados por fenómenos de baja frecuencia ($f < 20$ Hz), como el ampliamente estudiado *hunting* [1], [121]. Sin embargo, se ha encontrado [144], [149]-[152] que los primeros modos fundamentales de vibración, en especial el modo a flexión, pueden detectarse a frecuencias naturales en torno a los 10 Hz. No obstante, en el rango limitado a bajas frecuencias, se ha demostrado [143] que la comparación del espectro de aceleraciones obtenidas a partir del análisis basado en modelos rígidos tiene concordancia con las mediciones reales realizadas mediante instrumentos. Finalmente, si bien la determinación de la velocidad crítica puede obtenerse utilizando modelos rígidos, la exclusión de la flexibilidad estructural de los cuerpos, las propiedades elásticas de la vía y el análisis modal del sistema, produce una sobre-estimación del 10% en el valor de la velocidad crítica no lineal respecto de la obtenida basada en el modelo flexible del vehículo [153]-[156].

- Concepto de modelado según rango de frecuencias y objetivos analizados
 - Muy bajo ($f < 1$ Hz): cuerpo rígido. Caso extremo donde se producen malestares orgánicos (cinetosis). Verificación de condiciones mínimas de confort en pasajeros.
 - Bajo ($1 < f < 50$ Hz): cuerpo rígido. Análisis de estabilidad lateral y comportamiento en trayecto curvo. Válido para perfiles nuevos y/o irregularidades de vía leves (montaje). Modos fundamentales de vibración. Velocidades de circulación convencionales $v < 160$ km/h.
 - Bajo ($1 < f < 50$ Hz): cuerpo flexible. Consideración de las características elásticas de los cuerpos, incluyendo el sistema completo de vía. Evaluación completa de confort de marcha.
 - Medio ($50 < f < 500$ Hz): cuerpo flexible. Obtención de modos de vibración. Adecuado para casos que incluyan gran cantidad de no linealidades (desgaste de perfiles). Velocidades de circulación medias ($160 < v < 220$ km/h).
 - Alto ($f > 500$ Hz): cuerpo flexible. Problemas aerodinámicos y acústicos. Alta velocidad [157].

Debido a lo citado, resulta razonable utilizar el concepto de sólido rígido para la representación de la formación ferroviaria y el sistema de la vía, limitando el estudio al análisis de comportamiento y estabilidad lateral, circulando a velocidades convencionales y considerando sólo irregularidades de vía leves (FRA - grado 6)

4.2. Influencia de parámetros en la velocidad crítica

4.2.1. Rigidez longitudinal y lateral de suspensión primaria

El comportamiento dinámico del par montado es considerado como el factor responsable de la estabilidad global del vehículo. La relación entre los movimientos de dos pares montados, perteneciente a un mismo bogie, determina dos de las formas características de oscilación: modo de vibración a flexión (movimiento de lazo) y modo al corte (desplazamiento lateral) [158]. El efecto de la variación de la rigidez lateral y longitudinal de la suspensión primaria en la determinación de la velocidad crítica ha sido ampliamente estudiado a partir de los trabajos realizados por Wickens en la década del 60 [105]-[107]. Posteriores estudios [133], [159], [160] y en especial los más recientes [161]-[167] han demostrado que, independientemente del tipo de vehículo, configuración analizada y la velocidad de circulación, el incremento de la rigidez longitudinal hasta valores moderados produce el aumento de la velocidad crítica y, una vez superado ese umbral, se obtiene el decremento continuo de los valores de dicha velocidad. En [168], se ha comprobado que la mejora en la velocidad crítica se produce al limitar el modo de vibración a flexión del par montado. De manera opuesta, la velocidad admisible de circulación aumenta para decrementos de rigidez lateral primaria, principalmente por permitir el movimiento individual de los pares montados disminuyendo la influencia negativa sobre el comportamiento general del conjunto conformado por el bogie. Sin embargo, en el caso de la rigidez lateral, su influencia es dependiente de la variación de otros parámetros, como el golpe de pestaña, la conicidad equivalente, los coeficientes de fricción y la rigidez lateral de la vía. Además, se ha observado que a mayor cantidad de grados dinámicos de libertad considerados en el modelo, menor es el valor de la velocidad crítica, debido al efecto de la rigidez de los elementos de suspensión actuando en direcciones excluidas en modelos reducidos. No obstante, la cantidad de grados de libertad no modifica el patrón de variación de la velocidad crítica ante la influencia de la rigidez.

4.2.2. Amortiguamiento longitudinal inter-coche

Los coches del vehículo ferroviario poseen tres modos de vibración bien definidos respecto de las tres rotaciones alrededor de los ejes coordenados. Existen dos modos de inestabilidad posibles referidas al fenómeno *hunting*: primario (formación completa), asociado a la rotación de lazo (modo en lazo) y al balanceo transversal (modo en *rolido*), y secundario (bogie), asociado al desplazamiento lateral y/o movimiento de lazo del par montado [106], [159]. Considerando que el modo principal de los coches, y de menor frecuencia de vibración, es el correspondiente a la rotación de lazo (sección 4.1.5), los amortiguadores longitudinales inter-coche son utilizados habitualmente para reducir el acoplamiento de movimientos y disminuir la amplitud de las oscilaciones laterales. Este tipo de conexión inter-vehículo es ampliamente utilizado en formaciones articuladas y vehículos de media y alta velocidad: Talgo[®] español, BR Mark 4[®] (*British Rail*), TGV[®] francés y las formaciones que circulan en la red de alta velocidad japonesa *Shinkansen* [134], [150], [169], [170].

4.2.3. Amortiguamiento anti-lazo en suspensión secundaria

Junto a la rigidez de la suspensión primaria, el amortiguamiento anti-lazo es un parámetro crítico con alto grado de influencia en la estabilidad global del vehículo. Los amortiguadores hidráulicos ubicados en la suspensión secundaria son utilizados para atenuar el movimiento relativo de lazo entre el bogie y coche, mediante el efecto de sus propiedades disipativas. Su principal función es controlar que la transmisión del movimiento de *hunting* secundario no induzca la inestabilidad del coche (*hunting* primario) debido al efecto de acoplamiento [171]-[176]. En bogies y formaciones convencionales se ha comprobado la eficacia de la

utilización de amortiguadores longitudinales en la reducción de las oscilaciones debidas al movimiento de lazo [163], [165], [177]. En [168], se han realizado diversas pruebas variando la fuerza de amortiguamiento y la velocidad de descarga de los amortiguadores anti-lazo, evaluando su influencia en la velocidad crítica. En términos generales, se ha concluido que el aumento del coeficiente de amortiguamiento produce el incremento de la velocidad crítica del vehículo. Las características consideradas en su modelado afectan directamente la exactitud de los resultados obtenidos, siendo el modelo simple lineal la primera aproximación a utilizar en el estudio de la estabilidad lateral de la formación completa [167]. Existen tres tipos de modelos esquemáticos para su caracterización: paramétricos, con detallada representación de variables permitiendo la completa variación de parámetros y adecuados para el diseño de componentes y análisis de sensibilidad de efectos; paramétricos simplificados, muy utilizados en simulación dinámica debido a la menor complejidad matemática de su representación como consecuencia del menor número de parámetros considerados; y modelos no-paramétricos (pasivos), caracterizados en base a información técnica proveniente de ensayos, no aptos para procesos de diseño pero muy eficientes para simulaciones dinámicas de vehículos ferroviarios [173].

4.3. Determinación del diagrama de bifurcación

El comportamiento de un sistema no lineal puede ser caracterizado matemáticamente mediante sus atractores. Los atractores simples son un conjunto de puntos o ciclos límites (órbita periódica aislada), a los cuales la respuesta del sistema tiende a evolucionar en régimen permanente. De esta manera, la dinámica no lineal presenta características distintivas respecto del análisis de sistemas lineales [135]:

- No es válido el principio de superposición de efectos.
- La frecuencia de las oscilaciones son dependientes de las condiciones iniciales.
- Existencia de múltiples soluciones (ciclos límites) dependiendo de la condición inicial seleccionada.
- Posibilidad de respuesta caótica en la solución.

Como se ha señalado anteriormente, la estabilidad lateral de vehículos ferroviarios es un problema típico dinámico, de gran importancia en la etapa de diseño, y estudiado mediante diagramas de bifurcación desde mediados de los años ochenta [115]. Los diagramas de bifurcación permiten la determinación de las propiedades dinámicas del sistema y la obtención precisa de la influencia de los parámetros físicos en la estabilidad considerando la totalidad de las características no-lineales del modelo, y de acuerdo a la co-dimensión de la bifurcación evaluada, es decir, la cantidad de parámetros variables necesarios para producir la ocurrencia del fenómeno. En el caso particular analizado, sólo dos tipos de atractores presentan interés de estudio: estacionarios y periódicos, sean del tipo estable o inestable. Se han evaluado las bifurcaciones locales de co-dimensión 1, es decir, las bifurcaciones de Hopf y tangenciales (silla-nodo), seleccionando a la velocidad longitudinal de circulación como el parámetro de bifurcación, a cuyos valores críticos corresponde la solución para la cual se produce una variación significativa en el comportamiento del modelo analizado. De esta manera, el diagrama de bifurcación obtenido representa la amplitud máxima del desplazamiento lateral de los pares montados (ciclos límites), en función de la velocidad longitudinal de circulación.

La obtención del diagrama de bifurcación por método de integración directa ha sido utilizado eficiente y ampliamente en diversas investigaciones previas [36], [118], [124], [132], [135], [178], brindando observaciones e información a considerar referente a las particularidades en su aplicación, análisis e interpretación:

- Las oscilaciones de reducida amplitud ($y_{pm} < 1\text{ mm}$) pueden ser excluidas del análisis de ciclos límites debido a considerarse como resultado del efecto de las irregularidades de vía.
- La variación de periodicidad, o aparición de respuestas cuasi-periódicas, se encuentra relacionada a particularidades en el modelado del contacto rueda-riel y no suelen ser observadas en el comportamiento real del vehículo.
- El efecto de las no-linealidades provenientes de elementos a fricción, con resultados relativamente inestables en la simulación, no influyen negativamente en la dinámica real de la formación.
- En diagramas de bifurcación del tipo sub-crítico, se confirma que la velocidad crítica no lineal coincide con los límites de seguridad de circulación.
- La sub-estimación de los criterios de estabilidad, como la aplicación de perturbaciones o irregularidades de muy reducida amplitud, influyen fuertemente en la determinación de la velocidad crítica.
- En diagramas de bifurcación del tipo super-crítico, la velocidad crítica no lineal es menor a la correspondiente al límite de seguridad, generando un rango positivo de confianza en su valor.
- La velocidad límite de seguridad (V_{nl}) no asegura la ausencia de daño por fatiga o de reducción del confort del pasajero.

4.4. Evaluación de parámetros

4.4.1. Hipótesis y consideraciones base de los estudios

- Contacto geométrico no conforme rígido.
- Geometría del contacto rueda-riel caracterizada por radio de rodadura y ángulo efectivo instantáneo.
- Zona de contacto elíptica bajo deformación elástica.
- Coeficiente de fricción variable (pseudo-deslizamiento dependiente).
- Cálculo de fuerzas tangenciales de contacto mediante algoritmo no lineal FastSim.
- Modelo estrictamente lateral. Excluye movimientos acoplados a la dirección vertical (cabeceo/galope).
- Velocidad de traslación constante. No se considera grado de libertad longitudinal.
- Movimiento bajo presunción de pequeños desplazamientos.
- Restricción de contacto continuo entre rueda y riel.
- Cuerpos principales (UM, coche, bogie y par montado) considerados rígidos.
- Centros de coordenadas locales contenidos en plano central longitudinal y coincidentes con centros de masas del cuerpo rígido.
- Masa de elementos no suspendidos incorporada a la masa total soportada por la suspensión.
- Modelado lateral de vía rígido. Se considera golpe de pestaña.

4.4.2. Rigidez longitudinal y lateral de suspensión primaria

El enfoque práctico del análisis se basa, principalmente, en la amplia gama de posibles combinaciones aplicables sin generar un excesivo esfuerzo de montaje. De esta manera, y excepto la rigidez de la suspensión primaria, todos los demás parámetros físicos reunidos en las Tablas 4.1 y 4.2 se han mantenido constantes en la totalidad de las simulaciones.

4.4.2.1. Datos generales de la simulación

- Respuesta lineal de elementos de suspensión primaria, secundaria e inter-coche.
- Pruebas independientes a velocidad constante.
- Trayectoria en vía recta, rígida y nivelada.
- Perfiles de rueda y riel nuevos: CTF (MR) 002 y UIC54 (54E1) inclinación 1:40, respectivamente. Trocha: 1000 mm.
- Excitación debida a un salto lateral de vía instantáneo del orden de los 5 mm, aplicado en los pares montados del bogie perteneciente al coche delantero.

TABLA 4.1: Propiedades físicas

Cuerpo	Masa [kg]	J_z [kgm ²]	J_x [kgm ²]
Par montado	1212	316	-
Bogie	2376	2400	1287
Coche remolcado	13360	480000	11411
Unidad motriz	11756	20380	12245

TABLA 4.2: Constantes - estudio n°1 - k [kN/m], c [kNs/m], kt [kNm/rad]

Conexión	k/c	Bogie	Coche	UM
Susp. 1 ^{ria}	k_{px}/c_{px}	varios /8	-	varios /8
	k_{py}/c_{py}	varios /9	-	varios /9
	k_{pz}/c_{pz}	750 /10(19+)	-	750 /10(19+)
Susp. 2 ^{ria}	k_{sx}/c_{sx}	-	315 /-	-
	k_{sy}/c_{sy}	-	315 /19	-
	k_{sz}/c_{sz}	-	655 /18	-
Barra estabilizadora	k_t	-	27.8	-
Barra anti-rolido	k_{tc}	-	8	8

4.4.2.2. Criterio de inestabilidad preliminar

La estabilidad para cualquier sistema puede definirse como la capacidad de retornar a la condición inicial luego de producida una perturbación. Para velocidades menores a la crítica, el sistema responde exhibiendo el decremento rápido de la oscilación retornando a la posición de equilibrio (solución estacionaria). Para velocidades levemente mayores a la crítica, el sistema pierde su equilibrio original y la señal de respuesta presenta una trayectoria

remanente relativamente continua denominada ciclo límite, es decir, se produce el aumento o decremento de la oscilación convergiendo, en ambos casos, a un ciclo estable. Sin embargo, un sistema cuya respuesta presenta un ciclo límite, es propenso a perder su estabilidad ante la aparición de una nueva perturbación. Por otro lado, la amplitud de dicho ciclo puede considerarse inestable, dependiendo del criterio aceptado desde el punto de vista normativo. En la Figura 4.4, se puede observar el límite físico-mecánico de la simulación, representado como el incremento indefinido de la amplitud, cuya aplicación no refleja las condiciones de seguridad buscadas [179].

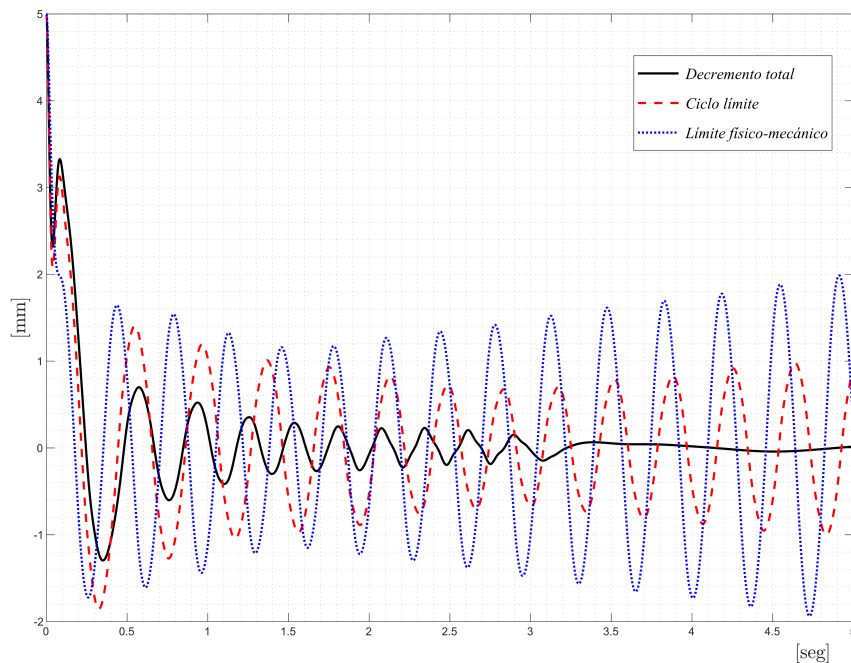
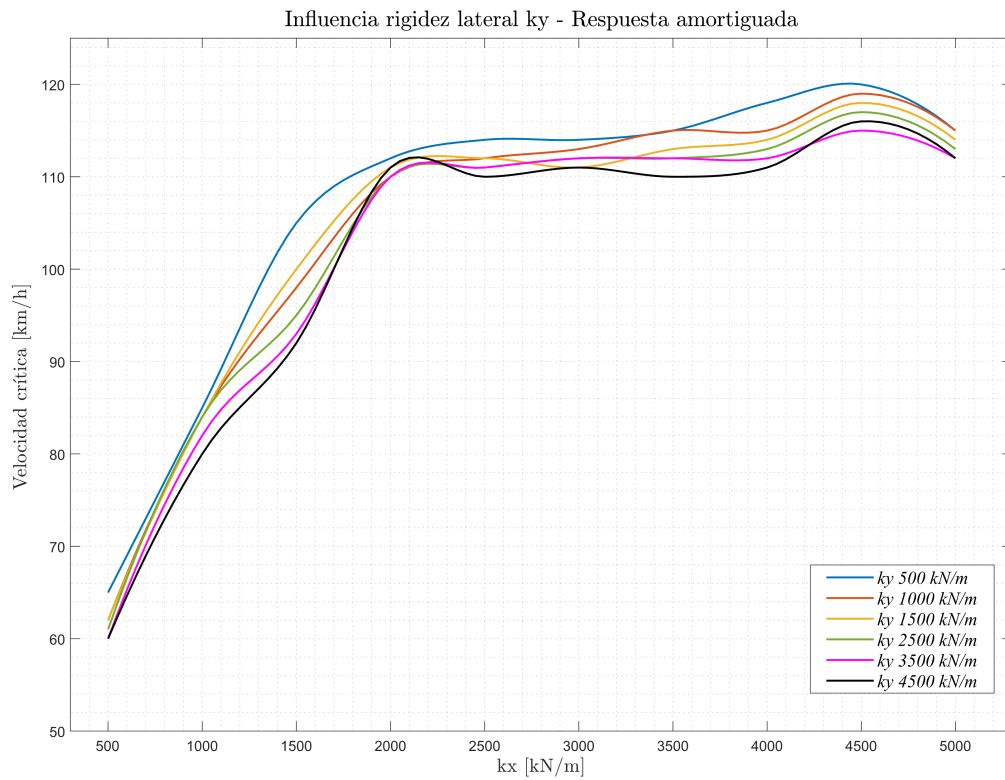
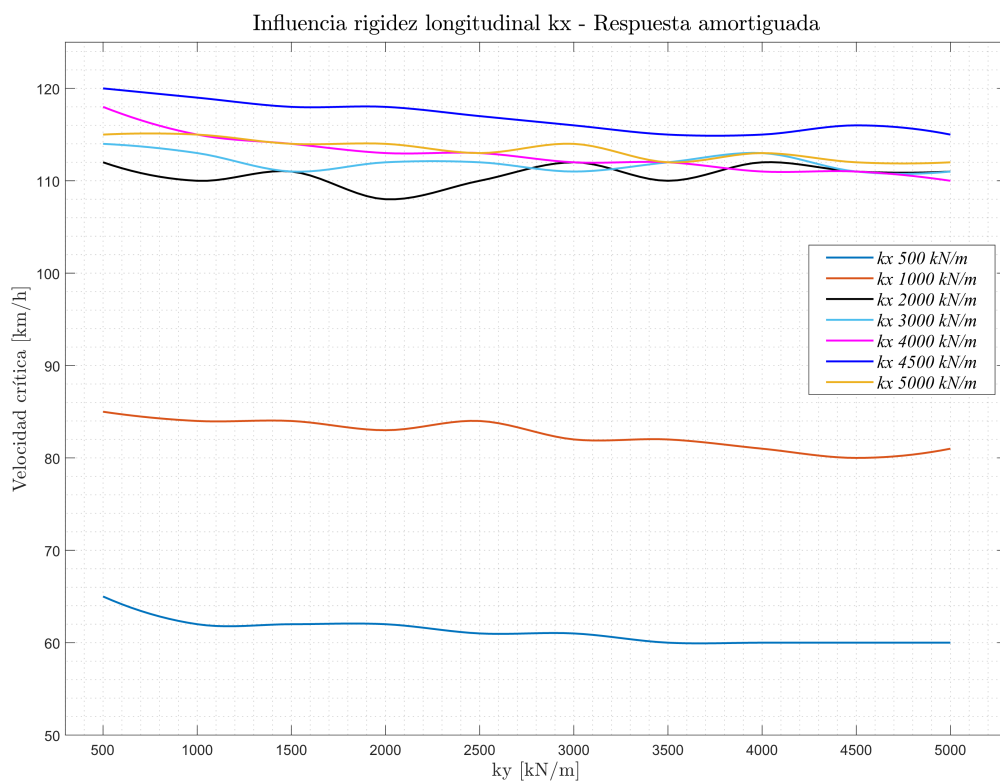


FIGURA 4.4: Tipos de respuesta del sistema.

4.4.2.3. Resultados

Se han obtenido mediante simulación las velocidades para las diferentes combinaciones de rigidez longitudinal y lateral, tanto para la respuesta amortiguada como para la respuesta con ciclo límite. Para un análisis más representativo se ha realizado una comparación gráfica, como se puede observar en las figuras 4.5 a 4.8. Las particularidades observadas han sido las siguientes:

- Como se puede apreciar en las Figuras 4.5 y 4.7, tanto la respuesta amortiguada como la correspondiente al ciclo límite, muestran mayores velocidades conforme aumenta la rigidez longitudinal k_x , con incrementos moderados en el rango [2000 - 3500] kN/m y significativos a partir de los 3500 kN/m , alcanzando la máxima velocidad para 4500 kN/m .
- La rigidez lateral k_y tiene poca influencia. Ésto se puede observar en las curvas casi constantes de la Figuras 4.6 y 4.8, y se confirma en las Figuras 4.5 y 4.7, donde las curvas para k_y constante, prácticamente coinciden en su trazado.

FIGURA 4.5: Influencia k_x - respuesta amortiguada.FIGURA 4.6: Influencia k_y - respuesta amortiguada.

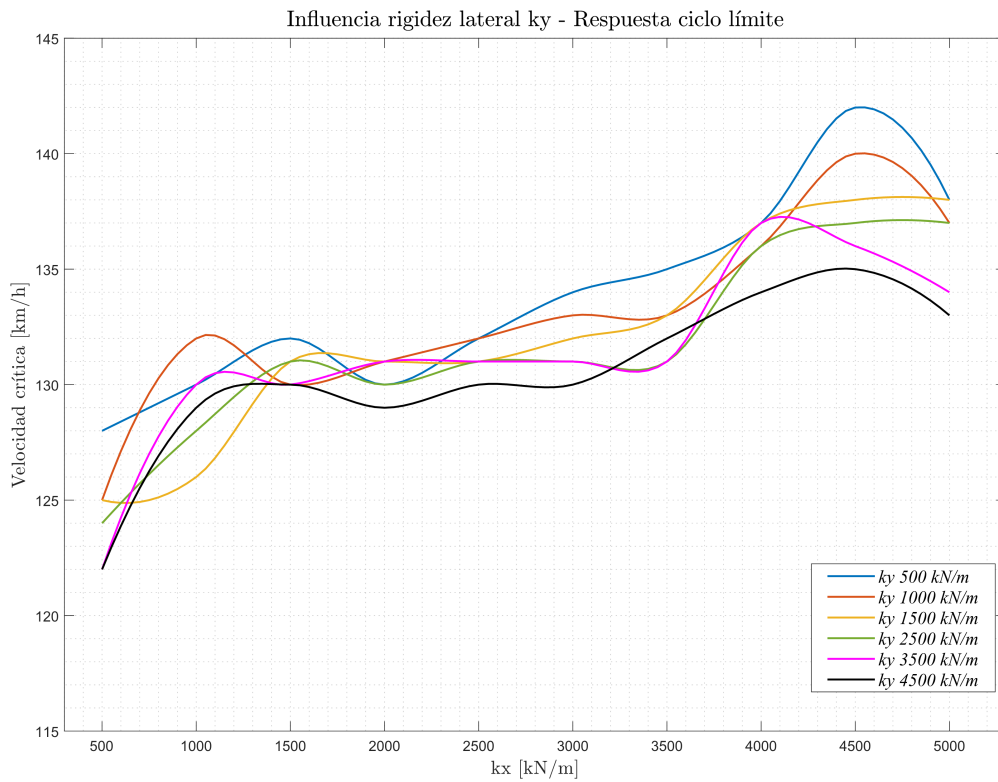


FIGURA 4.7: Influencia k_x - respuesta ciclo límite.

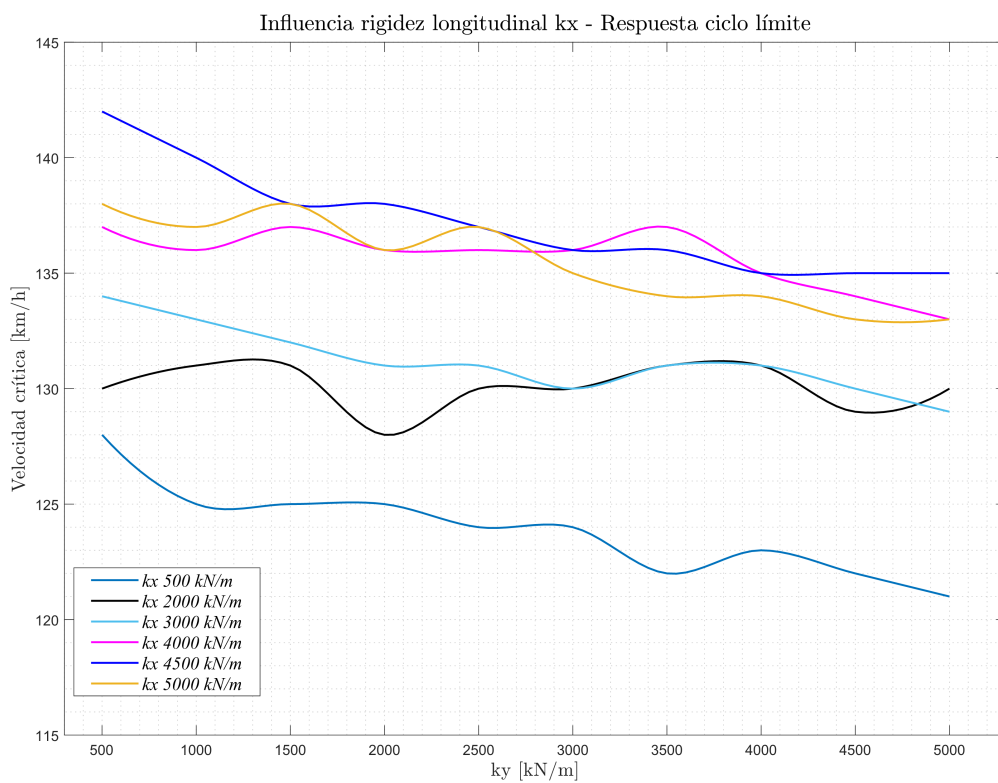


FIGURA 4.8: Influencia k_y - respuesta ciclo límite.

Si bien los valores óptimos de rigidez de suspensión primaria varían de acuerdo a la cantidad de grados dinámicos de libertad considerados en el modelo, el patrón de variación de la velocidad crítica no se altera (sección 4.2.1). Ésto significa que el parámetro relevante en la suspensión primaria es el cociente de rigideces longitudinal-lateral, cuyo valor permite extrapolar las propiedades de la suspensión a otro modelo posibilitando, en principio, la obtención de similar velocidad crítica [168]. De los resultados de las pruebas, puede observarse que los mayores valores de velocidad crítica se han obtenido para rigideces lateral y longitudinal de 500 kN/m y de 4500 kN/m , respectivamente. Comparando (4.1) la proporción de dichos valores y el correspondiente a las rigideces promedio de la articulación flexible utilizada en el vehículo real, se puede inferir la comprobación de lo citado anteriormente. La verificación de la influencia de la relación de rigideces obtenidas se ha realizado mediante la simulación de la circulación del vehículo utilizando los valores de rigidez reales manteniendo constantes todos los demás parámetros, obteniendo el mismo comportamiento lateral y similar velocidad crítica a la determinada con valores de rigidez reducida.

$$R_s = \frac{k_{px}}{k_{py}} = \frac{4500}{500} = 9$$

$$R_r = \frac{k_{pxr}}{k_{pyr}} = \frac{31950}{3250} = 9.83$$
(4.1)

Donde:

- R_s – Proporción utilizada en simulación
- R_r – Proporción real en articulación flexible
- k_{pxr} – Rigidez longitudinal real [kN/m]
- k_{pyr} – Rigidez lateral real [kN/m]

4.4.3. Amortiguamiento longitudinal inter-coche

Para evaluar la influencia en la estabilidad de la formación y en la velocidad de circulación, se han utilizado componentes de suspensión pasivos, es decir, para determinadas propiedades físico-mecánicas y estado de pre-carga, las fuerzas y/o momentos generados en la interfaz de conexión dependen sólo del desplazamiento y velocidades relativas a dicha interfaz (cuerpos conectados). De esta manera, los dos amortiguadores con respuesta lineal han sido instalados entre los coches y la unidad motriz y dispuestos a 30° respecto del eje longitudinal del coche. La simulación para el análisis del comportamiento lateral ha sido llevada a cabo en presencia de irregularidades de vía leves, utilizadas como fuente excitatriz principal del sistema.

4.4.3.1. Irregularidades de vía

Los defectos típicos de la vía férrea pueden obtenerse mediante mediciones *in situ* con instrumentos de barrido o ser representados mediante una señal aleatoria estacionaria. En este trabajo, y debido a la ausencia de mediciones reales sobre vía, se han modelado las irregularidades mediante una función de densidad espectral de potencia (DEP) a partir del uso de la expresión (4.2), definida por la Administración Federal de Ferrocarriles de EE.UU. (FRA) [142].

$$S(\phi) = \frac{A\phi_2^2(\phi^2 + \phi_1^2)}{\phi^4(\phi^2 + \phi_2^2)} \quad (4.2)$$

Donde:

- $S(\phi)$ – Densidad espectral de potencia [$m^2 / rad / m$]
- ϕ – Frecuencia espacial [rad / m]
- A – Constante de rugosidad ($0.98 \times 10^8 m^2 / rad / m$)
- ϕ_1, ϕ_2 – Frecuencias de corte ($23.3 \times 10^3 rad / m, 13.1 \times 10^2 rad / m$)

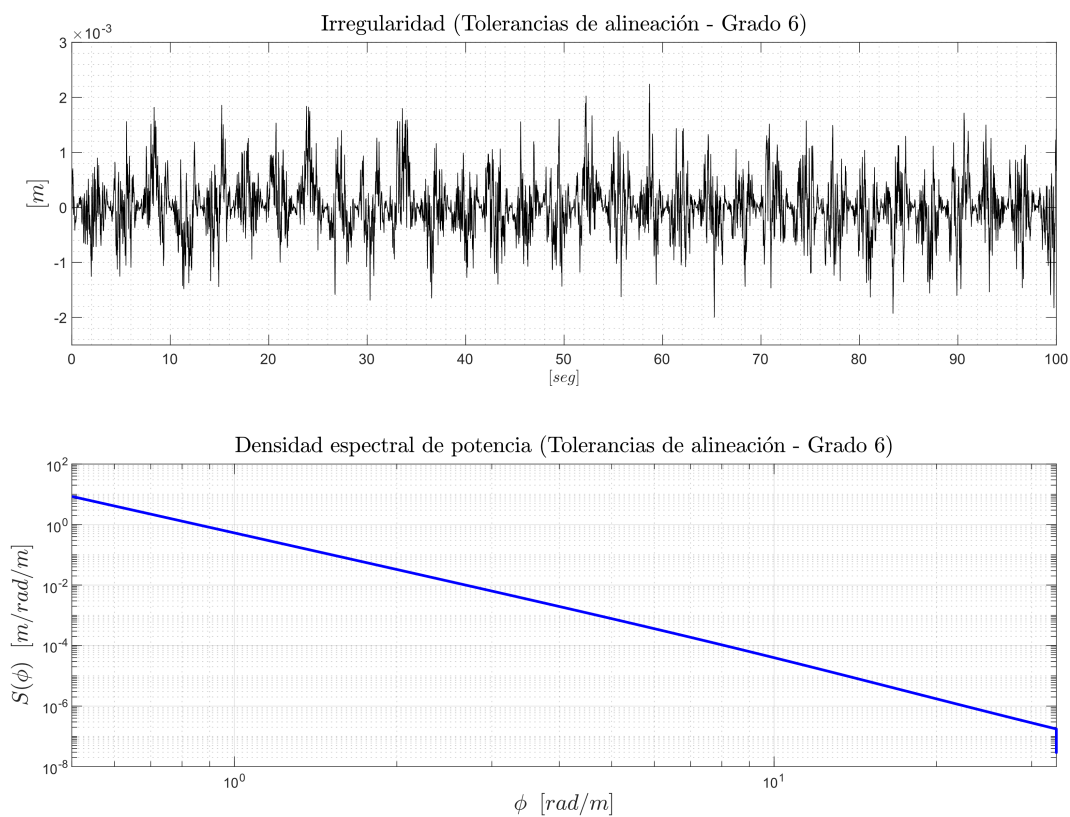


FIGURA 4.9: Espectro de irregularidad de vía (120 km/h).

En la Tabla 4.3 se puede observar la clasificación de las irregularidades, la caracterización mediante su longitud de onda y la frecuencia de excitación generada a partir de la relación con la velocidad de circulación V . El parámetro de rugosidad y las frecuencias de corte dependen de la calidad de vía, cuya clasificación es definida por la FRA y varía con los grados de uno a seis. En las simulaciones realizadas se ha seleccionado la mejor calidad de vía posible, el grado seis, y puede visualizarse en la Figura 4.9. Para velocidades cercanas a los 100 km/h, el confort de marcha es influenciado principalmente por defectos cuya longitud de onda se encuentra comprendida en el rango de 1-50 m [142], por lo cual, se debe analizar el segmento de frecuencias definido entre los 0.50-30 Hz, aproximadamente.

TABLA 4.3: Clasificación de las irregularidades de vía ($V \sim 120 \text{ km/h}$)

Causa de origen	Longitud de onda L [m]	Frecuencia f [Hz] - ($f=V/L$)
<ul style="list-style-type: none"> ●Rugosidad ●Tolerancias de montaje ●Desgaste 	0 - 2	15 - 3000
Vibraciones por desplaz. del balasto	3 - 25	1.5 - 15
Irregularidades del trazado <ul style="list-style-type: none"> ●Alineación ●Trocha ●Desnivel 	25 - 70	0.5 - 1.50

4.4.3.2. Datos generales de la simulación

- Respuesta lineal de elementos de suspensión primaria, secundaria e inter-coche.
- Pruebas independientes a velocidad constante (120 km/h).
- Trayectoria en vía recta.
- Perfiles de rueda y riel nuevos: CTF (MR) 002 y UIC54 (54E1) inclinación 1:40, respectivamente. Trocha: 1000 mm.
- Excitación con perfil de irregularidades aleatorias debidas a tolerancias en la alineación de la vía, acorde al método de modelado descrito por la FRA.

TABLA 4.4: Constantes - estudio n°2 - k [kN/m], c [kNs/m], kt [kNm/rad]

Conexión	k/c	Bogie	Coche	UM
Susp. 1 ^{ria}	k_{px}/c_{px}	31950 /8	-	31950 /8
	k_{py}/c_{py}	3250 /9	-	3250 /9
	k_{pz}/c_{pz}	750 /10(19+)	-	750 /10(19+)
Susp. 2 ^{ria}	k_{sx}/c_{sx}	-	315 /-	-
	k_{sy}/c_{sy}	-	315 /19	-
	k_{sz}/c_{sz}	-	655 /18	-
Barra estabilizadora	k_t	-	27.8	-
Barra anti-rolido	k_{tc}	-	8	8
Amortiguador inter-coche	c_{lx}	-	varios	varios
	c_{ly}	-	varios	varios
Rigidez lateral de vía	k_{lv}	38000	-	-

La Tabla 4.4 resume las propiedades de las suspensiones primaria y secundaria, la rigidez de vía interviniente en el contacto [180], y demás conexiones inter-coche. Dichos valores se han mantenido en forma constante durante las diversas simulaciones realizadas.

4.4.3.3. Criterio de análisis

Debido a la naturaleza estocástica de la excitación, la respuesta presenta un ciclo continuo de amplitud irregular (Figura 4.10). Ante la imposibilidad de obtener un decremento total de la oscilación, se ha analizado el conjunto de amplitudes máximas obtenidas, para los diferentes valores de amortiguamiento longitudinal, en los tres grados de libertad utilizados para caracterizar a los coches. Con el fin de evitar interpretaciones erróneas como consecuencia del desfase aleatorio de las señales de los diferentes pares montados, se han realizado múltiples simulaciones manteniendo constante todas las condiciones excepto el desfase de la excitación.

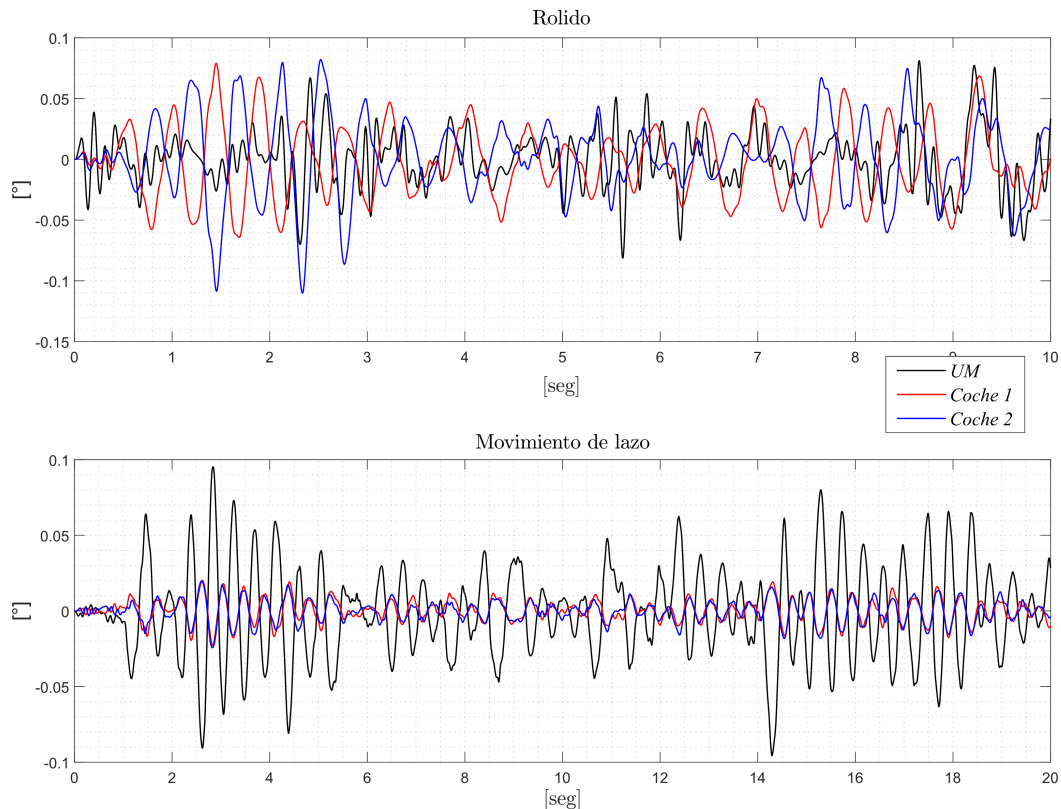


FIGURA 4.10: Respuesta del sistema - excitación estocástica (120 km/h).

4.4.3.4. Resultados

Como consecuencia de la característica aleatoria de las señales de respuesta ante la excitación del sistema mediante irregularidades de vía, la ponderación del efecto real del parámetro estudiado presenta limitaciones propias de la simple observación. Debido a ello, y para visualizar la influencia del amortiguamiento longitudinal inter-coche en la respuesta simulada se ha realizado una comparación de gráficas consecutivas para el desplazamiento lateral, *rolido* y movimiento de lazo (Figuras 4.11 a 4.19).

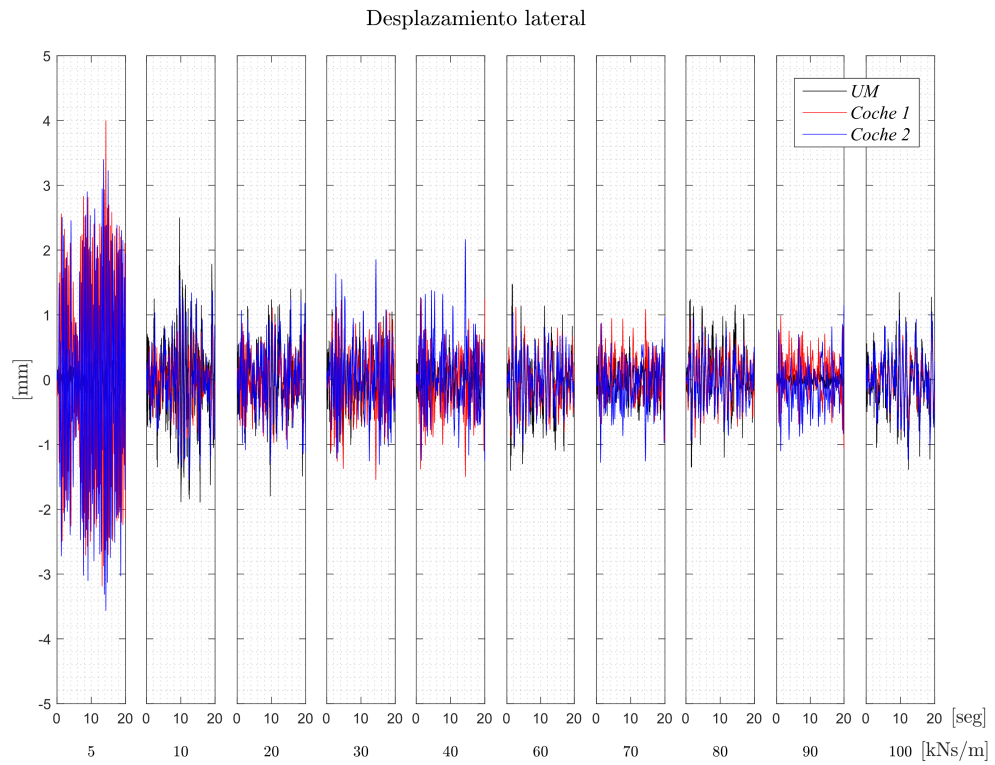


FIGURA 4.11: Desplazamiento lateral de coches/UM (simulación n°1).

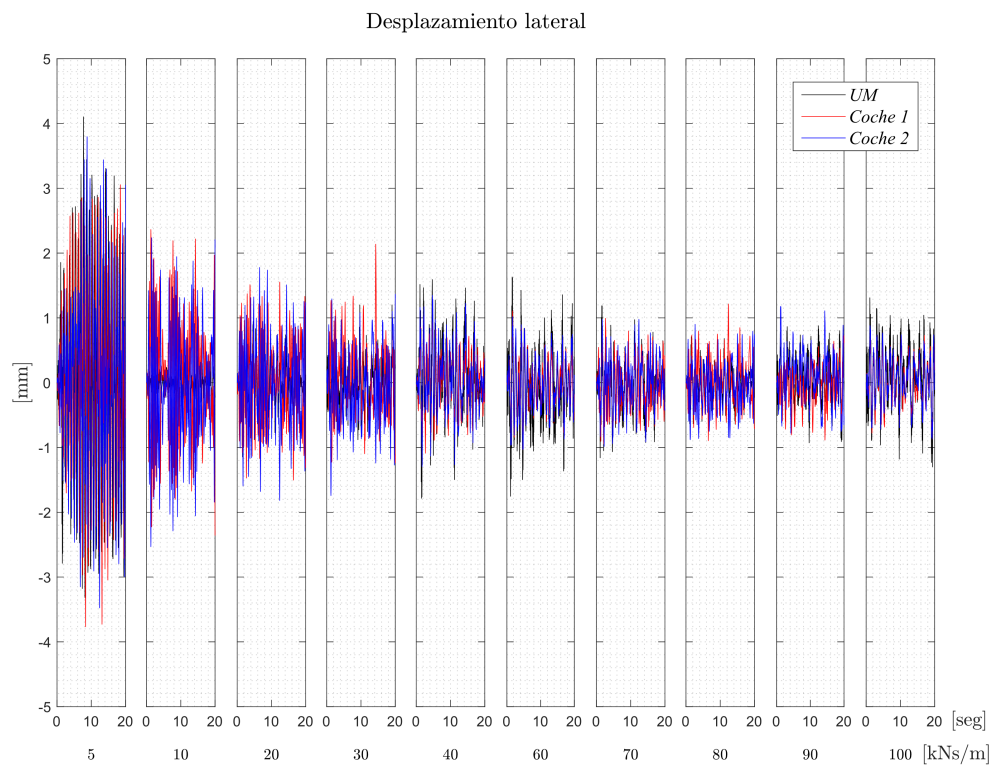


FIGURA 4.12: Desplazamiento lateral de coches/UM (simulación n°2).

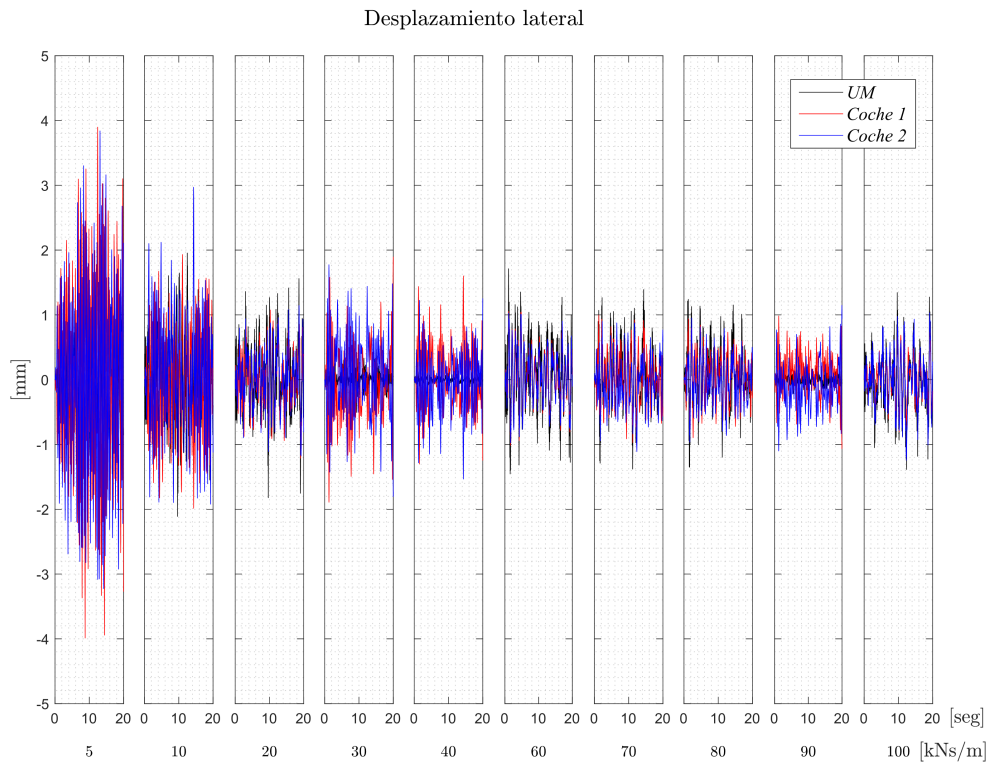


FIGURA 4.13: Desplazamiento lateral de coches/UM (simulación n°3).

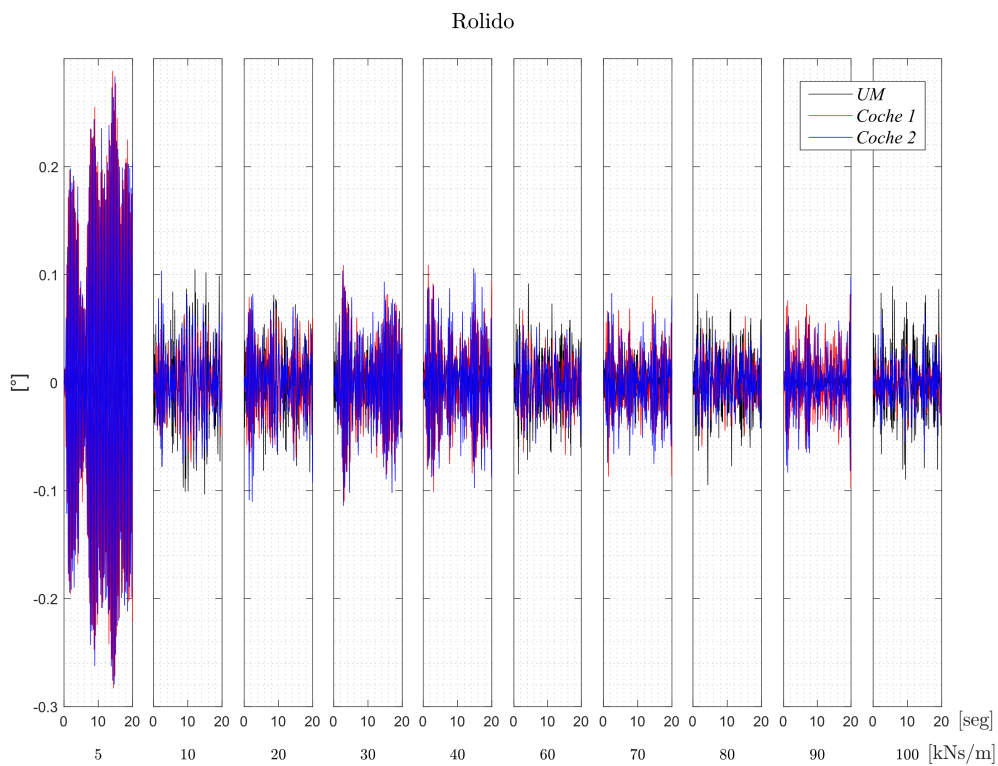
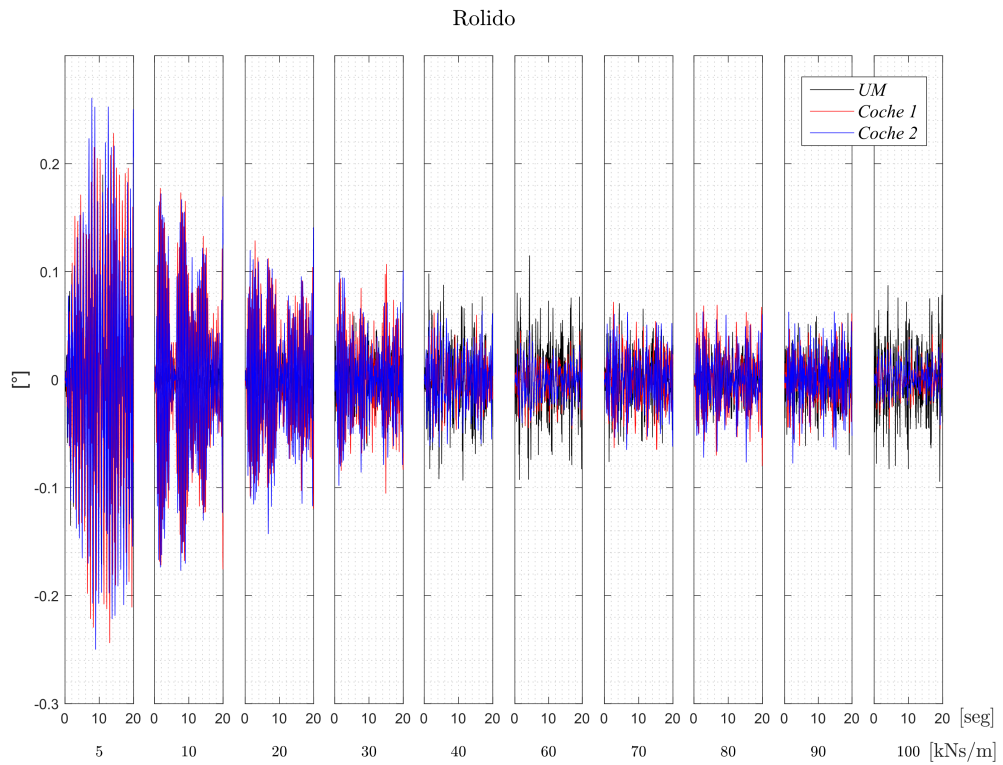
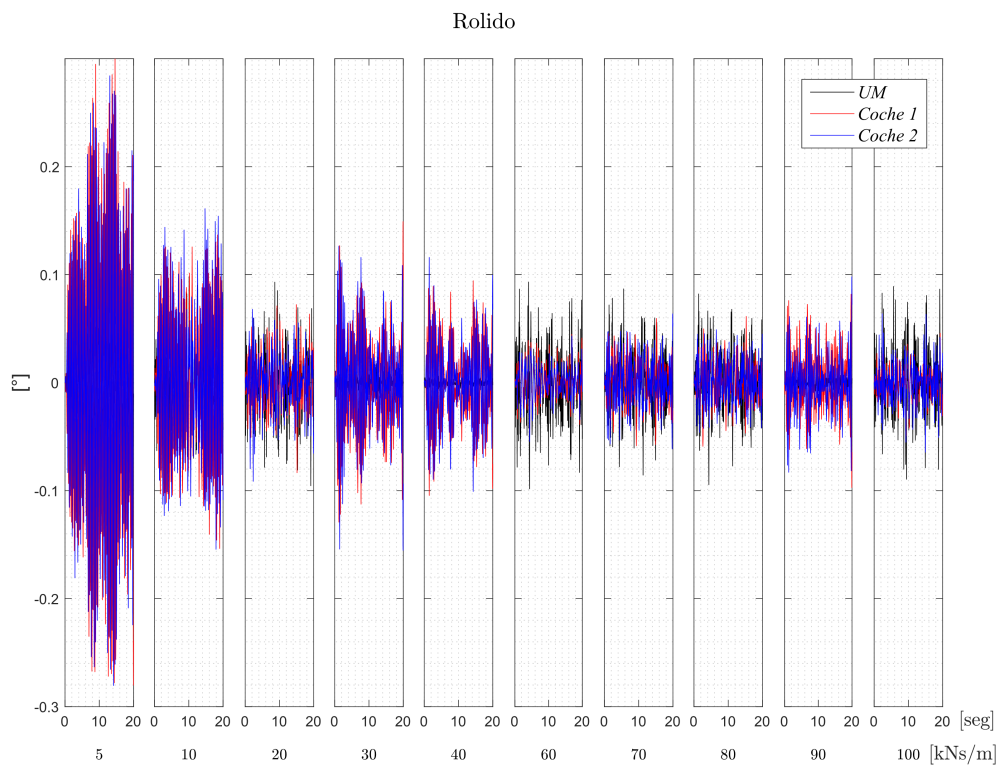


FIGURA 4.14: Rolido de coches/UM (simulación n°1).

FIGURA 4.15: *Ruido* de coches/UM (simulación n°2).FIGURA 4.16: *Ruido* de coches/UM (simulación n°3).

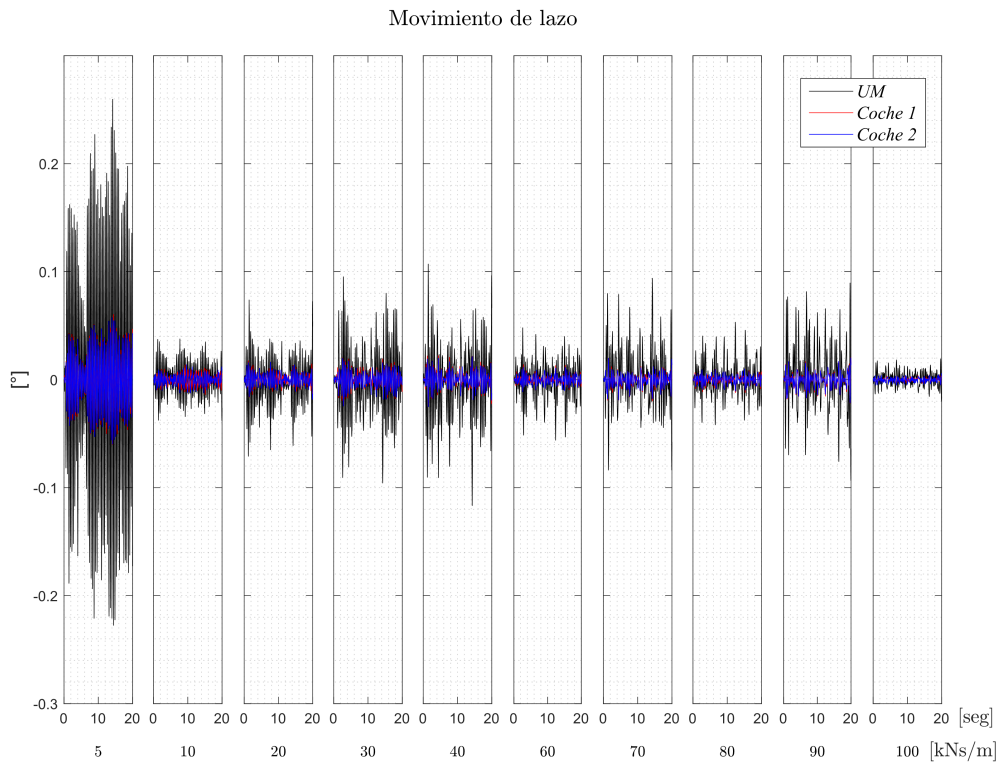


FIGURA 4.17: Movimiento de lazo de coches/UM (simulación n°1).

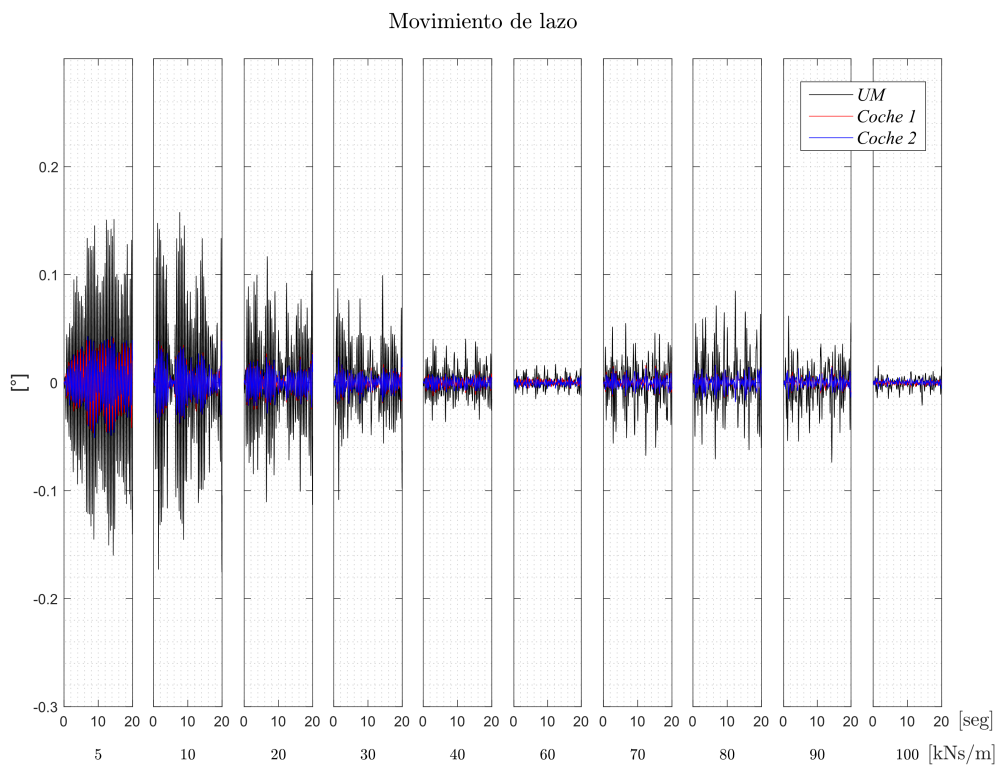


FIGURA 4.18: Movimiento de lazo de coches/UM (simulación n°2).

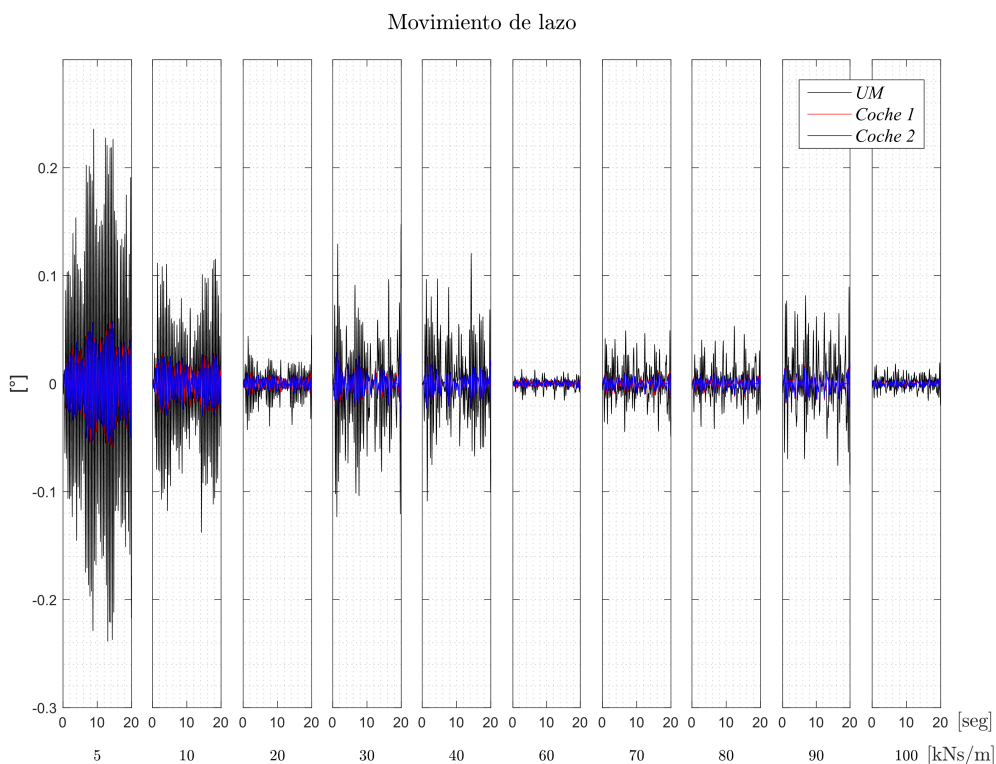


FIGURA 4.19: Movimiento de lazo de coches/UM (simulación n°3).

A continuación se detallan las particularidades observadas:

- Desplazamiento lateral: como se puede apreciar en las figuras 4.11 a 4.13, a partir de los 70 kNs/m la respuesta produce valores máximos similares entorno a los $\pm 1 \text{ mm}$.
- Movimiento de lazo: las Figuras 4.17 a 4.19 muestran la reducción general del ángulo de lazo conforme aumenta el amortiguamiento. En los coches, la mejora significativa comienza a partir de los 20 kNs/m, manteniéndose constante para incrementos mayores de amortiguamiento. En el caso de la unidad motriz, a pesar de producirse la reducción de la rotación de lazo para valores superiores a los 10 kNs/m, se observa el comportamiento errático para prácticamente todos valores de amortiguamiento inter-coche.
- *Rolido*: presenta una situación parcialmente similar al lazo, es decir, a mayor amortiguamiento menor ángulo de *rolido*, particularmente luego de los 10 kNs/m y, en el caso de los coches, alcanzando el comportamiento óptimo en torno a los 60 kNs/m. Por el contrario, se observa un comportamiento disímil entre los 70-90 kNs/m (Figuras 4.14 a 4.16), cuya principal diferencia referida a la inestabilidad presente respecto del movimiento de lazo es que, en este caso, se produce en ambos coches de la formación.

4.4.4. Amortiguamiento anti-lazo en suspensión secundaria

4.4.4.1. Procedimiento adoptado para determinación de la velocidad crítica

El concepto básico de la prueba es la observación del decremento de la amplitud de los pares montados luego de la aplicación de una perturbación lateral, circulando sobre una vía recta, nueva y nivelada [115]. Debido a la presencia de no linealidades, la simple variación de parámetros sensibles durante el proceso de integración, como la velocidad de desplazamiento

o los coeficientes de los elementos de la suspensión, es suficiente para evaluar el comportamiento dinámico del sistema [129]. El método utilizado para determinar la velocidad crítica no lineal es el denominado fuerza bruta en su variante *ramping* (Figura 4.20), que consiste en la integración numérica del sistema con velocidad decreciente [119]. Los parámetros que controlan la simulación son la velocidad de circulación y la condición inicial de desplazamiento lateral actuando como perturbación, con el objetivo de forzar la aparición del fenómeno *hunting* [181]. La selección de la perturbación lateral se determina en base al conocimiento de la geometría del contacto rueda-riel: se selecciona un valor de 8 mm como condición inicial de desplazamiento lateral del par montado para evitar el efecto completo del golpe de pestaña [129], [182], el cual se inicia, en el caso particular analizado, en el intervalo comprendido entre los 7 y 8 mm.

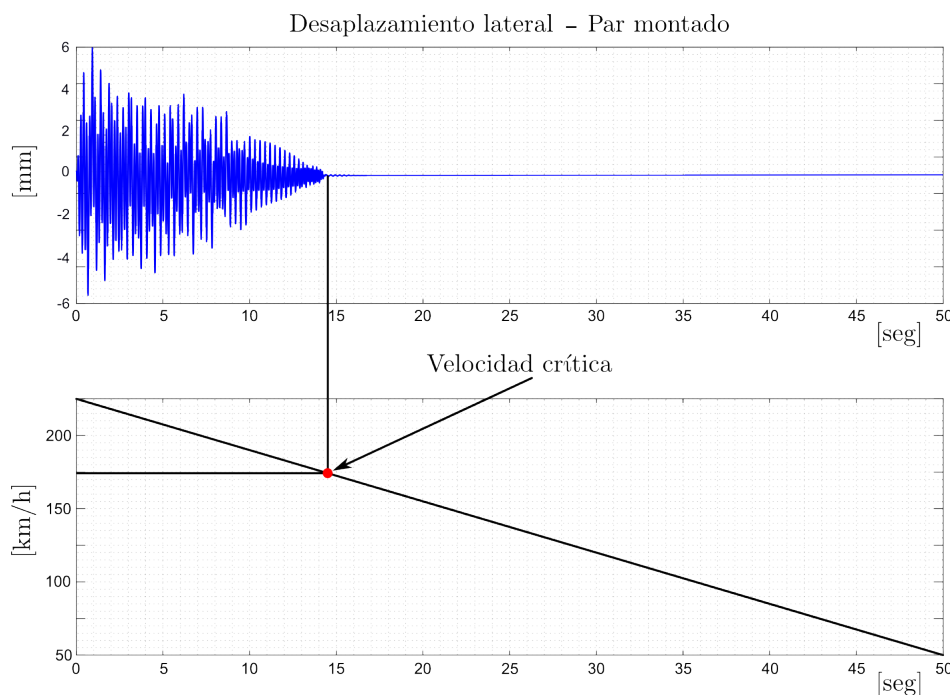


FIGURA 4.20: Determinación de velocidad crítica - variante *ramping*.

En la Tabla 4.5, se resumen las características de los métodos y condiciones iniciales utilizados para la determinación velocidad crítica no lineal y posterior verificación en base a los criterios adoptados, asegurando la condición de circulación estable de la formación a la velocidad establecida como límite.

TABLA 4.5: Pruebas de determinación de velocidad crítica no lineal

Método	Características	Descripción
<i>Ramping</i>	Integración numérica con parámetro variable	<ul style="list-style-type: none"> • Decremento lineal de velocidad - VI: 180 km/h • CI: salto lateral de vía instantáneo (8 mm) (pares montados - coche delantero)
Fuerza bruta	Integración numérica pura	<ul style="list-style-type: none"> • Velocidad constante • Verificación de ausencia de ciclo límite para velocidad estable del método <i>ramping</i> • CI: salto lateral de vía instantáneo (8 mm) (pares montados - coche delantero)

4.4.4.2. Datos generales de la simulación

- Respuesta lineal de elementos de suspensión primaria, secundaria e inter-coche.
- Pruebas independientes para diferentes valores de amortiguamiento anti-lazo en suspensión secundaria.
- Trayectoria en vía recta, rígida, nivelada.
- Perfiles de rueda y riel nuevos: CTF (MR) 002 y UIC54 (54E1) inclinación 1:40, respectivamente. Trocha: 1000 mm.

TABLA 4.6: Constantes - estudio n°3 - k [kN/m], c [kNs/m], kt [kNm/rad]

Conexión	k/c	Bogie	Coche	UM
Susp. 1 ^{ria}	k_{px}/c_{px}	31950 /8	-	31950 /8
	k_{py}/c_{py}	3250 /9	-	3250 /9
	k_{pz}/c_{pz}	750 /10(19+)	-	750 /10(19+)
Susp. 2 ^{ria}	k_{sx}/c_{sx}	-	315 /-	-
	k_{sy}/c_{sy}	-	315 /19	-
	k_{sz}/c_{sz}	-	655 /18	-
Barra estabilizadora	k_t	-	27.8	-
Barra anti-rolido	k_{tc}	-	8	8
Amortiguador inter-coche	c_{lx}	-	80	80
	c_{ly}	-	46	46
Amortiguador anti-lazo	c_{sx}	-	varios	-
	c_{sy}	-	varios	-

La Tabla 4.6 reúne las propiedades de las suspensiones primaria y secundaria, y demás conexiones en general. Dichos valores se han mantenido en forma constante durante las diversas simulaciones realizadas, excepto los indicados.

4.4.4.3. Criterio de análisis

Luego de producida la perturbación inicial, el sistema puede responder exhibiendo el decremento rápido de la oscilación retornando a la posición de equilibrio (centro de la vía). Sin embargo, es posible que la respuesta del sistema no presente un decremento total hacia la solución estacionaria, sino que exhiba una oscilación remanente constante en el tiempo denominada ciclo límite. Ambas condiciones de análisis deben estar sujetas a dos criterios de aceptación para considerar el resultado como correcto: tiempo transcurrido hasta alcanzar el decremento total de la señal y amplitud máxima admisible del ciclo límite. Para el primer caso (solución estacionaria), se considera admisible un tiempo máximo de decremento de cinco segundos y, para el caso de presentar oscilaciones remanentes, se ha establecido un límite máximo del 10% del valor de la perturbación inicial (CI) [181]. Ambos criterios pueden observarse en la Figura 4.21.

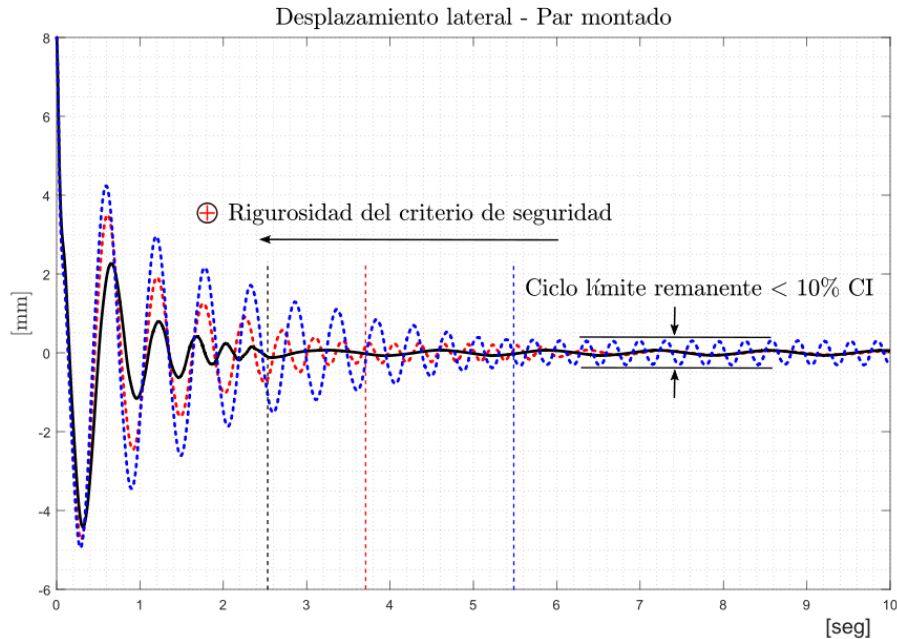


FIGURA 4.21: Criterios de seguridad (CS) utilizados en el análisis.

4.4.4.4. Resultados

En las Figuras 4.22 y 4.23, se puede visualizar el efecto de los amortiguamientos anti-lazo y lateral en el valor de la velocidad crítica no lineal para dos criterios diferentes de análisis: dos segundos, ausente de ciclo límite y cinco segundos con ciclo remanente máximo (10% CI). A continuación se citan las particularidades observadas:

- Amortiguamiento lateral: en ambos casos, se observa un punto de inflexión en torno a los 10-15 kNs/m, obteniéndose los valores máximos de velocidad de circulación. Conforme continúa el aumento del coeficiente de amortiguamiento lateral, la velocidad crítica disminuye notablemente. Estos resultados concuerdan con los obtenidos en otros modelos ferroviarios [167], [168], y se explica principalmente por la utilización de bogies y suspensión secundaria convencionales.
- Amortiguamiento anti-lazo: en términos generales, se produce el incremento de velocidad crítica obtenida a medida que aumenta el coeficiente de amortiguamiento anti-lazo, observándose mejoras significativas a partir de los 30 kNs/m.
- Influencia del criterio de análisis: de la comparación entre ambos casos se pueden observar importantes diferencias en la extensión de las franjas representativas de la magnitud de la velocidad crítica. Ello se explica por la limitación del criterio de dos segundos, el cual no considera como admisible la presencia de ciclo límite remanente.

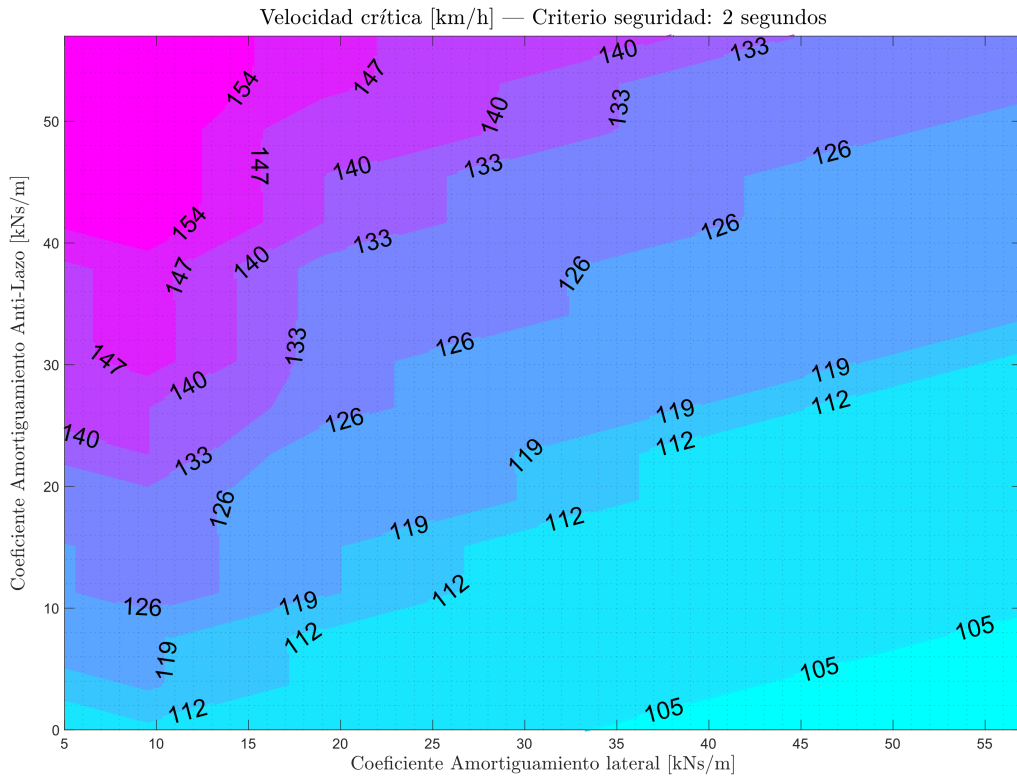


FIGURA 4.22: Curvas de nivel para velocidad constante - CS: 2 seg.

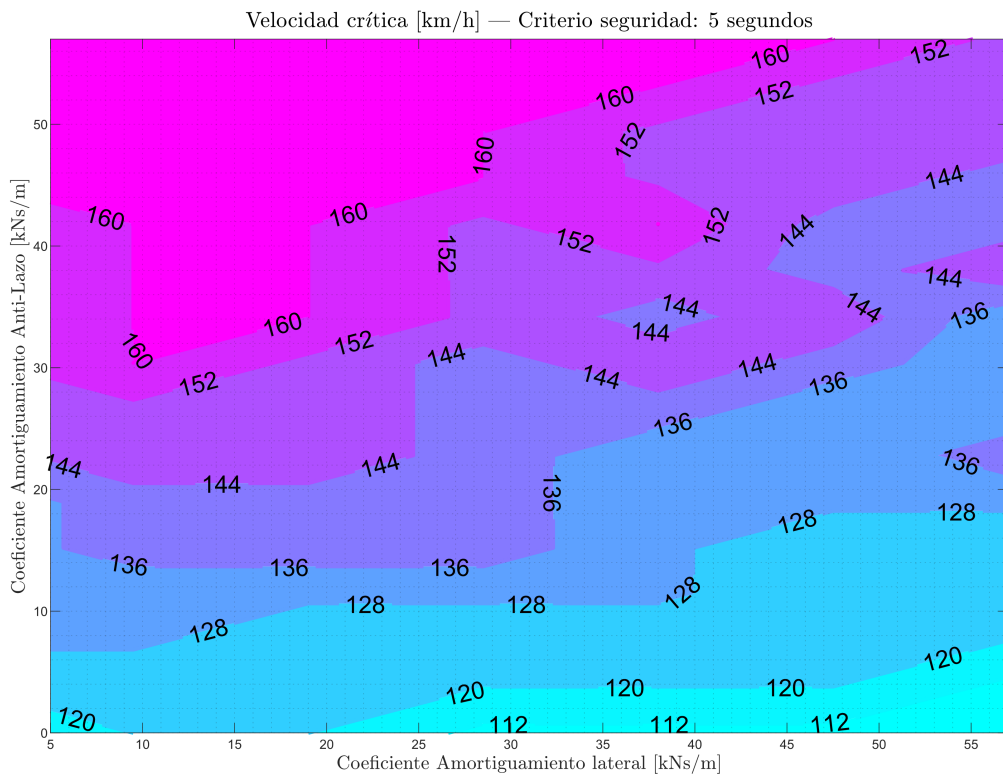


FIGURA 4.23: Curvas de nivel para velocidad constante - CS: 5 seg.

4.5. Análisis de bifurcación

Debido a la limitación del método de continuación en lo referente a su implementación computacional, se ha realizado el análisis de bifurcación mediante la utilización del método por fuerza bruta, el cual se caracteriza por la capacidad de detectar soluciones independientemente del tipo de ciclo límite presente.

4.5.0.1. Datos de la simulación

La elaboración del diagrama de bifurcación ha sido llevado a cabo considerando la incorporación de los modelos no lineales de amortiguamiento desarrollados en la sección 3.4.2.2, cuya implementación puede observarse en el Apéndice B. El método por fuerza bruta se resume a continuación:

- set de simulaciones para el rango de velocidades [30 - 200 km/m].
- Perturbación inicial: desplazamiento lateral del par montado en el orden de los 8 mm, con decrementos de 0.5 mm en cada simulación.
- Identificación del decremento total de la respuesta o la aparición de un ciclo límite.

En la Tabla 4.7 se resumen los parámetros físicos definitivos obtenidos de las pruebas anteriores y considerados como valores óptimos representativos en el aumento de la velocidad crítica, debido al aporte de mayor estabilidad al sistema.

TABLA 4.7: Constantes - estudio n°4 - k [kN/m], c [kNs/m], kt [kNm/rad]

Conexión	k/c	Bogie	Coche	UM
Susp. 1 ^{ria}	k_{px}/c_{px}	31950/8	-	31950/8
	k_{py}/c_{py}	3250/9	-	3250/9
	k_{pz}/c_{pz}	750/10(19+)	-	750/10(19+)
Susp. 2 ^{ria}	k_{sx}/c_{sx}	-	315/-	-
	k_{sy}/c_{sy}	-	315/19	-
	$k_{sz}/c_{sz}/c_{szn}$	-	655/18/22.5	-
Barra estabilizadora	k_t	-	27.8	-
Barra anti-rolido	k_{tc}	-	8	8
Amortiguador inter-coche	c_{lx}	-	80	80
	c_{ly}	-	46	46
Amortiguador anti-lazo	c_{sx}	-	varios	-
	c_{sy}	-	varios	-

4.5.0.2. Resultados

En las Figuras 4.24 a 4.26 se presentan los diagramas de bifurcación evaluando la influencia de los amortiguadores anti-lazo secundarios para amortiguamiento lateral constante, representando el desplazamiento lateral absoluto máximo del par montado en función de la velocidad longitudinal, actuando ésta como parámetro de bifurcación. De manera inversa, las Figuras 4.27 a 4.29 muestran el efecto del amortiguamiento lateral secundario para casos individuales de amortiguamiento longitudinal de la suspensión secundaria del coche. Las

respuestas estables, tanto estacionarias como periódicas, han sido señaladas mediante líneas continuas, mientras que las soluciones inestables, representadas como trazos discontinuos. Los parámetros de las conexiones restantes han sido obtenidos de las pruebas previas, seleccionando las combinaciones óptimas para las cuales se ha observado la mejora significativa del comportamiento lateral y/o el incremento máximo de velocidad crítica.

Las observaciones provenientes de la evaluación e interpretación de los resultados han sido las siguientes:

- La totalidad de los diagramas comparten una singularidad bien definida: pendiente pronunciada luego de superadas las bifurcaciones de Hopf sub-crítica y la correspondiente al punto límite tangente (silla-nodo). Dicho fenómeno se explica por la presencia de las características inherentes a la configuración de la formación, es decir, el diseño de chasis semi-montado y articulado en un extremo, lo cual produce que los efectos no lineales aportados por el modelado de la formación difícilmente puedan ser compensados por las fuerzas tangenciales generadas en el contacto rueda-riel [129], produciendo el aumento rápido de la amplitud del desplazamiento ante reducidas variaciones de velocidad longitudinal.
- Amortiguamiento longitudinal secundario (anti-lazo): del análisis comparativo de las gráficas visualizadas en las Figuras 4.24 a 4.26, puede observarse que la velocidad máxima de circulación aumenta conforme el incremento del amortiguamiento anti-lazo secundario, efecto del mismo modo representado por las curvas de color verde en las gráficas de $C_{sy}=\text{constante}$ (4.27 a 4.29). Estos resultados generales concuerdan con los correspondientes hallados en las investigaciones citadas en la sección 4.1.3.3. Por otro lado, el amortiguamiento longitudinal secundario no presenta injerencia en la variante obtenida del diagrama de bifurcación ya que la eficiencia, en la variación de la estabilidad general del sistema, es alcanzada cuando la dirección de actuación del amortiguador secundario es transversal al eje longitudinal del vehículo [171].
- Amortiguamiento lateral secundario: se observa claramente la transición del tipo de gráfico de bifurcación conforme el incremento del amortiguamiento lateral. Para valores menores a los 20 kNs/m, el diagrama presenta bifurcaciones de Hopf sub-críticas produciendo la coincidencia de los valores de las velocidades lineal V_l y no lineal V_{nl} (Figura 4.24). Para amortiguamientos $C_{sy} > 20$ kNs/m se produce la influencia negativa sobre la velocidad crítica, obteniendo una reducción relativa del orden de los 10 m/s para los casos comparativos con idéntico amortiguamiento longitudinal (similar color). Dicho efecto puede visualizarse con mayor claridad en las Figuras 4.25 y 4.26 de amortiguamiento C_{sx} constante, donde las velocidades críticas no lineales obtenidas para $C_{sy} = 20$ kNs/m (curvas de color rojo) poseen valores superiores a los restantes casos donde los diagramas de bifurcación presenten características super-críticas.
- Los criterios de aceptabilidad utilizados en las pruebas de los apartados anteriores, tales como el tiempo de decremento total de respuesta amortiguada, la máxima amplitud admisible de los ciclos límites y la observación directa del límite físico-mecánico o de la amplitud de la respuesta ante excitación aleatoria de vía, han producido la obtención de valores de velocidad crítica sustancialmente menores a las determinadas bajo el estudio del diagrama de bifurcación. Esta particularidad se debe a la ausencia de criterios limitantes referidos a la amplitud y tiempo de convergencia de las soluciones, representando la totalidad respuestas estables y aplicando, como único límite práctico, la exclusión de las soluciones cuya amplitud supere al valor de desplazamiento lateral para el cual se produce la ocurrencia del golpe de pestaña, considerando el proceso físico de remonte de pestaña como el límite real de la circulación del vehículo (descarriamiento).

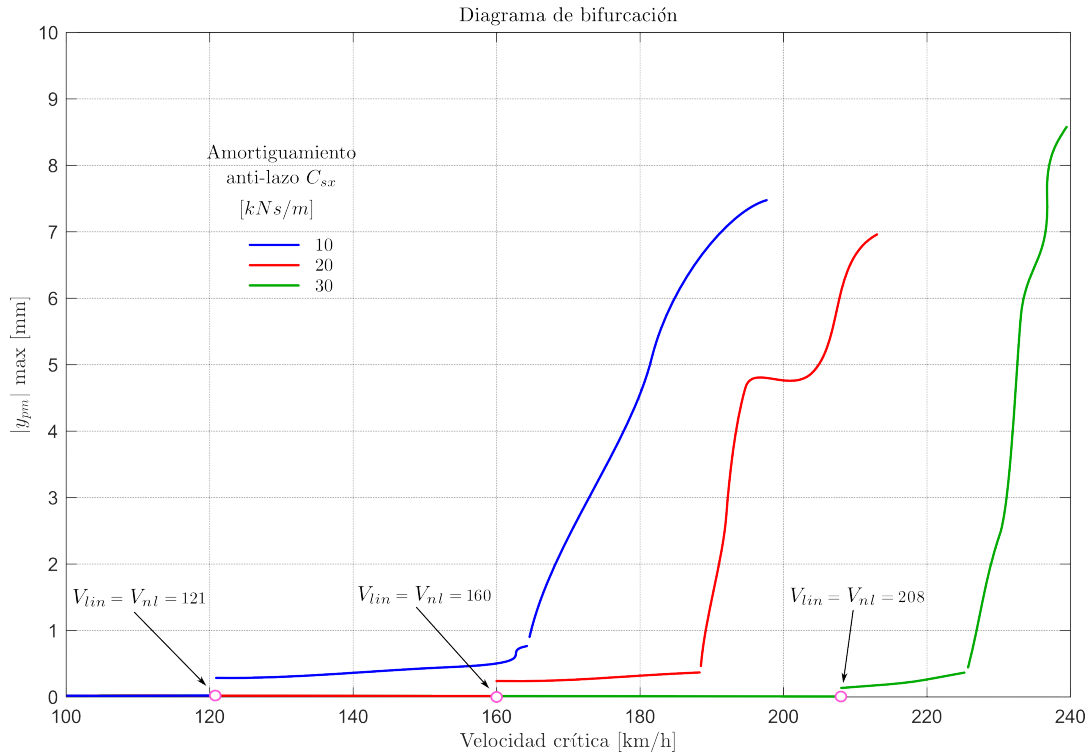


FIGURA 4.24: Influencia amortig. anti-lazo $C_{sx} / C_{sy} = 10000$ kNs/m.

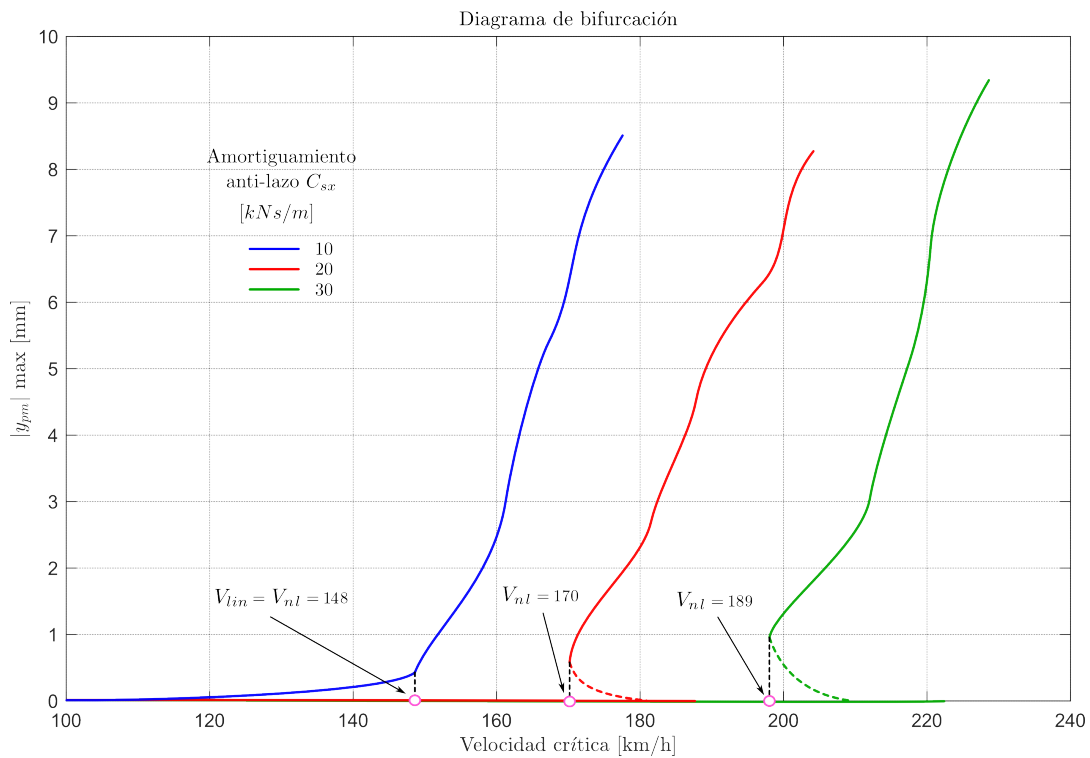


FIGURA 4.25: Influencia amortig. anti-lazo $C_{sx} / C_{sy} = 20000$ kNs/m.

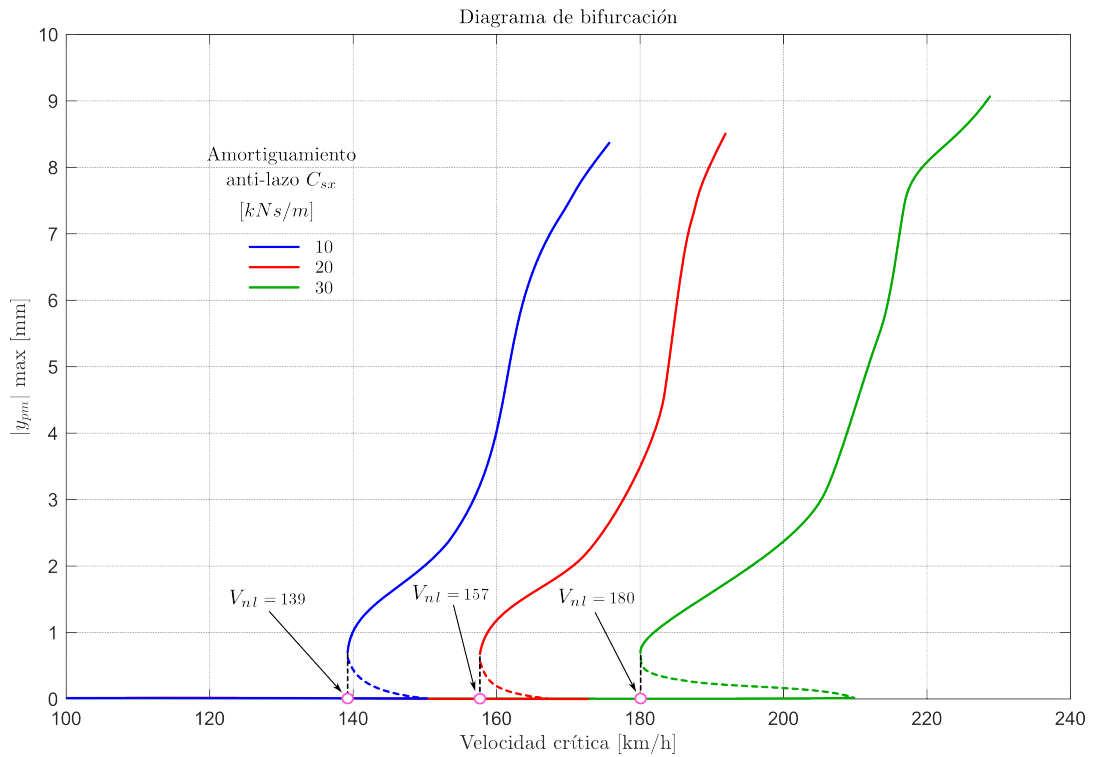


FIGURA 4.26: Influencia amortig. anti-lazo $C_{sx} / C_{sy} = 30000$ kNs/m.

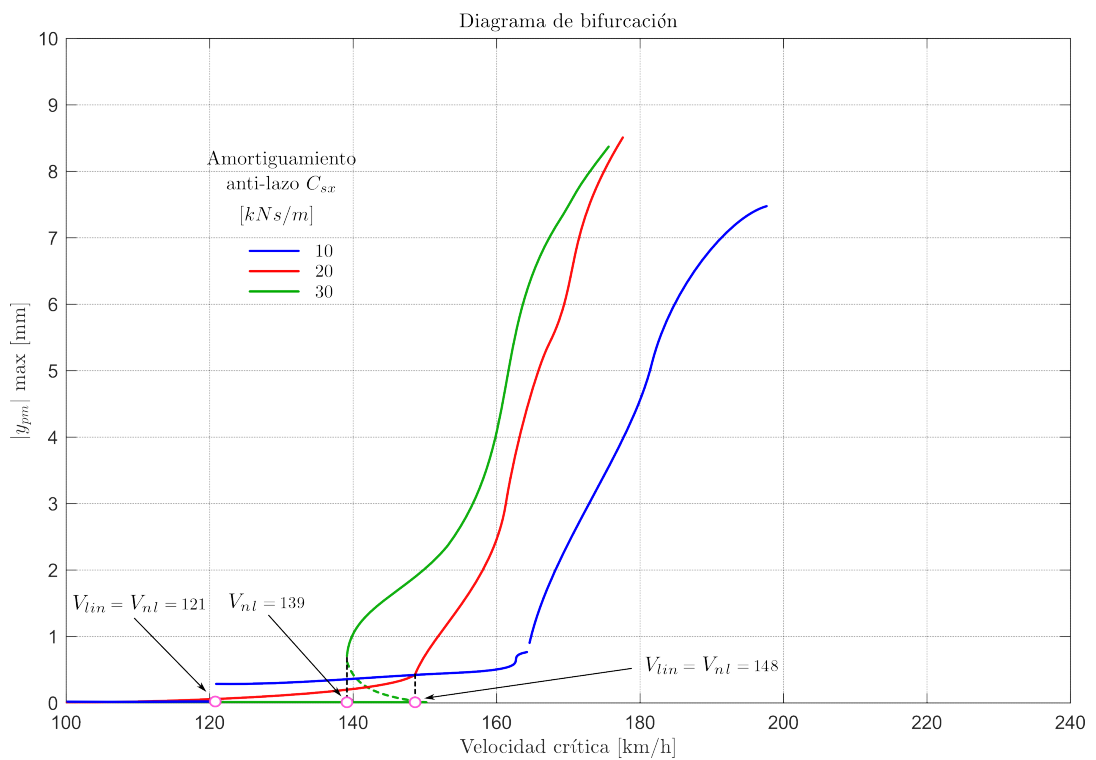


FIGURA 4.27: Influencia amortig. lateral $C_{sy} / C_{sx} = 10000$ kNs/m.

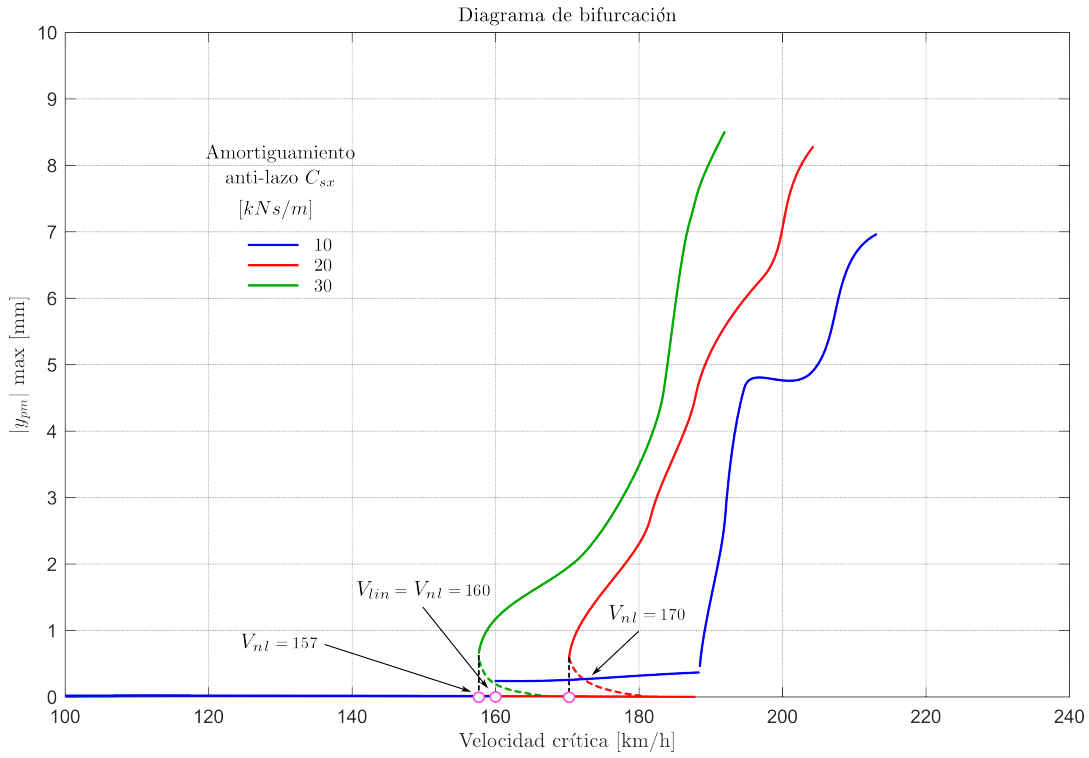


FIGURA 4.28: Influencia amortig. lateral $C_{sy} / C_{sx} = 20000$ kNs/m.

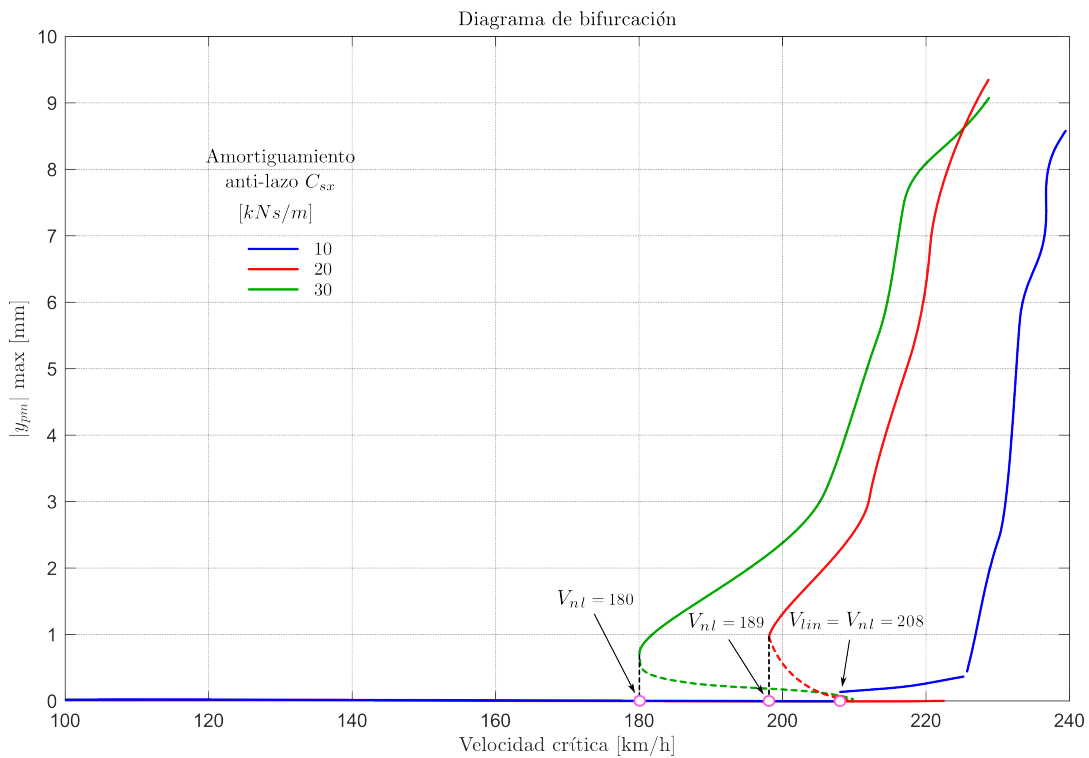


FIGURA 4.29: Influencia amortig. lateral $C_{sy} / C_{sx} = 30000$ kNs/m.

4.6. Validación experimental del modelo dinámico rígido

Ante la imposibilidad de presentar mediciones detalladas de todas las simulaciones realizadas por tratarse de una tarea claramente excesiva, se ha optado por la verificación de la validez de la utilización del modelo rígido para el estudio de comportamiento lateral en el dominio del tiempo. Recordando (sección 4.1.5) que dentro del rango de las bajas frecuencias se observa concordancia entre espectros de aceleraciones reales y las obtenidas mediante modelo dinámico rígido, se procede a realizar la comparación de la respuesta lateral simulada, tanto de la unidad motriz como de ambos coches, con la correspondiente respuesta real de los componentes del vehículo obtenida a partir del procesamiento y doble integración de las mediciones experimentales de aceleraciones actuantes sobre el eje transversal de la formación ferroviaria. Por otro lado, si bien la diferenciación de una señal puede considerarse como un proceso cuya característica inherente es la generación de ruido debido a la amplificación de las medias y altas frecuencias [183]-[186], se ha obtenido la aceleración lateral simulada a partir de la correspondiente respuesta en velocidad mediante de un filtro diferenciador, por considerar la ausencia de ruido externo presente sólo en condiciones reales de circulación.

De esta manera, para considerar la posibilidad de validación de la utilización del modelo rígido en estudio de estabilidad lateral se requiere el cumplimiento de las siguientes condiciones:

- Efectos dinámicos generados por fenómenos de baja frecuencia (*hunting* - $f < 20$ Hz).
- Modos fundamentales de vibración en frecuencias naturales en torno los 10 Hz.
- Utilización de perfiles nuevos y/o irregularidades de vía leves (montaje).
- Velocidad de circulación convencional $v < 160$ km/h.

4.6.1. Marco teórico referencial

(i) Error sistemático o sesgo en la medición

La primera fuente de error es producida en el proceso de conversión analógica-digital de la señal de aceleración debido a las características inherentes al instrumental (resolución de muestreo, calidad de equipos, frecuencia natural de sensores, efectos de histéresis) [187]-[189]. En el caso de la integración numérica de una señal senoidal mediante la regla del trapecio, el error relativo respecto de la frecuencia de Nyquist (f_{nyq}) es obtenido mediante la expresión (4.3) [190], [191]:

$$\epsilon_r = \frac{\pi^3}{12} \left(\frac{f}{f_{nyq}} \right) \quad (4.3)$$

Con:

$$f_{nyq} = \frac{1}{2\Delta t} \quad (4.4)$$

Donde:

- f – Frecuencia de la señal [Hz]
- Δt – Resolución de muestreo [seg]

$$f = \sqrt[3]{\frac{12\epsilon_r}{\pi^3}} f_{nyq} \quad (4.5)$$

La relación entre la frecuencia de la señal y la correspondiente a Nyquist, en función del error admisible en la integración, puede calcularse mediante la expresión (4.5). De esta manera, la reconstrucción de la señal (velocidad y/o desplazamiento) a partir de la aceleración con un error menor al 1% requiere que la frecuencia fundamental de la señal sea menor al valor resultante de la siguiente relación:

$$f_{1\%} \leq 0.1570 f_{nyq} \quad (4.6)$$

En términos prácticos, el incremento de la frecuencia de muestreo en valores muy superiores a la frecuencia de Nyquist no producen beneficios significativos en la reducción de errores, sin embargo, y por tratarse de un proceso de conversión mediante integración numérica, la selección de una mayor frecuencia de muestreo genera el aumento de exactitud en la obtención de los perfiles de desplazamiento. [192]. Conforme a lo expuesto, cuando la medición experimental de aceleración es realizada mediante conversión digital con una tasa de muestreo cuya frecuencia de Nyquist es superior a la frecuencia predominante en la señal, el perfil temporal de desplazamiento puede ser obtenido con razonable exactitud mediante un esquema directo de doble integración numérica [191], [193].

(ii) Desvíos en la señales obtenidas por integración

Es la segunda causa significativa de error en el proceso de integración y proviene de diferentes fuentes, a saber:

- Condiciones iniciales desconocidas o diferente de cero: ausencia de información respecto de las condiciones iniciales de los perfiles de desplazamiento y velocidad en cada esquema intermedio de integración. Como consecuencia del desconocimiento de dichas condiciones se produce la aparición de una componente continua (*DC*) o una tendencia de primer orden durante el proceso de conversión. La eliminación del error descrito se efectúa mediante la sucesiva aplicación de un filtrado paso alto en la etapa posterior de cada proceso de integración [187]-[191], [194]-[200]. Una opción alternativa para corregir la presencia de tendencia o componente continua es la sustracción de base polinómica (*detrend*) obtenida mediante ajuste de curvas por el método de mínimos cuadrados [201].
- Corrimiento o desfasaje de la línea base cero en la aceleración [200], [202]-[205]. La corrección generalmente utilizada es el filtrado paso alto de la señal antes de la primera integración [189], [195].
- Ruido en las mediciones dinámicas (en altas y bajas frecuencias) [189], [194]-[197], [200], [206], [207]. La aplicación de un filtrado pasa banda, seleccionando cuidadosamente las frecuencias de corte, es el método de corrección recomendado [199].
- Amplificación de señal generada por la presencia de componentes pertenecientes a bajas frecuencias. Se produce debido al comportamiento del integrador numérico cuyas características poseen similitudes a un filtro paso bajo de 1er orden [201], [208], [209]. Acción de corrección: filtrado paso alto [194]-[197], [199].
- Error por solapamiento (*aliasing*): debido a la presencia de componentes de baja frecuencia en la señal luego del filtrado. Para evitar la amplificación de dichos errores en posterior etapa de integración se procede a efectuar el truncamiento (*tapering*) de la señal [194]-[197], [201] mediante una función ventana (p. ej., Hanning).

- Técnicas de integración en el dominio del tiempo: los métodos pertenecientes a las fórmulas de Newton-Cotes (regla de Simpson y del trapecio) presentan resultados de reducida exactitud en presencia de bajas frecuencias, razón por la cual es recomendable seleccionar un método de aproximación óptimo [201], [210].

4.6.2. Procedimiento de procesamiento adoptado

En términos generales, el procesamiento de la señal de aceleración debe ser sometida a un filtrado paso bajo para remover las componentes de alta frecuencia (p. ej., motorización) y a un filtrado paso alto para eliminar los efectos de las bajas frecuencias, los cuales se evidencian (amplifican) en forma significativa luego de la integración (perfiles de velocidad y desplazamiento). Para evitar eliminar frecuencias de interés práctico se ha basado el procedimiento de acuerdo a lo citado en la norma EN 12299 [211], la cual indica analizar el comportamiento del vehículo en el rango de frecuencias comprendidas en el intervalo [0.4-100 Hz]. Con el objetivo de obtener una señal estable respecto de la línea de base (cero), y basados parcialmente en los flujos de procesamiento presentados en [199], [212], el procedimiento de doble integración ha comprendido los siguientes pasos:

- Eliminación de ruido de alta frecuencia en la adquisición de datos mediante la aplicación de un filtro pasa banda Chebyshev tipo I de 2do orden con 0,01dB de atenuación (banda de paso) en el rango [0.4-100 Hz].
- Filtrado paso alto de la aceleración mediante un filtro Butterworth de sexto orden con una frecuencia de corte de 1 Hz [195] y etapa de re-filtrado en sentido inverso temporal para corrección de fase [213], con el objetivo de reducir la tendencia (*trend*) incorrecta o falsa en la integración debido a la influencia del efecto de las bajas frecuencias.
- Corrección de las condiciones iniciales y finales a partir del truncamiento (*tapering*) o modificación de los límites de la señal aplicando una función ventana Hanning (1 % del ancho total), de manera de subsanar discontinuidades en el bloque de señal analizado reduciendo la distorsión y el error de integración.
- Integración (cuadratura de Gauss) \implies obtención del perfil de velocidad.
- Remoción de pendiente (*ski slope*) o tendencia de primer orden en la señal de velocidad mediante sustracción polinómica (*detrend*).
- Truncamiento con función ventana Hanning del 1 %.
- Integración (cuadratura de Gauss) \implies obtención del perfil de desplazamiento.
- Eliminación por sustracción de la componente continua (*DC*) de la señal (media cero) y nueva aplicación de función ventana (1 %).
- Señal de desplazamiento con línea base cero corregida.

4.6.3. Equipamiento de adquisición

En la Figura 4.30, pueden observarse los instrumentos utilizados para realizar las mediciones de aceleración de los coches del vehículo articulado Alerce[®]. Las principales características técnicas del instrumental de adquisición se resumen a continuación:

- Tarjeta DaqBoard 3035usb [214]: conversión A/D con 16 bit de resolución y tasa máxima de muestreo de 1MHz, 32 canales diferenciales (CD) de entrada analógica, 20 Mohm de impedancia (CD), $\pm 0.031\%$ de precisión de lectura ($\pm 5V$) y error máximo de linealidad de ± 2 LSB (CD).

- Acelerómetro triaxial Measurement Specialties (modelo 832M1-0050) [215]: rango de medición de $\pm 50g$, sensibilidad de 25.0 (mV/g), rango de frecuencias de respuesta [2-6000 Hz], frecuencia natural >10000 Hz y error de linealidad de $\pm 2\%$ (FSO).
- GPS GARMIN modelo 18x-5Hz USB, 12 canales paralelos de alta sensibilidad [216].

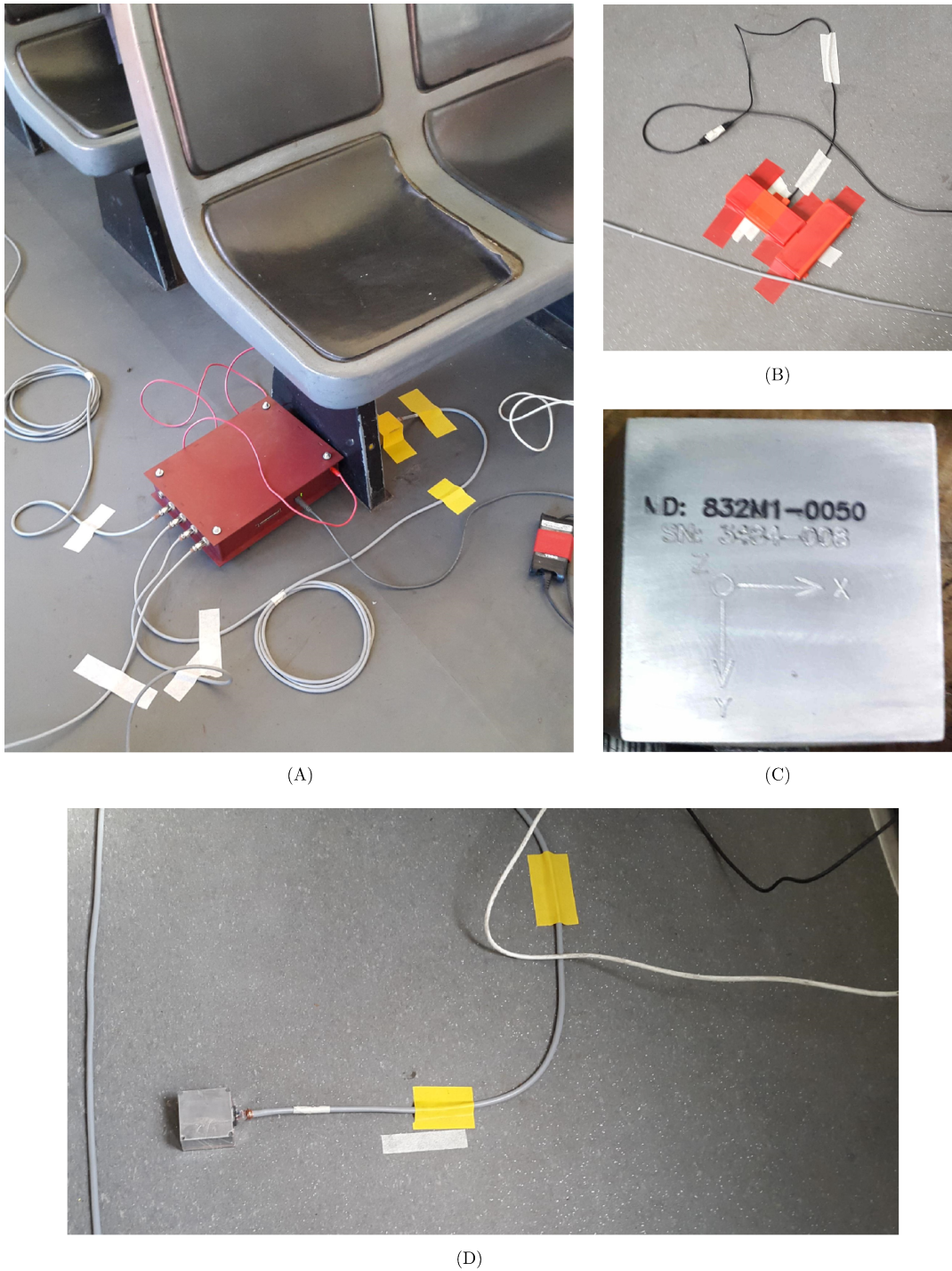


FIGURA 4.30: Instrumentación. (A) Placa adquisidora (B) GPS (C) Modelo acelerómetro utilizado (D) Posicionamiento de acelerómetro en coche

4.6.4. Procedimiento general de validación

Debido a la limitación del trazado real de vía en lo referente a la presencia de trayectos rectos de considerable longitud, la velocidad máxima desarrollada por la formación Alerce® en el recorrido Retiro/Boulogne ha sido acotada a los 87 km/h (Figura 4.31). De esta manera, para realizar una comparación objetiva con los datos experimentales obtenidos se ha llevado a cabo la simulación de la circulación del vehículo modelado a una velocidad constante de 87 km/h correspondiente a similar configuración de suspensión y conexiones existente en la formación real al momento de la adquisición de aceleraciones laterales (Tabla 4.8). Por motivo de la simetría geométrica y de estado de cargas presente en el vehículo sólo ha sido necesario la instrumentación de un coche, cuyo comportamiento varía de acuerdo al sentido de desplazamiento longitudinal caracterizado como coche remolcado (trasero) o coche frontal (delantero), ubicando el acelerómetro triaxial en posición aproximada, alineada transversal y longitudinalmente, respecto del centro de masas del coche (Figura 4.32).



FIGURA 4.31: Velocidad de circulación por tramos

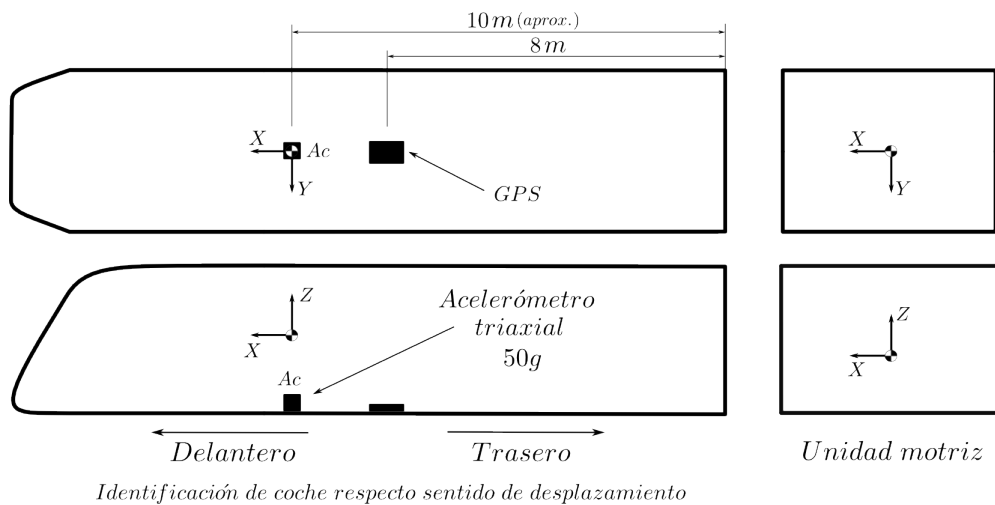


FIGURA 4.32: Esquema de ubicación de sensores

- Parámetros de adquisición de datos
 - Resolución de muestreo (Δt) – 0.005 seg
 - Frecuencia de Nyquist (f_{nyq}) – 100 Hz
 - " de muestreo (f) – 200 Hz
 - Frecuencia para error de integración ($f_1\%$) – 15.7 Hz

- Datos generales de la simulación
 - Velocidad constante de prueba (87 km/h).
 - Trayectoria en vía recta.
 - Perfiles de rueda y riel nuevos
 - CTF (MR) 002
 - UIC54 (54E1), inclinación 1:40
 - Trocha: 1000 mm
 - Excitación con perfil de irregularidades aleatorias
 - Tolerancias en alineación de vía (FRA, grado 6).

TABLA 4.8: Constantes - validación - k [kN/m], c [kNs/m], kt [kNm/rad]

Conexión	k/c	Bogie	Coche	UM
Susp. 1 ^{ria}	k_{px}/c_{px}	31950 /8	-	31950 /8
	k_{py}/c_{py}	3250 /9	-	3250 /9
	k_{pz}/c_{pz}	750 /10(19+)	-	750 /10(19+)
Susp. 2 ^{ria}	k_{sx}/c_{sx}	-	315 /-	-
	k_{sy}/c_{sy}	-	315 /19	-
	$k_{sz}/c_{sz}/c_{szn}$	-	655 /18 /22.5	-
Barra estabilizadora	k_t	-	27.8	-
Barra anti-rolido	k_{tc}	-	8	8
Amortiguador inter-coche	c_{lx}	-	80	80
	c_{ly}	-	46	46
Rigidez lateral de vía	k_{lv}	38000	-	-

4.6.5. Resultados

Obtenida la respuesta del vehículo mediante simulación computacional y el procesamiento de las señales adquiridas experimentalmente, se ha procedido a la comparación de los espectros de desplazamiento, velocidad y aceleración con el objetivo de visualizar la magnitud de la señal en el rango de frecuencias predominantes. En las Figuras 4.33 a 4.38 se visualizan los espectros de las señales en el dominio de la frecuencia limitado al rango [0-25 Hz] debido a la ausencia de componentes de amplitud significativa en el rango bajo superior [25 < f < 50 Hz] y medio [f > 50 Hz]. Se han señalado las frecuencias que presentan magnitud predominante para facilitar la comparación visual de los espectros.

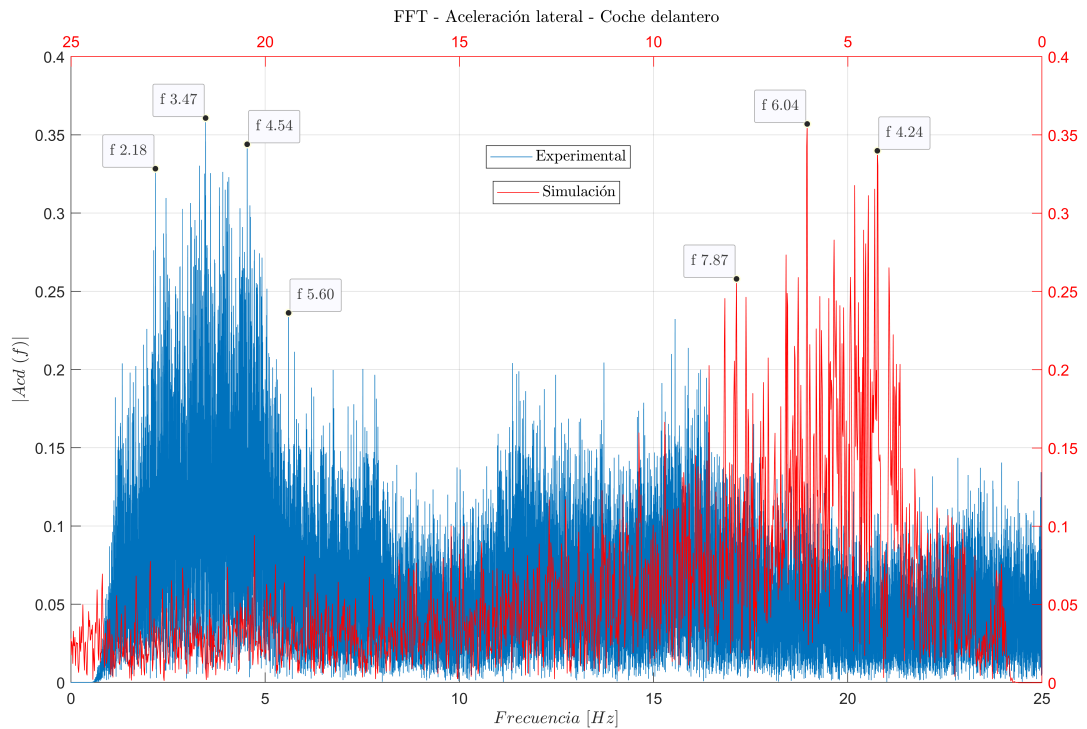


FIGURA 4.33: Espectro de frecuencias - aceleración lateral - coche delantero

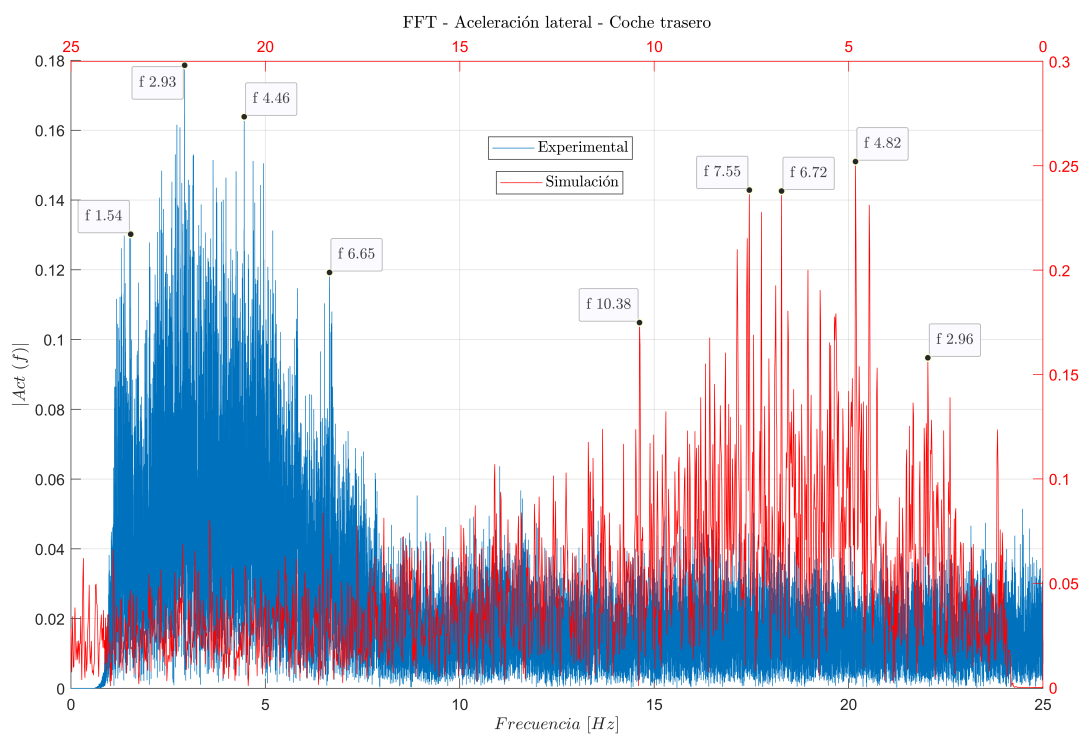


FIGURA 4.34: Espectro de frecuencias - aceleración lateral - coche trasero

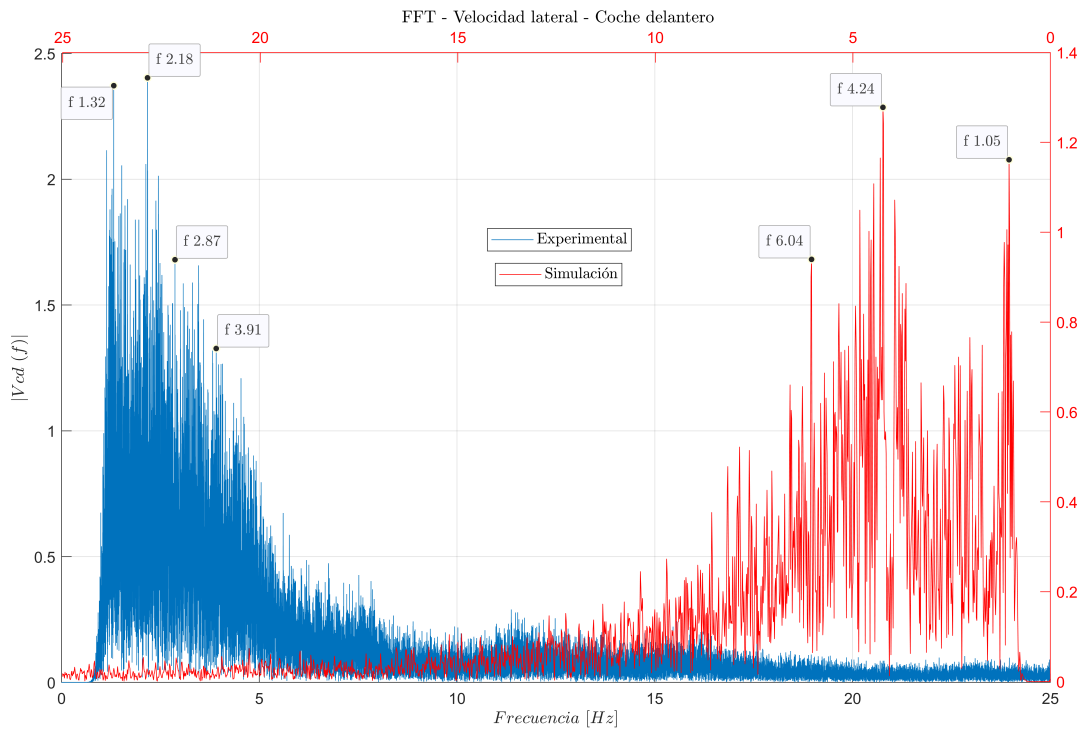


FIGURA 4.35: Espectro de frecuencias - velocidad lateral - coche delantero

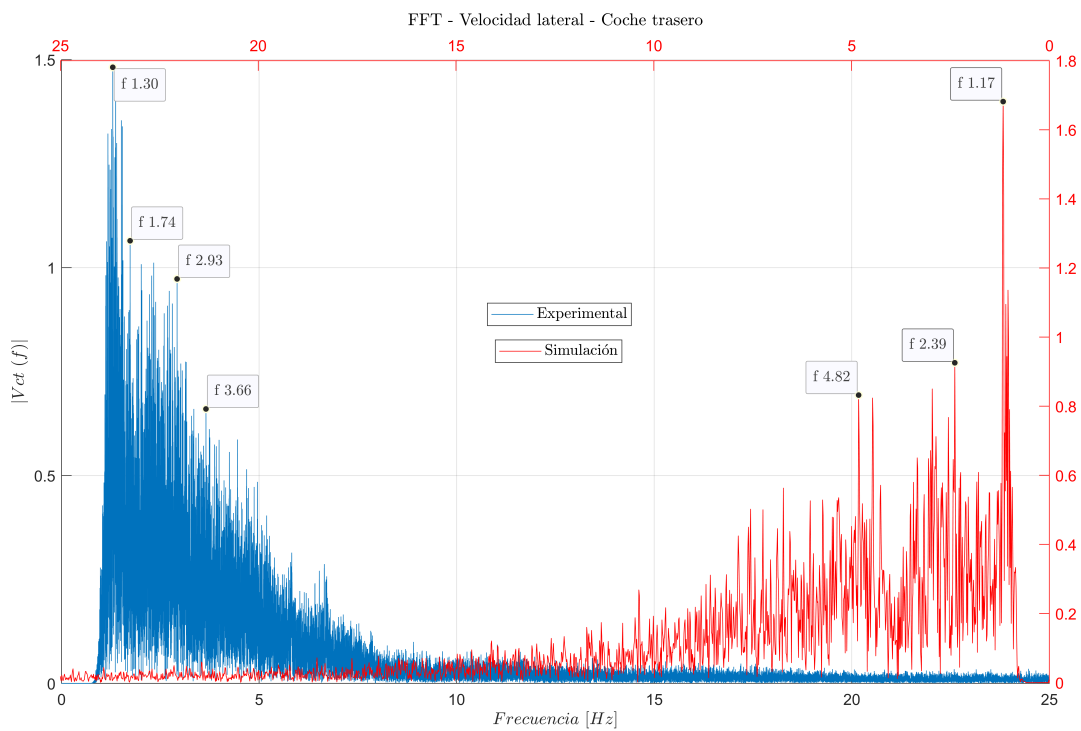


FIGURA 4.36: Espectro de frecuencias - velocidad lateral - coche trasero

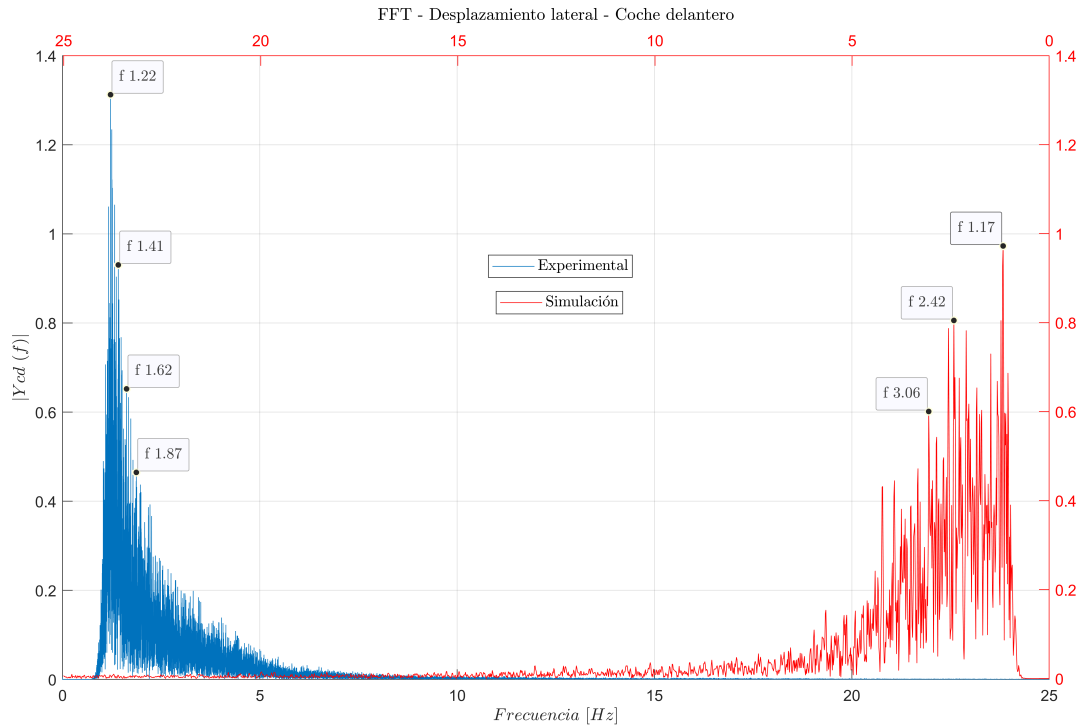


FIGURA 4.37: Espectro de frecuencias - desplaz. lateral - coche delantero

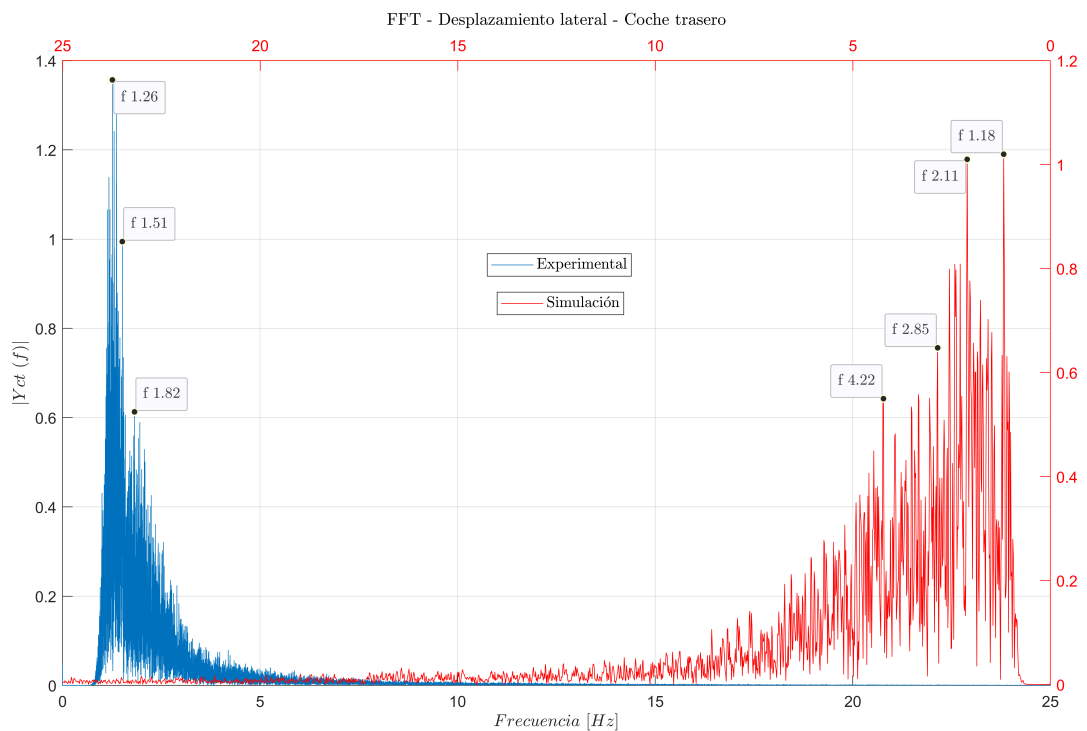


FIGURA 4.38: Espectro de frecuencias - desplaz. lateral - coche trasero

Las principales observaciones resultantes del estudio comparativo han sido las siguientes:

- En los espectros de aceleración (Figuras 4.33 y 4.34) puede observarse la concordancia en la magnitud de las señales para el rango de frecuencias menores a 10 Hz, confirmando la presencia de mayor inestabilidad en el comportamiento del coche delantero, es decir, mayor magnitud de aceleración a similar frecuencia, tanto en las mediciones experimentales como en la respuesta simulada.
- Debido a las características del integrador digital (amplificación de bajas frecuencias), en las Figuras 4.35 a 4.38 correspondientes a los espectros en frecuencia del desplazamiento y velocidad puede observarse en mayor detalle la presencia de frecuencias dominantes en el intervalo [1-5 Hz] no visualizadas en forma significativa en el espectro de aceleraciones.
- En los espectros de desplazamiento (Figuras 4.37 y 4.38), además de la concordancia en el análisis de las señales experimental y simulada, se observa similar particularidad en la respuesta lateral del coche delantero y trasero: la comparación de curvas de mismo origen de obtención (idéntico color) arroja la presencia de frecuencias predominantes cuyas magnitudes se encuentran en valores muy cercanos, es decir, el comportamiento a muy bajas frecuencias se torna similar.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1. Conclusiones

Los resultados del análisis preliminar de la influencia de la rigidez primaria sobre la velocidad de circulación muestran que las duplas ferroviarias tienen una importante sensibilidad a la variación de la rigidez longitudinal, presentando mejor relación para ambos criterios de análisis (respuestas amortiguada y con ciclo límite) en las combinaciones con rigideces longitudinales altas. A partir del estudio comparativo de las combinaciones cruzadas de parámetros es posible extraer las siguientes particularidades:

- La rigidez lateral posee reducida influencia, mostrando leve tendencia a disminuir la velocidad longitudinal conforme el incremento de la primera. Dicho efecto se explica por la menor restricción lateral permitiendo mayor movimiento relativo del par montado, reduciendo la interacción con el bogie debido al decremento de la fuerza transmitida a través de la suspensión primaria en la dirección lateral.
- El efecto positivo de la rigidez longitudinal sobre la velocidad de circulación se debe a la mayor restricción de posibilidad de aparición de la rotación de lazo del par montado, reduciendo el fenómeno *hunting* en el bogie ocasionado por el acoplamiento de movimientos.
- El parámetro crítico en la suspensión primaria es el cociente de rigideces longitudinal-lateral. Desde el punto de vista práctico, es posible escalar dicha proporción, para el mismo vehículo, a otros modelos matemáticos con diferente cantidad de grados dinámicos de libertad utilizando las propiedades óptimas de suspensión primaria, sin la necesidad de repetir el estudio de las mismas.

La influencia efectiva de las conexiones inter-coche, específicamente UM-coche, han sido evaluadas de manera parcial limitando el estudio exclusivamente a los amortiguadores longitudinales, con relativo efecto lateral debido a su posición inclinada, los cuales poseen comprobada preponderancia en los fenómenos dinámicos laterales (*hunting*) ocurridos en formaciones ferroviarias y en la determinación de la velocidad máxima de circulación.

- El uso de amortiguadores longitudinales como conexión entre la unidad motriz y los coches remolcados ha presentado mejoras significativas en el desplazamiento lateral a partir de los 60 kNs/m, alcanzando su efectividad máxima en los valores cercanos a los 70-80 kNs/m.
- El movimiento de *rolido* de ambos coches disminuye conforme el incremento del amortiguamiento inter-coche, sin embargo, se presenta el aumento significativo de la inestabilidad del comportamiento de los coches superando los 70 kNs/m. Dicho fenómeno puede estar asociado al acoplamiento de frecuencias, sin embargo, la ausencia de análisis modal en el estudio realizado y considerando la existencia de barras anti-*rolido*

en las conexiones inter-coche cuya influencia es evidente, dificulta la comprensión adecuada de los resultados sin antes proporcionar la inclusión de mayor cantidad de factores influyentes.

- La reducción general del ángulo de lazo se produce conforme el aumento del amortiguamiento longitudinal. El comportamiento de los coches remolcados se estabiliza en los valores cercanos a los 20 kNs/m, cuyas respuestas se presentan exclusivamente en fase. En el caso de la unidad motriz, se observa el comportamiento errático sin evidenciar mejorías luego de los 10 kNs/m, principalmente por la influencia de la rotación de los coches cuyo movimiento se produce a contra-fase respecto de la UM.

El uso de amortiguadores anti-lazo en la suspensión secundaria ha presentado mejoras sustanciales en el incremento de la velocidad crítica no lineal. En el vehículo articulado analizado se ha observado el aumento significativo en la velocidad crítica a partir de los 30 kNs/m, obteniéndose valores de velocidad cercanos a los 150-160 km/h. Por otro lado, pueden citarse dos aspectos derivados de las pruebas:

- Se ha comprobado que los resultados obtenidos en la determinación de la velocidad crítica dependen fuertemente de la rigurosidad del criterio de análisis, tales como el tiempo de decremento de la respuesta o la amplitud del ciclo límite remanente, sin embargo, la disminución de la velocidad máxima debida a la utilización de un criterio más limitante es compensado por el aumento de la seguridad en la circulación al valor de velocidad admisible.
- Se han observado similitudes en el efecto del amortiguamiento lateral con respecto a modelos de vehículos no articulados, confirmando que para coeficientes de amortiguamiento lateral relativamente bajos se obtiene el comportamiento óptimo. Estos resultados se justifican, principalmente, por la utilización de bogies y suspensión secundaria convencionales.

Las diferencias encontradas mediante el estudio de los diagramas de bifurcación y los criterios de aceptabilidad utilizados en los análisis individuales de influencia de los parámetros de suspensión, comprueban la susceptibilidad de los resultados respecto de la interpretación y delimitación práctica considerada como admisible. La ausencia o reducción de límites en los diagramas de bifurcación proporcionan la posibilidad de realizar el análisis integral del efecto de los parámetros y determinar el nivel de criticidad de los mismos.

- Amortiguamiento longitudinal secundario (anti-lazo): en términos generales, la velocidad longitudinal máxima aumenta conforme el incremento del amortiguamiento anti-lazo secundario. Cabe destacar, que el valor límite práctico debe ser obtenido mediante el análisis comparativo en múltiples condiciones de circulación como, por ejemplo, circulando en trayectos curvos.
- Amortiguamiento lateral secundario: la influencia de la suspensión secundaria sobre la estabilidad del bogie ha demostrado fuerte dependencia respecto del amortiguamiento lateral. La velocidad crítica no lineal presenta moderados aumentos conforme el incremento del amortiguamiento lateral secundario, encontrando un punto de inflexión en el intervalo comprendido entre los 15 y 20 kNs/m. Debido al estudio comparativo de influencia cruzado con el amortiguamiento anti-lazo, se ha determinado que la combinación óptima se encuentra para valores cercanos a los 30 kNs/m (anti-lazo) y 20kNs/m (lateral), donde la velocidad crítica no lineal se ubica en los 189 km/h.

Si bien la velocidad máxima obtenida mediante el estudio de bifurcación ($V_{nl}=189$ km/h) supera significativamente la resultante de análisis previos basados en criterios de aceptabilidad ($V_{nl}=160$ km/h), presentan concordancia en dos aspectos bien definidos:

- El amortiguamiento anti-lazo secundario posee influencia positiva creciente en la velocidad crítica no lineal, alcanzando su valor óptimo en los 30 kNs/m (límite relativo de la tesis sujeto a posteriores estudios)
- El amortiguamiento lateral secundario presenta un intervalo máximo de influencia positiva en la estabilidad del vehículo, obteniendo la máxima velocidad crítica no lineal en torno a los 20 kNs/m.

La validación experimental mediante la comparación de los espectros de frecuencias de las simulaciones y las señales obtenidas a partir de los datos adquiridos, ha demostrado la viabilidad de la utilización de la representación de los cuerpos principales (UM, coche, bogie y par montado) basada en el concepto de modelo rígido (flexibilidad distribuida nula), observándose las siguientes particularidades:

- La ausencia de componentes de amplitud significativa pertenecientes al rango de frecuencias bajo superior [$25 < f < 50$ Hz] y medio [$f > 50$ Hz] en los espectros experimentales, delimitan el análisis al rango de bajas frecuencias [0-25 Hz] otorgando validez a los resultados de las simulaciones basadas en las simplificaciones de modelado adoptadas.
- Los espectros de aceleración evidencian la concordancia en la magnitud de las señales para el rango de frecuencias menores a 10 Hz, confirmando la presencia de mayor inestabilidad en el comportamiento del coche delantero.
- En los espectros de desplazamiento se visualiza en mayor detalle la presencia de frecuencias dominantes en el intervalo [1-5 Hz], cuya total concordancia (señal experimental y simulada) permite determinar la similitud del comportamiento lateral de ambos coches a muy bajas frecuencias.

5.2. Trabajos futuros

El rango de validez de los resultados obtenidos requieren la profundización de la investigación con el objetivo de asegurar la reproducibilidad de los procedimientos. Para dicho fin, es necesario considerar múltiples efectos, excluidos en la presente tesis, y ante diferentes condiciones de simulación, a saber:

5.2.1. Aspectos generales

- Ampliar el nivel de validación mediante la aplicación de parámetros y propiedades obtenidos a partir de mediciones reales y la aplicación de criterios de seguridad acordes a los métodos descritos en normativa internacional.
- Extender las técnicas de modelado aplicadas a sistemas de mayor grado de complejidad incorporando la interacción de la totalidad de grados dinámicos de libertad.
- Análisis modal: debido a la utilización de configuraciones modulares articuladas y la existencia de sub-sistemas altamente acoplados, el análisis en dominio de la frecuencia no puede ser realizado a través del estudio individual de manera similar al efectuado

en las configuraciones convencionales. Las vibraciones presentes resultado del acoplamiento de frecuencias correspondientes a los modos naturales del vehículo, requieren el estudio integral del fenómeno.

- El desgaste de los perfiles de rueda, la variación súbita de los ángulos de contacto (conicidad) y el efecto del estado superficial de la vía sobre las condiciones límites de adherencia (coeficientes de creep), produce la variación significativa de las fuerzas de contacto influyendo fuertemente sobre la determinación de la velocidad crítica.
- El modelado de la flexibilidad adquiere especial preponderancia en el análisis modal de la respuesta del vehículo ante la presencia de irregularidades y desgaste severo de los perfiles del par rueda-riel. Dicha necesidad, requiere el planteamiento de modelos eficientes con el objetivo de aumentar el grado de fidedignidad de la caracterización y la exactitud en los resultados obtenidos.

5.2.2. Extensión de las condiciones investigadas

El comportamiento real de los amortiguadores es susceptible del efecto de múltiples parámetros no considerados en el presente estudio, por lo tanto, es aconsejable re-definir la cantidad de variables influyentes con el fin de, no sólo aumentar el grado de no linealidad, sino también incrementar la exactitud en la representación de los componentes de suspensión. Por otro lado, la respuesta en frecuencia de los amortiguadores anti-lazo y la magnitud de la fuerza de amortiguamiento transmitida difieren claramente respecto de la circulación en vía recta o transitando un trayecto curvo [173], generando la necesidad de extender el estudio a dichas condiciones considerando como base, las siguientes observaciones:

- En la circulación en trayectos curvos y a velocidades relativamente bajas, la fuerza de amortiguamiento anti-lazo generada posee valor reducido y presenta baja frecuencia de accionamiento. Considerando la longitud correcta de la carrera del amortiguador, es posible obtener mayor grado de flexibilidad permitiendo la adaptación del movimiento del vehículo a la geometría de la vía [173], sin embargo, se debe señalar la necesidad de pruebas complementarias con el fin de analizar el comportamiento dinámico, principalmente para verificar que la rigidez general de la formación no impida ingresar y transitar la curva en forma segura.
- En altas velocidades y circulando en vía recta, la frecuencia de trabajo de los amortiguadores se encuentra en el rango medio-alto debido al efecto de las irregularidades de vía [217], aumentando, de esta manera, la importancia de su estudio en condiciones donde el desgaste en perfiles de rueda se considere significativo.
- Los amortiguadores anti-lazo confieren mejoras significativas en el confort de marcha del pasajero, sin embargo, su efecto sobre la reducción de la estabilidad lateral del vehículo debido al acoplamiento del movimiento del sub-sistema bogie-coche [171], [217] debe ser analizada en mayor detalle.
- En el caso de las conexiones inter-coche, es necesario determinar el grado de la interacción producida en el comportamiento lateral por el efecto de la rigidez aportada por las barras anti-rolido, extendiendo el análisis a la respuesta combinada mediante el modelo matemático lateral/vertical con el objetivo de evaluar el índice de confort de marcha sobre el pasajero.

Apéndice A

Modelo esquemático

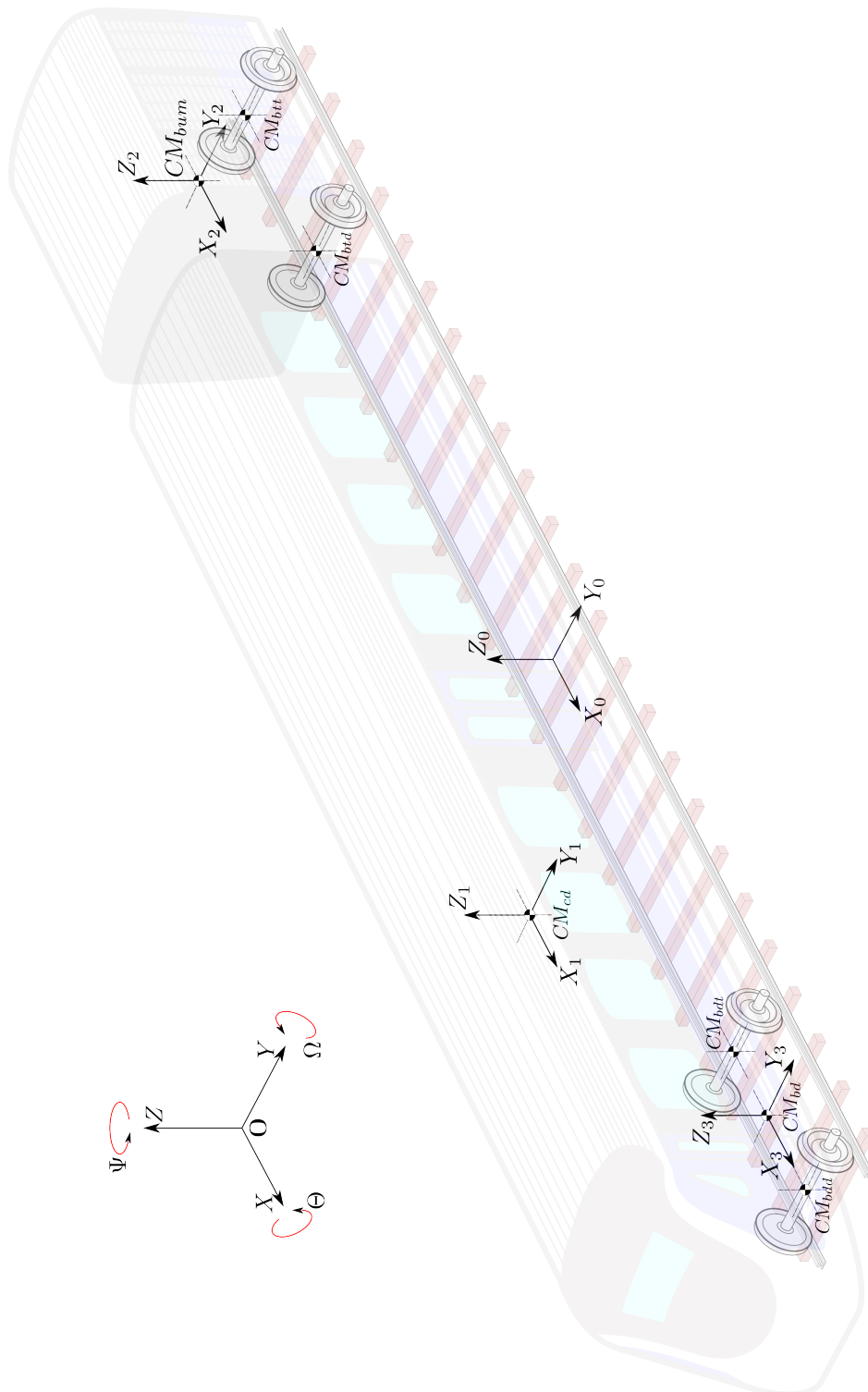


FIGURA A.1: Sistemas de coordenadas.

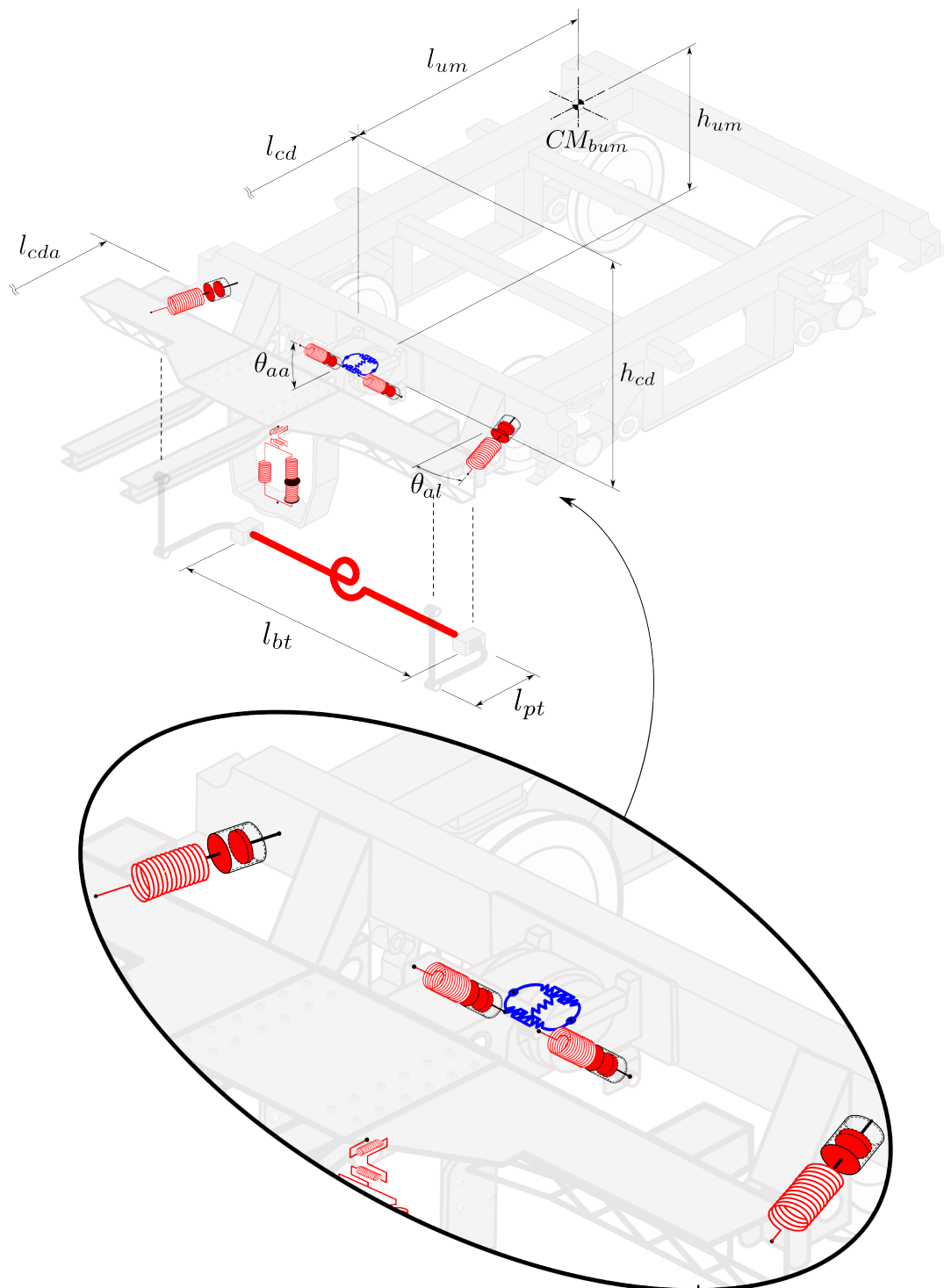


FIGURA A.2: Elementos de conexiones - bogie UM.

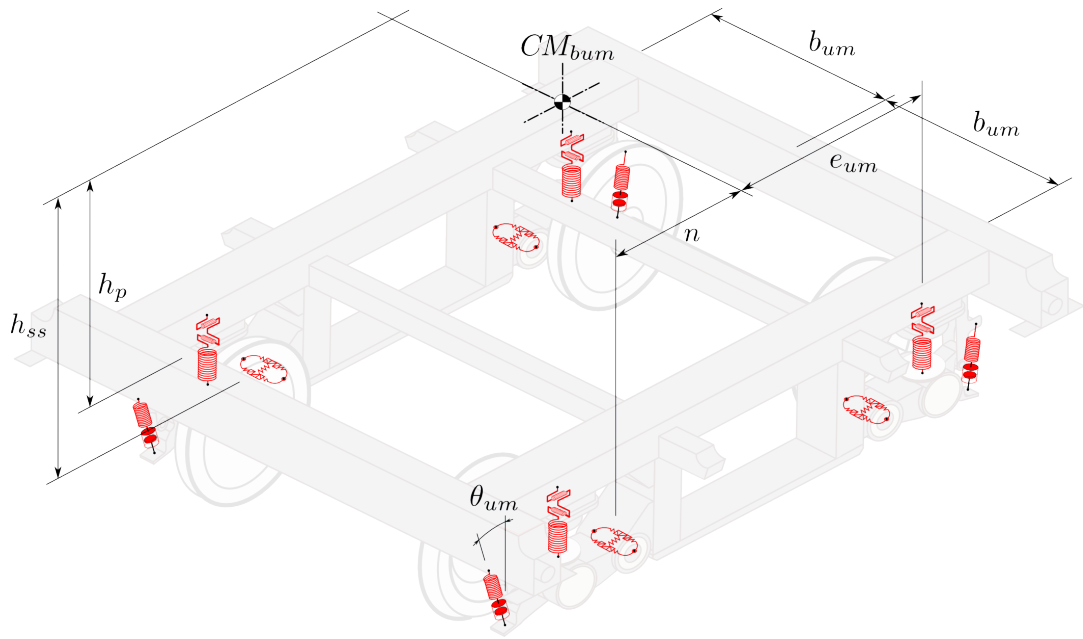


FIGURA A.3: Elementos de conexiones - bogie UM (continuación).

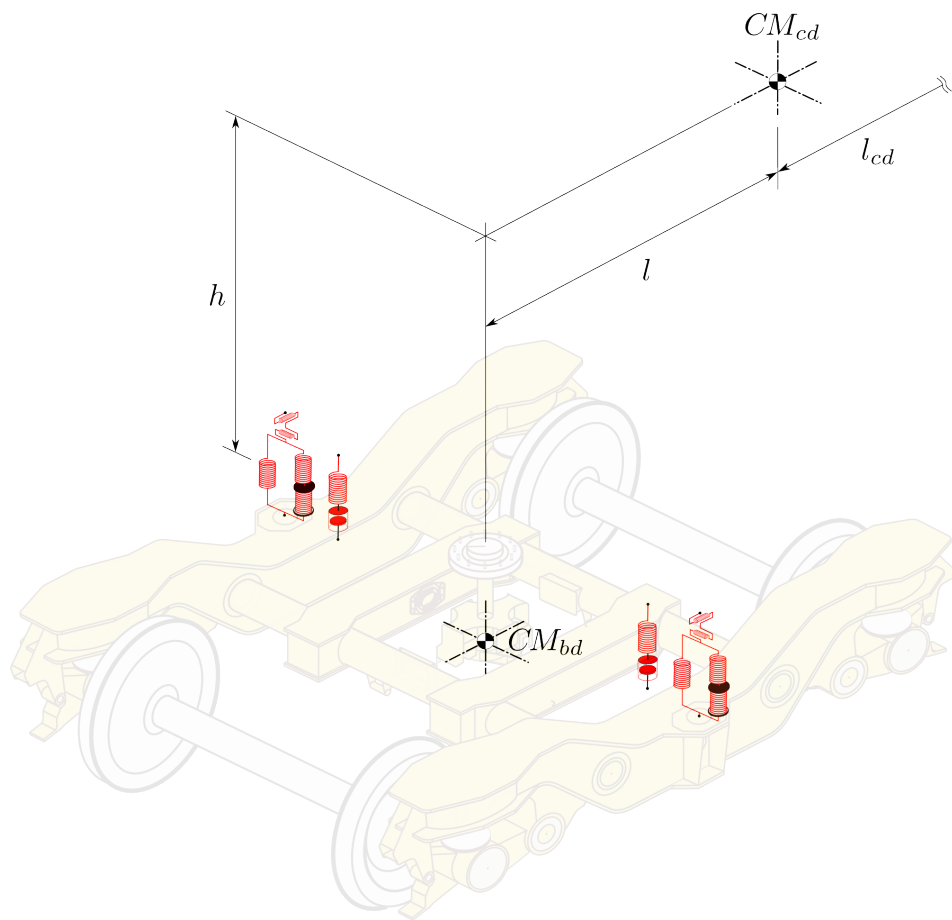


FIGURA A.4: Elementos de conexiones - bogie coche.

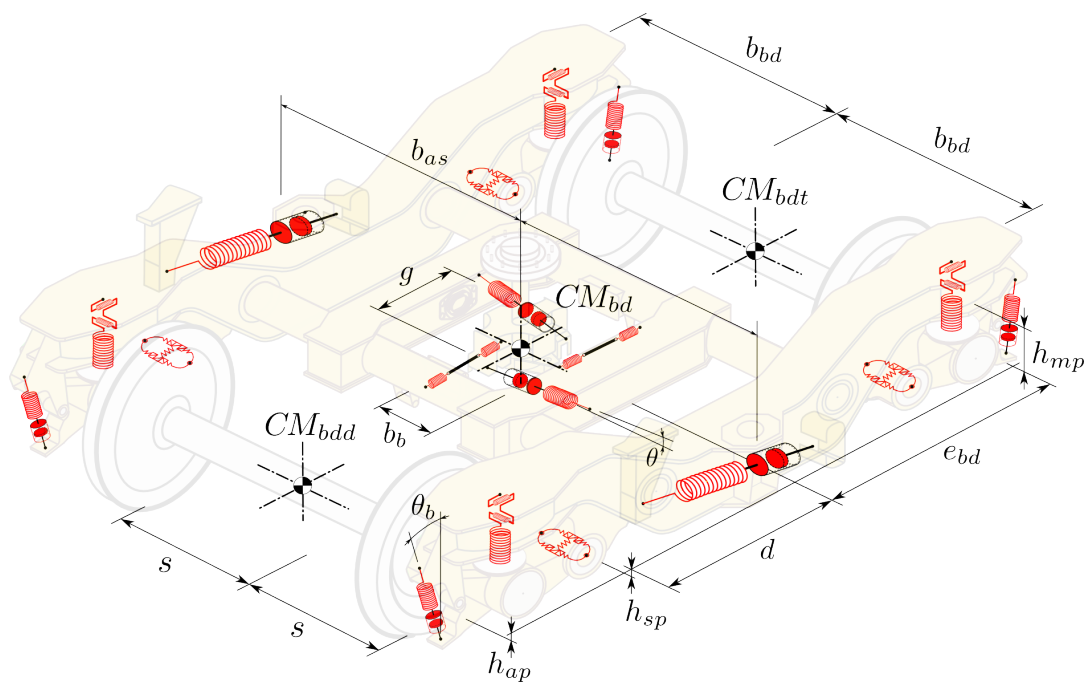


FIGURA A.5: Elementos de conexiones - bogie coche (continuación).

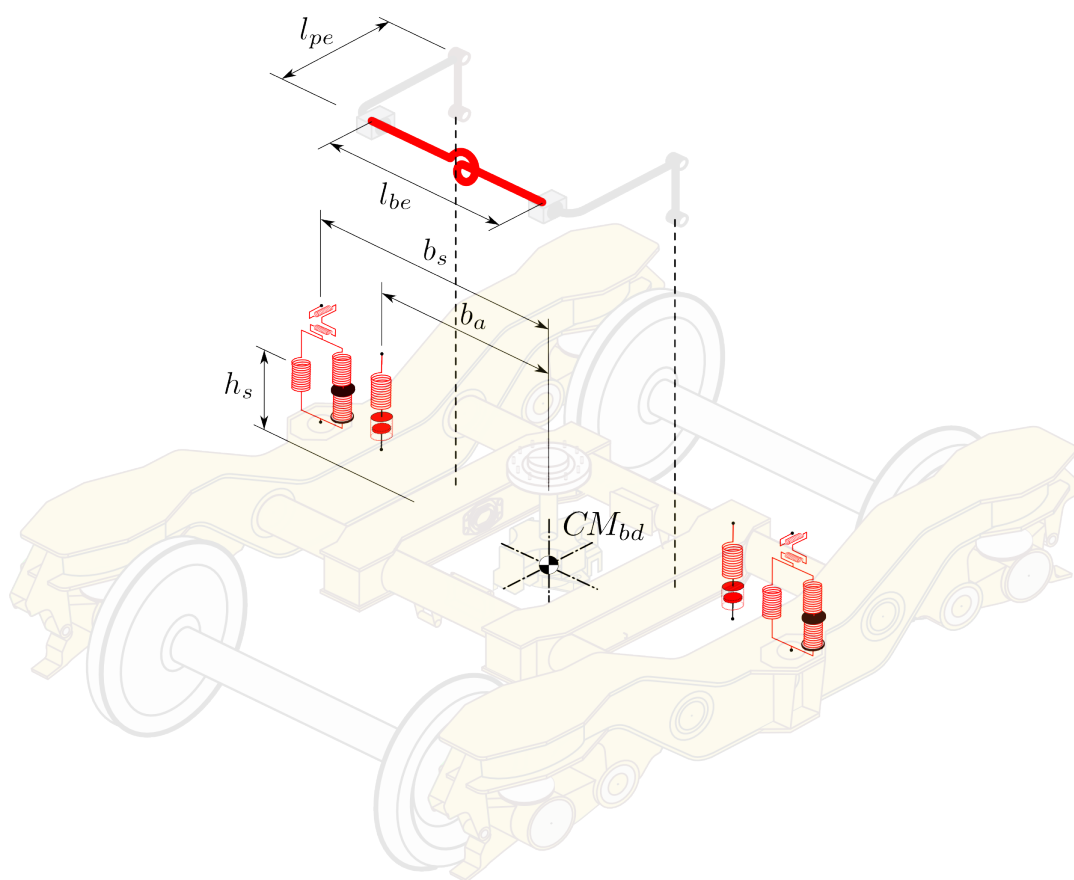


FIGURA A.6: Elementos de conexiones - bogie coche (continuación).

TABLA A.1: Ubicación geométrica de componentes de suspensión

Componente	Referencia	[m]
Bogie - unidad motriz	l_{um}	1.75
	h_{um}	0.70
	h_{ss}	1.15
	h_p	0.79
	b_{um}	0.60
	e_{um}	1.25
	n	1.00
	l_{bt}	2.00
	l_{pt}	0.30
Coche remolcado	$l_{cd,ct}$	10.50
	l	3.75
	$l_{cda,cta}$	10.30
	$h_{cd,ct}$	1.00
	h	1.20
Bogie - coche remolcado	h_s	0.25
	h_{ap}	0.10
	h_{mp}	0.15
	h_{sp}	0.10
	$b_{bd,bt}$	0.60
	b_s	0.90
	b_a	0.50
	b_{as}	0.80
	b_b	0.20
	$e_{bd,bt}$	1.25
	g	0.20
	d	1.00
	s	0.50
	l_{be}	0.86
l_{pe}	0.35	

Donde:

- CM_{bum} – Centro de masa de bogie de UM
- $CM_{bd,bt}$ – " delantero/trasero
- $CM_{cd,ct}$ – Centro de masa de coche delantero/trasero
- CM_{umd} – Centro de masa del par montado delantero - bogie de UM
- $CM_{bdd,btd}$ – " - bogie de coche delant./tras.
- CM_{umt} – Centro de masa del par montado trasero - bogie de UM
- $CM_{bdt,btt}$ – " - bogie de coche delant./tras.

l_{um}	–	Distancia longitudinal entre CM_{bum} y baricentro de <i>silentblock</i> inter-coche
$l_{cd,ct}$	–	" entre $CM_{cd,ct}$ "
l	–	" entre $CM_{cd,ct}$ y $CM_{bd,bt}$
$l_{cda,cta}$	–	" entre $CM_{cd,ct}$ y centro geométrico de conexiones inter-coche
h_{um}	–	Distancia vertical entre CM_{bum} y baricentro de <i>silentblock</i> inter-coche
$h_{cd,ct}$	–	" entre $CM_{cd,ct}$ y baricentro de <i>silentblock</i> inter-coche
l_{bt}	–	Longitud de barras de torsión inter-coche
l_{pt}	–	Longitud de palanca de sistema anti-rolido inter-coche
b_{um}	–	Distancia transversal entre CM_{bum} y brazo articulado 1 ^{rio} (semi-ancho)
n	–	Distancia longitudinal entre CM_{bum} y baricentro de <i>silentblock</i> 1 ^{rio}
e_{um}	–	" entre CM_{bum} y muelle 1 ^{rio} (semi-empate de UM)
h_{ss}	–	Distancia vertical entre CM_{bum} y baricentro de <i>silentblock</i> 1 ^{rio}
h_p	–	" entre CM_{bum} y punto medio geométrico de muelle 1 ^{rio}
h	–	" entre $CM_{cd,ct}$ y baricentro de suspensión neumática 2 ^{ria}
$b_{bd,bt}$	–	Semi-ancho de bogie de coche
b_b	–	Distancia transversal entre bielas de arrastre
b_{as}	–	" entre $CM_{bd,bt}$ y punto medio geométrico de amortiguador anti-lazo
s	–	Semi-trocha
$e_{bd,bt}$	–	Semi-empate de bogie de coche
g	–	Distancia longitudinal entre amortiguadores laterales 2 ^{rios}
d	–	" entre $CM_{bd,bt}$ y baricentro de <i>silentblock</i> 1 ^{rio}
h_{sp}	–	Distancia vertical entre $CM_{bd,bt}$ y baricentro de <i>silentblock</i> 1 ^{rio}
h_{mp}	–	" entre $CM_{bd,bt}$ y punto medio geométrico de muelle 1 ^{rio}
h_{ap}	–	" entre $CM_{bd,bt}$ y punto medio geométrico de amortig. 1 ^{rio}
b_s	–	Distancia transversal entre $CM_{bd,bt}$ y suspensión neumática 2 ^{ria}
b_a	–	" entre $CM_{bd,bt}$ y amortiguador vertical 2 ^{rio}
h_s	–	Distancia vertical entre $CM_{bd,bt}$ y baricentro de suspensión neumática 2 ^{ria}
l_{be}	–	Longitud de barras de torsión (estabilizadoras) secundarias
l_{pe}	–	Longitud de palanca de sistema anti-rolido secundario

Apéndice B

Ecuaciones de movimiento

B.1. Desplazamiento lateral

$$\begin{aligned}
M_{um} \ddot{y}_{um} + 4c_y \dot{y}_{um} + 4c_{ly} \dot{y}_{um} + 4c_y h_s \dot{\phi}_{um} + 4c_{ly} h_{um} \dot{\phi}_{um} - 2c_{ly} \dot{y}_{cd} - 2c_{ly} \dot{y}_{ct} - 2c_{ly} h_{cd} \dot{\phi}_{cd} \\
- 2c_{ly} h_{ct} \dot{\phi}_{ct} - 2c_{ly} l_{cda} \dot{\psi}_{cd} - 2c_{ly} l_{cda} \dot{\psi}_{ct} - 2c_y \dot{y}_{umd} - 2c_y \dot{y}_{umt} + 4k_{py} y_{um} + 4k_y y_{um} + 2k_{sb} y_{um} \\
+ 4k_{py} h_p \phi_{um} + 4k_y h_s \phi_{um} + 2k_{sb} h_{hi} \phi_{um} - k_{sb} y_{cd} - k_{sb} y_{ct} + k_{sb} l_{cd} \psi_{cd} - k_{sb} l_{ct} \psi_{ct} - 2k_{py} y_{umd} \\
- 2k_{py} y_{umt} - 2k_y y_{umd} - 2k_y y_{umt} \quad (B.1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{cd} \ddot{y}_{cd} + 2c_{sy} \dot{y}_{cd} + 2c_{ly} \dot{y}_{cd} + 2c_{sy} h \dot{\phi}_{cd} + 2c_{ly} h_{cd} \dot{\phi}_{cd} + 2c_{sy} l \dot{\psi}_{cd} - 2c_{ly} l_{cda} \dot{\psi}_{cd} - 2c_{ly} \dot{y}_{um} \\
- 2c_{ly} h_{um} \dot{\phi}_{um} - 2c_{ly} l_{um} \dot{\psi}_{um} - 2c_{sy} \dot{y}_{bd} + 2c_{sy} h_s \dot{\phi}_{bd} + 2k_{sy} y_{cd} + k_{sb} y_{cd} + 2k_{sb} h \phi_{cd} \\
+ k_{sb} h_{cd} \phi_{cd} + 2k_{sy} l \psi_{cd} - k_{sb} l_{cd} \psi_{cd} - k_{sb} y_{um} - k_{sb} h_{um} \phi_{um} - k_{sb} l_{um} \psi_{um} - 2k_{sy} y_{bd} \\
+ 2k_{sy} h_s \phi_{bd} \quad (B.2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{ct} \ddot{y}_{ct} + 2c_{sy} \dot{y}_{ct} + 2c_{ly} \dot{y}_{ct} + 2c_{sy} h \dot{\phi}_{ct} + 2c_{ly} h_{ct} \dot{\phi}_{ct} - 2c_{sy} l \dot{\psi}_{ct} + 2c_{ly} l_{cda} \dot{\psi}_{ct} - 2c_{ly} \dot{y}_{um} \\
- 2c_{ly} h_{um} \dot{\phi}_{um} + 2c_{ly} l_{um} \dot{\psi}_{um} - 2c_{sy} \dot{y}_{bt} + 2c_{sy} h_s \dot{\phi}_{bt} + 2k_{sy} y_{ct} + k_{sb} y_{ct} + 2k_{sy} h \phi_{ct} + k_{sb} h_{ct} \phi_{ct} \\
- 2k_{sy} l \psi_{ct} + k_{sb} l_{ct} \psi_{ct} - k_{sb} y_{um} - k_{sb} h_{um} \phi_{um} + k_{sb} l_{um} \psi_{um} - 2k_{sy} y_{bt} + 2k_{sy} h_s \phi_{bt} \quad (B.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{bd} \ddot{y}_{bd} + 4c_y \dot{y}_{bd} + 2c_{sy} \dot{y}_{bd} + 4c_y h_{sp} \dot{\phi}_{bd} - 2c_{sy} h_s \dot{\phi}_{bd} - 2c_{sy} \dot{y}_{cd} - 2c_{sy} h \dot{\phi}_{cd} - 2c_{sy} l \dot{\psi}_{cd} \\
- 2c_y \dot{y}_{bdd} - 2c_y \dot{y}_{bdt} + 4k_y y_{bd} + 4k_{py} y_{bd} + 2k_{sy} y_{bd} + 4k_y h_{sp} \phi_{bd} - 4k_{py} h_{mp} \phi_{bd} - 2k_{sy} h_s \phi_{bd} \\
- 2k_{sy} y_{cd} - 2k_{sy} h \phi_{cd} - 2k_{sy} l \psi_{cd} - 2k_y y_{bdd} - 2k_{py} y_{bdd} - 2k_y y_{bdt} - 2k_{py} y_{bdt} \quad (B.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{bt} \ddot{y}_{bt} + 4c_y \dot{y}_{bt} + 2c_{sy} \dot{y}_{bt} + 4c_y h_{sp} \dot{\phi}_{bt} - 2c_{sy} h_s \dot{\phi}_{bt} - 2c_{sy} \dot{y}_{ct} - 2c_{sy} h \dot{\phi}_{ct} + 2c_{sy} l \dot{\psi}_{ct} - 2c_y \dot{y}_{btd} \\
- 2c_y \dot{y}_{btt} + 4k_y y_{bt} + 4k_{py} y_{bt} + 2k_{sy} y_{bt} + 4k_y h_{sp} \phi_{bt} - 4k_{py} h_{mp} \phi_{bt} - 2k_{sy} h_s \phi_{bt} - 2k_{sy} y_{ct} \\
- 2k_{sy} h \phi_{ct} + 2k_{sy} l \psi_{ct} - 2k_y y_{btd} - 2k_{py} y_{btd} - 2k_y y_{btt} - 2k_{py} y_{btt} \quad (B.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_d \ddot{y}_{umd} + 2c_y \dot{y}_{umd} - 2c_y \dot{y}_{um} - 2c_y h_s \dot{\phi}_{um} - 2c_y n \dot{\psi}_{um} + 2k_{py} y_{umd} + 2k_y y_{umd} - 2k_{py} y_{um} \\
- 2k_y y_{um} - 2k_{py} h_p \phi_{um} - 2k_y h_s \phi_{um} - 2k_{py} e_{um} \psi_{um} - 2k_y n \psi_{um} + F_{yi} + F_{yd} \quad (B.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_d \ddot{y}_{umt} + 2c_y \dot{y}_{umt} - 2c_y \dot{y}_{um} - 2c_y h_s \dot{\phi}_{um} - 2c_y n \dot{\psi}_{um} + 2k_{py} y_{umt} + 2k_y y_{umt} - 2k_{py} y_{um} - 2k_y y_{um} \\
- 2k_{py} h_p \phi_{um} - 2k_y h_s \phi_{um} + 2k_{py} e_{um} \psi_{um} + 2k_y n \psi_{um} + F_{yi} + F_{yd} \quad (B.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{bdd} \ddot{y}_{bdd} + 2c_y \dot{y}_{bdd} - 2c_y \dot{y}_{bd} - 2c_y h_{sp} \dot{\phi}_{bd} - 2c_y d \dot{\psi}_{bd} + 2k_y y_{bdd} + 2k_{py} y_{bdd} - 2k_y y_{bd} \\
- 2k_{py} y_{bd} - 2k_y h_{sp} \phi_{bd} + 2k_{py} h_{mp} \phi_{bd} - 2k_y d \psi_{bd} - 2k_{py} e_{bd} \psi_{bd} + k_{hy} y_{bdd} + k_{hy} y_{r2} + F_{yi} \\
+ F_{yd} \quad (B.8)
\end{aligned}$$

$$M_{bdt} \ddot{y}_{bdt} + 2c_y \dot{y}_{bdt} - 2c_y \dot{y}_{bt} - 2c_y h_{sp} \dot{\phi}_{bt} + 2c_y d\dot{\psi}_{bt} + 2k_y y_{bdt} + 2k_{py} y_{bdt} - 2k_y y_{bt} - 2k_{py} y_{bt} - 2k_y h_{sp} \phi_{bt} + 2k_{py} h_{mp} \phi_{bt} + 2k_y d\psi_{bt} + 2k_{py} e_{bt} \psi_{bt} + k_{hy} y_{bdt} + k_{hy} y_{r2} + F_{yi} + F_{yd} \quad (\text{B.9})$$

$$M_{btd} \ddot{y}_{btd} + 2c_y \dot{y}_{btd} - 2c_y \dot{y}_{bt} - 2c_y h_{sp} \dot{\phi}_{bt} - 2c_y d\dot{\psi}_{bt} + 2k_y y_{btd} + 2k_{py} y_{btd} - 2k_y y_{bt} - 2k_{py} y_{bt} - 2k_y h_{sp} \phi_{bt} + 2k_{py} h_{mp} \phi_{bt} - 2k_y d\psi_{bt} - 2k_{py} e_{bt} \psi_{bt} + k_{hy} y_{btd} + k_{hy} y_{r2} + F_{yi} + F_{yd} \quad (\text{B.10})$$

$$M_{bit} \ddot{y}_{bit} + 2c_y \dot{y}_{bit} - 2c_y \dot{y}_{bt} - 2c_y h_{sp} \dot{\phi}_{bt} + 2c_y d\dot{\psi}_{bt} + 2k_y y_{bit} + 2k_{py} y_{bit} - 2k_y y_{bt} - 2k_{py} y_{bt} - 2k_y h_{sp} \phi_{bt} + 2k_{py} h_{mp} \phi_{bt} + 2k_y d\psi_{bt} + 2k_{py} e_{bt} \psi_{bt} + k_{hy} y_{bit} + k_{hy} y_{r2} + F_{yi} + F_{yd} \quad (\text{B.11})$$

B.2. Balanceo transversal (Rolido)

$$J_{xum} \ddot{\phi}_{um} + 4c_y h_s^2 \dot{\phi}_{um} + 4c_{pz} b_{um}^2 \dot{\phi}_{um} + 4c_y h_s \dot{y}_{um} - 2c_y h_s \dot{y}_{umd} - 2c_y h_s \dot{y}_{umt} + 4k_{py} h_p^2 \phi_{um} + 4k_{pz} b_{um}^2 \phi_{um} + 4k_y h_s^2 \phi_{um} + 2k_{tc} (l_{bt}/l_{pt})^2 \phi_{um} + 2k_{sb} h_{um}^2 \phi_{um} - k_{tc} (l_{bt}/l_{pt})^2 \phi_{cd} - k_{tc} (l_{bt}/l_{pt})^2 \phi_{ct} - k_{sb} h_{cd}^2 \phi_{cd} - k_{sb} h_{ct}^2 \phi_{ct} + k_{sb} l_{cd} h_{cd} \psi_{cd} - k_{sb} l_{ct} h_{ct} \psi_{ct} + 4k_{py} h_p y_{um} + 4k_y h_s y_{um} + 2k_{sb} h_{um} y_{um} - k_{sb} h_{cd} y_{cd} - k_{sb} h_{ct} y_{ct} - 2k_{py} h_p y_{umd} - 2k_y h_s y_{umd} - 2k_{py} h_p y_{umt} - 2k_y h_s y_{umt} \quad (\text{B.12})$$

$$J_{xcd} \ddot{\phi}_{cd} + 2c_{sy} h^2 \dot{\phi}_{cd} + 2c_{sz} b_a^2 \dot{\phi}_{cd} + 2c_{ly} h_{cd} l_{cda} \dot{\phi}_{cd} + 2c_{sy} h l \dot{\psi}_{cd} - 2c_{ly} l_{cda}^2 \dot{\psi}_{cd} + 2c_{sy} h \dot{y}_{cd} + 2c_{ly} l_{cda} \dot{y}_{cd} + 2c_{sy} h h_s \dot{\phi}_{bd} - 2c_{sz} b_a^2 \dot{\phi}_{bd} - 2c_{sy} h \dot{y}_{bd} - 2c_{ly} h_{um} l_{cda} \dot{\phi}_{um} - 2c_{ly} l_{um} l_{cda} \dot{\psi}_{um} - 2c_{ly} l_{cda} \dot{y}_{um} + 2k_{sy} h^2 \phi_{cd} + 2k_{sz} b_s^2 \phi_{cd} + k_t (l_{be}/l_{pe})^2 \phi_{cd} + k_{tc} (l_{bt}/l_{pt})^2 \phi_{cd} + 2k_{sb} h_{cd} l_{cd} \phi_{cd} + 2k_{sy} l h \psi_{cd} - 2k_{sb} l_{cd}^2 \psi_{cd} + 2k_{sy} h y_{cd} + 2k_{sb} l_{cd} y_{cd} + 2k_{sy} h_s h \phi_{bd} - 2k_{sz} b_s^2 \phi_{bd} - k_t (l_{be}/l_{pe})^2 \phi_{bd} - 2k_{sy} h y_{bd} - k_{tc} (l_{bt}/l_{pt})^2 \phi_{um} - k_{sb} h_{um} l_{cd} \phi_{um} - k_{sb} l_{um} l_{cd} \psi_{um} - k_{sb} l_{cd} y_{um} \quad (\text{B.13})$$

$$J_{xct} \ddot{\phi}_{ct} + 2c_{sy} h^2 \dot{\phi}_{ct} + 2c_{sz} b_a^2 \dot{\phi}_{ct} + 2c_{ly} h_{ct} l_{cda} \dot{\phi}_{ct} - 2c_{sy} h l \dot{\psi}_{ct} + 2c_{ly} l_{cda}^2 \dot{\psi}_{ct} + 2c_{sy} h \dot{y}_{ct} + 2c_{ly} l_{cda} \dot{y}_{ct} + 2c_{sy} h h_s \dot{\phi}_{bt} - 2c_{sz} b_a^2 \dot{\phi}_{bt} - 2c_{sy} h \dot{y}_{bt} - 2c_{ly} h_{um} l_{cda} \dot{\phi}_{um} + 2c_{ly} l_{um} l_{cda} \dot{\psi}_{um} - 2c_{ly} l_{cda} \dot{y}_{um} + 2k_{sy} h^2 \phi_{ct} + 2k_{sz} b_s^2 \phi_{ct} + k_t (l_{be}/l_{pe})^2 \phi_{ct} + k_{tc} (l_{bt}/l_{pt})^2 \phi_{ct} + 2k_{sb} h_{ct} l_{ct} \phi_{ct} - 2k_{sy} l h \psi_{ct} + 2k_{sb} l_{ct}^2 \psi_{ct} + 2k_{sy} h y_{ct} + 2k_{sb} l_{cd} y_{ct} + 2k_{sy} h_s h \phi_{bt} - 2k_{sz} b_s^2 \phi_{bt} - k_t (l_{be}/l_{pe})^2 \phi_{bt} - 2k_{sy} h y_{bt} - k_{tc} (l_{bt}/l_{pt})^2 \phi_{um} - k_{sb} h_{um} l_{ct} \phi_{um} + k_{sb} l_{um} l_{ct} \psi_{um} - k_{sb} l_{ct} y_{um} \quad (\text{B.14})$$

$$J_{xbd} \ddot{\phi}_{bd} + 4c_y h_{sp}^2 \dot{\phi}_{bd} + 4c_{pz} b_{bd}^2 \dot{\phi}_{bd} + 2c_{sy} h_s^2 \dot{\phi}_{bd} + 2c_{sz} b_a^2 \dot{\phi}_{bd} + 4c_y h_{sp} \dot{y}_{bd} - 2c_{sy} h_s \dot{y}_{bd} + 2c_{sy} h h_s \dot{\phi}_{cd} - 2c_{sz} b_a^2 \dot{\phi}_{cd} + 2c_{sy} l h_s \dot{\psi}_{cd} + 2c_{sy} h_s \dot{y}_{cd} - 2c_y h_{sp} \dot{y}_{bdd} - 2c_y h_{sp} \dot{y}_{bdt} + 4k_y h_{sp}^2 \phi_{bd} + 4k_{py} h_{sp} h_{mp} \phi_{bd} + 4k_{pz} b_{bd}^2 \phi_{bd} + 2k_{sy} h_s^2 \phi_{bd} + 2k_{sz} b_s^2 \phi_{bd} + k_t (l_{be}/l_{pe})^2 \phi_{bd} + 4k_y h_{sp} y_{bd} - 4k_{py} h_{mp} y_{bd} - 2k_{sy} h_s y_{bd} + 2k_{sy} h h_s \phi_{cd} - 2k_{sz} b_s^2 \phi_{cd} - k_t (l_{be}/l_{pe})^2 \phi_{cd} + 2k_{sy} l h_s \psi_{cd} + 2k_{sy} h_s y_{cd} - 2k_y h_{sp} y_{bdd} + 2k_{py} h_{mp} y_{bdd} - 2k_y h_{sp} y_{bdt} + 2k_{py} h_{mp} y_{bdt} \quad (\text{B.15})$$

$$\begin{aligned}
& J_{xbt} \ddot{\phi}_{bt} + 4c_y h_{sp}^2 \dot{\phi}_{bt} + 4c_{pz} b_{bt}^2 \dot{\phi}_{bt} + 2c_{sy} h_s^2 \dot{\phi}_{bt} + 2c_{sz} b_a^2 \dot{\phi}_{bt} + 4c_y h_{sp} \dot{y}_{bt} - 2c_{sy} h_s \dot{y}_{bt} \\
& + 2c_{sy} h h_s \dot{\phi}_{ct} - 2c_{sz} b_a^2 \dot{\phi}_{ct} - 2c_{sy} l h_s \dot{\psi}_{ct} + 2c_{sy} h_s \dot{y}_{ct} - 2c_y h_{sp} \dot{y}_{btd} - 2c_y h_{sp} \dot{y}_{btt} + 4k_y h_{sp}^2 \phi_{bt} \\
& + 4k_{py} h_{sp} h_{mp} \phi_{bt} + 4k_{pz} b_{bt}^2 \phi_{bt} + 2k_{sy} h_s^2 \phi_{bt} + 2k_{sz} b_s^2 \phi_{bt} + k_t (l_{be} / l_{pe})^2 \phi_{bt} + 4k_y h_{sp} y_{bt} \\
& - 4k_{py} h_{mp} y_{bt} - 2k_{sy} h_s y_{bt} + 2k_{sy} h h_s \phi_{ct} - 2k_{sz} b_s^2 \phi_{ct} - k_t (l_{be} / l_{pe})^2 \phi_{ct} - 2k_{sy} l h_s \psi_{ct} \\
& + 2k_{sy} h_s y_{ct} - 2k_y h_{sp} y_{btd} + 2k_{py} h_{mp} y_{btd} - 2k_y h_{sp} y_{btt} + 2k_{py} h_{mp} y_{btt}
\end{aligned} \tag{B.16}$$

B.3. Rotación o movimiento de lazo

$$\begin{aligned}
& J_{zum} \ddot{\psi}_{um} + 4c_x b_{um}^2 \dot{\psi}_{um} + 4c_y n^2 \dot{\psi}_{um} + 4c_{lx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{um} + 4c_{ly} l_{um}^2 \dot{\psi}_{um} - 2c_{lx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{cd} \\
& + 2c_{ly} l_{cda} l_{um} \dot{\psi}_{cd} - 2c_{lx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{ct} + 2c_{ly} l_{cda} l_{um} \dot{\psi}_{ct} - 2c_x b_{um}^2 \dot{\psi}_{umd} - 2c_x b_{um}^2 \dot{\psi}_{umt} - 2c_y n^2 \dot{y}_{umd} \\
& - 2c_y n^2 \dot{y}_{umt} - 2c_{ly} h_{cd} l_{um} \dot{\phi}_{cd} + 2c_{ly} h_{ct} l_{um} \dot{\phi}_{ct} + 4k_{px} b_{um}^2 \psi_{um} + 4k_{py} e_{um}^2 \psi_{um} + 4k_x b_{um}^2 \psi_{um} \\
& + 4k_y n^2 \psi_{um} + 2k_{sb} l_{um}^2 \psi_{um} + k_{sb} l_{cd} l_{um} \psi_{cd} + k_{sb} l_{ct} l_{um} \psi_{ct} - 2k_{px} b_{um}^2 \psi_{umd} - 2k_x b_{um}^2 \psi_{umd} \\
& - 2k_{px} b_{um}^2 \psi_{umt} - 2k_x b_{um}^2 \psi_{umt} - k_{sb} l_{um} y_{cd} + k_{sb} l_{um} y_{ct} - 2k_{py} e_{um} y_{umd} - 2k_y n y_{umd} \\
& + 2k_{py} e_{um} y_{umt} + 2k_y n y_{umt} - k_{sb} h_{cd} l_{um} \phi_{cd} + k_{sb} h_{ct} l_{um} \phi_{ct}
\end{aligned} \tag{B.17}$$

$$\begin{aligned}
& J_{zcd} \ddot{\psi}_{cd} + 2c_{sx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{cd} + 2c_{sy} l^2 \dot{\psi}_{cd} + 2c_{lx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{cd} + 2c_{ly} l_{cda}^2 \dot{\psi}_{cd} + 2c_{sy} l \dot{y}_{cd} - 2c_{ly} l_{cda} \dot{y}_{cd} \\
& + 2c_{sy} h l \dot{\phi}_{cd} - 2c_{ly} h_{cd} l_{cda} \dot{\phi}_{cd} - 2c_{sx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{bd} + 2c_{sy} h_s l \dot{\phi}_{bd} - 2c_{sy} l \dot{y}_{bd} - 2c_{lx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{um} \\
& + 2c_{ly} l_{um} l_{cda} \dot{\psi}_{um} + 2c_{ly} h_{um} l_{cda} \dot{\phi}_{um} + 2c_{ly} l_{cda} \dot{y}_{um} + 2k_{sx} b_{as}^2 \psi_{cd} + 2k_{sy} l^2 \psi_{cd} + k_{sb} l_{cd}^2 \psi_{cd} \\
& + 2k_{sy} l y_{cd} - k_{sb} l_{cd} y_{cd} + 2k_{sy} h l \phi_{cd} - k_{sb} h_{cd} l_{cd} \phi_{cd} - 2k_{sx} b_{as}^2 \psi_{bd} + 2k_{sy} h_s l \phi_{bd} - 2k_{sy} l y_{bd} \\
& + 2k_{sb} l_{um} l_{cd} \psi_{um} + 2k_{sb} h_{um} l_{cd} \phi_{um} + 2k_{sb} l_{cd} y_{um}
\end{aligned} \tag{B.18}$$

$$\begin{aligned}
& J_{zct} \ddot{\psi}_{ct} + 2c_{sx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{ct} + 2c_{sy} l^2 \dot{\psi}_{ct} + 2c_{lx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{ct} + 2c_{ly} l_{cda}^2 \dot{\psi}_{ct} - 2c_{sy} l \dot{y}_{ct} + 2c_{ly} l_{cda} \dot{y}_{ct} \\
& - 2c_{sy} h l \dot{\phi}_{ct} + 2c_{ly} h_{ct} l_{cda} \dot{\phi}_{ct} - 2c_{sx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{bt} - 2c_{sy} h_s l \dot{\phi}_{bt} + 2c_{sy} l \dot{y}_{bt} - 2c_{lx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{um} \\
& + 2c_{ly} l_{um} l_{cda} \dot{\psi}_{um} - 2c_{ly} h_{um} l_{cda} \dot{\phi}_{um} - 2c_{ly} l_{cda} \dot{y}_{um} + 2k_{sx} b_{as}^2 \psi_{ct} + 2k_{sy} l^2 \psi_{ct} + k_{sb} l_{ct}^2 \psi_{ct} \\
& + 2k_{sy} l y_{ct} + k_{sb} l_{ct} y_{ct} - 2k_{sy} h l \phi_{ct} + k_{sb} h_{ct} l_{ct} \phi_{ct} - 2k_{sx} b_{as}^2 \psi_{bt} - 2k_{sy} h_s l \phi_{bt} - 2k_{sy} l y_{bt} \\
& + 2k_{sb} l_{um} l_{ct} \psi_{um} - 2k_{sb} h_{um} l_{ct} \phi_{um} - 2k_{sb} l_{ct} y_{um}
\end{aligned} \tag{B.19}$$

$$\begin{aligned}
& J_{zbd} \ddot{\psi}_{bd} + 4c_x b_{bd}^2 \dot{\psi}_{bd} + 4c_y d^2 \dot{\psi}_{bd} + 2c_{sx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{bd} - 2c_{sx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{cd} - 2c_x b_{bd}^2 \dot{\psi}_{bdd} - 2c_x b_{bd}^2 \dot{\psi}_{bdt} \\
& - 2c_y d \dot{y}_{bdd} + 2c_y d \dot{y}_{bdt} + 4k_x b_{bd}^2 \psi_{bd} + 4k_y d^2 \psi_{bd} + 4k_{px} b_{bd}^2 \psi_{bd} + 4k_{py} e_{bd}^2 \psi_{bd} + 2k_{sx} b_{as}^2 \psi_{bd} \\
& - 2k_{sx} b_{as}^2 \psi_{cd} - 2k_x b_{bd}^2 \psi_{bdd} - 2k_{px} b_{bd}^2 \psi_{bdd} - 2k_x b_{bd}^2 \psi_{bdt} - 2k_{px} b_{bd}^2 \psi_{bdt} - 2k_y d y_{bdd} \\
& - 2k_{py} e_{bd} y_{bdd} + 2k_y d y_{bdt} + 2k_{py} e_{bd} y_{bdt}
\end{aligned} \tag{B.20}$$

$$\begin{aligned}
& J_{zbt} \ddot{\psi}_{bt} + 4c_x b_{bt}^2 \dot{\psi}_{bt} + 4c_y d^2 \dot{\psi}_{bt} + 2c_{sx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{bt} - 2c_{sx} b_{as}^2 \dot{\psi}_{ct} - 2c_x b_{bt}^2 \dot{\psi}_{btd} - 2c_x b_{bt}^2 \dot{\psi}_{btt} \\
& - 2c_y d \dot{y}_{btd} + 2c_y d \dot{y}_{btt} + 4k_x b_{bt}^2 \psi_{bt} + 4k_y d^2 \psi_{bt} + 4k_{px} b_{bt}^2 \psi_{bt} + 4k_{py} e_{bd}^2 \psi_{bt} + 2k_{sx} b_{as}^2 \psi_{bt} \\
& - 2k_{sx} b_{as}^2 \psi_{ct} - 2k_x b_{bt}^2 \psi_{btd} - 2k_{px} b_{bt}^2 \psi_{btd} - 2k_x b_{bt}^2 \psi_{btt} - 2k_{px} b_{bt}^2 \psi_{btt} - 2k_y d y_{btd} - 2k_{py} e_{bd} y_{btd} \\
& + 2k_y d y_{btt} + 2k_{py} e_{bd} y_{btt}
\end{aligned} \tag{B.21}$$

$$\begin{aligned}
& J_{zd} \ddot{\psi}_{umd} + 2c_x b_{um}^2 \dot{\psi}_{umd} - 2c_x b_{um}^2 \dot{\psi}_{um} + 2k_{px} b_{um}^2 \psi_{umd} + 2k_x b_{um}^2 \psi_{umd} - 2k_{px} b_{um}^2 \psi_{um} \\
& - 2k_x b_{um}^2 \psi_{um} + s (F_{xd} - F_{xi})
\end{aligned} \tag{B.22}$$

$$J_{zt} \ddot{\psi}_{umt} + 2c_x b_{um}^2 \dot{\psi}_{umt} - 2c_x b_{um}^2 \dot{\psi}_{um} + 2k_{px} b_{um}^2 \psi_{umt} + 2k_x b_{um}^2 \psi_{umt} - 2k_{px} b_{um}^2 \psi_{um} - 2k_x b_{um}^2 \psi_{um} + s (F_{xd} - F_{xi}) \quad (\text{B.23})$$

$$J_{zpm} \ddot{\psi}_{bdd} + 2c_x b_{bd}^2 \dot{\psi}_{bdd} - 2c_x b_{bd}^2 \dot{\psi}_{bd} + 2k_x b_{bd}^2 \psi_{bdd} + 2k_{px} b_{bd}^2 \psi_{bdd} - 2k_x b_{bd}^2 \psi_{bd} - 2k_{px} b_{bd}^2 \psi_{bd} + s (F_{xd} - F_{xi}) \quad (\text{B.24})$$

$$J_{zpm} \ddot{\psi}_{bdt} + 2c_x b_{bd}^2 \dot{\psi}_{bdt} - 2c_x b_{bd}^2 \dot{\psi}_{bd} + 2k_x b_{bd}^2 \psi_{bdt} + 2k_{px} b_{bd}^2 \psi_{bdt} - 2k_x b_{bd}^2 \psi_{bd} - 2k_{px} b_{bd}^2 \psi_{bd} + s (F_{xd} - F_{xi}) \quad (\text{B.25})$$

$$J_{zpm} \ddot{\psi}_{btd} + 2c_x b_{bt}^2 \dot{\psi}_{btd} - 2c_x b_{bt}^2 \dot{\psi}_{bt} + 2k_x b_{bt}^2 \psi_{btd} + 2k_{px} b_{bt}^2 \psi_{btd} - 2k_x b_{bt}^2 \psi_{bt} - 2k_{px} b_{bt}^2 \psi_{bt} + s (F_{xd} - F_{xi}) \quad (\text{B.26})$$

$$J_{zpm} \ddot{\psi}_{btt} + 2c_x b_{bt}^2 \dot{\psi}_{btt} - 2c_x b_{bt}^2 \dot{\psi}_{bt} + 2k_x b_{bt}^2 \psi_{btt} + 2k_{px} b_{bt}^2 \psi_{btt} - 2k_x b_{bt}^2 \psi_{bt} - 2k_{px} b_{bt}^2 \psi_{bt} + s (F_{xd} - F_{xi}) \quad (\text{B.27})$$

Donde:

$*_{um}$	–	Propiedad/variable unidad motriz
$*_{cd}, *_{ct}$	–	" coche delantero/trasero
$*_{bd}, *_{bt}$	–	" bogie "
$*_{**d}, *_{**t}$	–	" par montado delantero/trasero
M	–	Masa
J_z, J_x	–	Momento inercia respecto eje z/x
y	–	Desplazamiento lateral
ϕ	–	Movimiento de <i>rolido</i>
ψ	–	Rotación de lazo
k_x, k_y	–	Rigidez de acople articulado en brazo de suspensión primaria
c_x, c_y	–	Amortiguamiento de acople articulado en brazo de suspensión primaria
k_{px}, k_{py}, k_{pz}	–	Rigidez de suspensión primaria
c_{pz}	–	Amortiguamiento de suspensión primaria
k_{sx}, k_{sy}, k_{sz}	–	Rigidez de suspensión secundaria
c_{sx}	–	Amortiguamiento longitudinal secundario (anti-lazo)
c_{sy}	–	Amortiguamiento lateral secundario (torreta central)
c_{sz}	–	Amortiguamiento de suspensión secundaria
k_{sb}	–	Rigidez axial acople articulado inter-coche
k_t, k_{tc}	–	Rigidez torsional barra estabilizadora/anti-rolido (inter-coche)
c_{lx}, c_{ly}	–	Amortiguamiento anti-lazo inter-coche
F_{yi}, F_{yd}	–	Fuerza de contacto rueda izq. y der.

B.4. Modificaciones p/modelo no lineal de amortiguamiento

(I) Amortiguador viscoso primario - transición no lineal (fases compresión/expansión)

- Fuerza de amortiguamiento vertical F_{pz} (suspensión primaria)

$$\overbrace{F_{pz} = C_{pz} r_g \dot{\phi}_i}^{\text{Modelo lineal}} \Rightarrow \Rightarrow F_{pz} = C_{pz} (r_g \dot{\phi}_i) r_g \dot{\phi}_i = \left[\frac{1}{2} \frac{(C_{pze} - C_{pzc}) (r_g \dot{\phi}_i - \alpha)}{\alpha \sqrt{1 + \left(\frac{r_g \dot{\phi}_i - \alpha}{\alpha} \right)^2}} + \frac{(C_{pze} + C_{pzc})}{2} \right] r_g \dot{\phi}_i$$

Con:

$$i = um, bd, bt$$

$$r_g = b_{um}, b_{bd, bt}$$

(II) Amortiguamiento neumático cuadrático en suspensión secundaria

- Término adicional al amortiguamiento viscoso vertical secundario

$$C_{szn} b_s^2 \dot{\phi}_j^2 \frac{\dot{\phi}_j}{|\dot{\phi}_j|}$$

- Fuerza de amortiguamiento vertical total F_{szt} (suspensión secundaria)

$$F_{szt} = C_{sz} b_a \dot{\phi}_j + C_{szn} b_s^2 \dot{\phi}_j^2 \frac{\dot{\phi}_j}{|\dot{\phi}_j|}$$

Con:

$$j = cd, ct, bd, bt$$

Donde:

- C_{szn} – Coeficiente de amortiguamiento neumático
- C_{pze} – " " vertical primario - fase expansión
- C_{pzc} – " " " " " " - fase compresión
- r_g – Radio de giro

Bibliografía

- [1] A. Wickens, *Fundamentals of rail vehicle dynamics: guidance and stability*. Lisse, The Netherlands: Swets y Zeitlinger B.V., 2003, ISBN: 9789026519468. doi: [10.1201/9780203970997](https://doi.org/10.1201/9780203970997).
- [2] S. Kraft, G. Puel, D. Aubry y C. Fünfschilling, «Improved Calibration of Simulation Models in Railway Dynamics: Application of a Parameter Identification Process to the Multi-body Model of a TGV Train.», *Sönke Kraft, Guillaume Puel, Denis Aubry, Christine Fünfschilling.*, vol. 52, n.º 12, págs. 1938-1960, 2013. doi: [10.1080/00423114.2013.847467](https://doi.org/10.1080/00423114.2013.847467).
- [3] D. Kraft y P. N. De Lellis, «Innovative FEBA Coupled Single-axle Undercarriages for the NSB Emu Class 72 Regional Trainset», *EI - Der Eisenbahningenieur*, vol. 52, n.º 4, págs. 20-24, 2001.
- [4] O. Polach, «Coupled Single-axle Running Gears - A New Radial Steering Design», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 216, n.º 3, págs. 197-206, 2002. doi: [10.1243/095440902760213620](https://doi.org/10.1243/095440902760213620).
- [5] ———, «On the Design of Running Gears with Radial Steering Wheel Sets.», *Communications - Scientific Letters of the University of Žilina*, vol. 2003, n.º 1, págs. 36-42, 2003.
- [6] IRS 60650-2016 Standard, *Railway Application - Rolling Stock - Standard designation of axle arrangement on locomotives and multiple-unit sets*, UIC - International Union of Railways, 2016.
- [7] Stadler Rail AG (Stadler Rail Group). dirección: <https://www.stadlerrail.com/es/>.
- [8] EMEPA S.A. dirección: <http://www.grupoemepa.com.ar>.
- [9] M. A. Romero y A. Romero, *Dupla Ferroviaria Articulada ALERCE*, Modelo 3D y Repintado, 2017.
- [10] S. Iwnicki, S. Bjorklund y R. Enblom, «Wheel-rail Contact Mechanics», en *Wheel-rail Interface Handbook*, R. Lewis y U. Olofsson, eds., CRC Press Taylor & Francis Group, 2009, ISBN: 9781439801468. doi: [10.1533/9781845696788.1.58](https://doi.org/10.1533/9781845696788.1.58).
- [11] N. Bosso, M. Spiriyagin, A. Gugliotta y A. Somà, «Review of Wheel-Rail Contact Models», en *Mechatronic Modeling of Real-Time Wheel-Rail Contact*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2013, cap. 2, págs. 5-19. doi: [10.1007/978-3-642-36246-0_2](https://doi.org/10.1007/978-3-642-36246-0_2).
- [12] R. Lewis y U. Olofsson, «Basic Tribology of the Wheel-rail Contact», en *Wheel-rail Interface Handbook*, R. Lewis y U. Olofsson, eds., CRC Press Taylor & Francis Group, 2009, ISBN: 9781439801468. doi: [10.1533/9781845696788.1.34](https://doi.org/10.1533/9781845696788.1.34).
- [13] J. Auciello, E. Meli, S. Falomi y M. Malvezzi, «Dynamic Simulation of Railway Vehicles: Wheel/rail Contact Analysis», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 47, n.º 7, págs. 867-899, 2009. doi: [10.1080/00423110802464624](https://doi.org/10.1080/00423110802464624).

- [14] W. K. W., «The Computation of Wheel-rail Contact Locus and Wheel-rail Contact Geometrical Parameters», *Journal of Southwest Jiaotong University*, vol. 1, págs. 89-98, 1984.
- [15] Z. Li, «Wheel-rail Rolling Contact and Its Application to Wear Simulation», Tesis doct., TU Delft University, 2002.
- [16] M. Spiriyagin, P. Wolfs, C. Cole, V. Spiriyagin, Y. Q. Sun y T. McSweeney, *Design and Simulation of Heavy Haul Locomotives and Trains*. CRC Press Taylor & Francis Group, 2016, ISBN: 9781498733526.
- [17] M. Malvezzi, E. Meli, S. Falomi y A. Rindi, «Determination of Wheelrail Contact Points with Semianalytic Methods», *Multibody System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 20, n.º 4, págs. 327-358, 2008. doi: [10.1007/s11044-008-9123-5](https://doi.org/10.1007/s11044-008-9123-5).
- [18] S. Falomi, M. Malvezzi y E. Meli, «Multibody Modeling of Railway Vehicles: Innovative Algorithms for the Detection of Wheelrail Contact Points», *Wear*, vol. 271, n.º 1-2, págs. 453-461, 2011. doi: [10.1016/j.wear.2010.10.039](https://doi.org/10.1016/j.wear.2010.10.039).
- [19] D. Negretti, «A Third-order Approximation Method for Three-dimensional Wheel-rail Contact», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 50, n.º 3, págs. 431-448, 2012. doi: [10.1080/00423114.2011.595804](https://doi.org/10.1080/00423114.2011.595804).
- [20] H. Sugiyama e Y. Suda, «On the Contact Search Algorithms for Wheel/Rail Contact Problems», *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 4, n.º 4, 2009. doi: [10.1115/1.3187211](https://doi.org/10.1115/1.3187211).
- [21] ———, «Wheel/Rail Two-Point Contact Geometry With Back-of-Flange Contact», *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 4, n.º 1, 2009. doi: [10.1115/1.3007976](https://doi.org/10.1115/1.3007976).
- [22] M. Bozzone, E. Pennestri y P. Salvini, «A Lookup Table-based Method for Wheelrail Contact Analysis», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, vol. 225, n.º 2, págs. 127-138, 2011. doi: [10.1177/2041306810394721](https://doi.org/10.1177/2041306810394721).
- [23] A. Shabana, M. Berzeri y J. Sany, «Numerical Procedure for the Simulation of Wheel/Rail Contact Dynamics», *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 132, n.º 2, págs. 16-178, 2000. doi: [10.1115/1.1369109](https://doi.org/10.1115/1.1369109).
- [24] A. Shabana y J. Sany, «A Survey of Rail Vehicle Track Simulations and Flexible Multibody Dynamics», *Nonlinear Dynamics*, vol. 26, n.º 2, págs. 179-212, 2001. doi: [10.1023/A:1012976302105](https://doi.org/10.1023/A:1012976302105).
- [25] A. Shabana, K. Zaazaa, J. Escalona y J. Sany, «Development of Elastic Force Model for Wheel/rail Contact Problems», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 269, n.º 1-2, págs. 295-325, 2004. doi: [10.1016/S0022-460X\(03\)00074-9](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00074-9).
- [26] A. Shabana, M. Tobaa, H. Sugiyama y K. E. Zaazaa, «On the Computer Formulations of the Wheel/Rail Contact Problem», *Nonlinear Dynamics*, vol. 40, n.º 2, págs. 169-193, 2005. doi: [10.1007/s11071-005-5200-y](https://doi.org/10.1007/s11071-005-5200-y).
- [27] A. Recuero y A. Shabana, «A Simple Procedure for the Solution of Three-Dimensional Wheel/Rail Conformal Contact Problem», *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 9, n.º 3, 2014. doi: [10.1115/1.4026154](https://doi.org/10.1115/1.4026154).
- [28] Pl. GCTF (MR) 002, *Perfil de Rodadura*, C.N.R.T., ed., 2015.

- [29] EN 13674-1:2011+A1:2017 Standard, *Railway Applications. Track. Rail. Vignole Railway Rails 46 kg/m and above*. Comité Européen de Normalisation (CEN), 2017. doi: [10.3403/02904378u](https://doi.org/10.3403/02904378u).
- [30] L. E. Christiansen, «The Dynamics of a Railway Vehicle on a Disturbed Track: Modelling of lateral irregularities», Tesis de mtría., Technical University of Denmark (DTU), 2001.
- [31] W. Klingel, «Über den Lauf von Eisenbahnwagen auf gerader Bahn», *Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens*, vol. XX, n.º 4, págs. 113-123, 1883.
- [32] C. Esveld, *Modern Railway Track*, 2.^a ed. MRT-Productions, 2001, ISBN: 9080032433.
- [33] F. Attivissimo, A. Danese, N. Giaquinto y P. Sforza, «A Technique to Characterize the Wheel-Rail Interaction by Means of a Diagnostic Railway Vehicle», en *Proceedings of the 21st IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, vol. 3, Como, Italy, 2004, págs. 1680-1685. doi: [10.1109/imtc.2004.1351404](https://doi.org/10.1109/imtc.2004.1351404).
- [34] UIC 519 Standard, *Method for Determining the Equivalent Conicity*, International Union of Railways, 2002.
- [35] EN 15302-2008 + A1-2010 Standard, *Railway Applications. Method for Determining the Equivalent Conicity*, Comité Européen de Normalisation (CEN), 2011. doi: [10.3403/30136486u](https://doi.org/10.3403/30136486u).
- [36] O. Polach, «Comparability of the Non-linear and Linearized Stability Assessment during Railway Vehicle Design», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 44, suppl 1, págs. 129-138, 2006. doi: [10.1080/00423110600869537](https://doi.org/10.1080/00423110600869537).
- [37] Z. Zhang, P. Wu, R. Luo y F. Gan, «The Relationship between Contact Angle Difference and Equivalent Conicity of High-Speed EMU», *Advanced Materials Research*, vol. 591-593, págs. 1920-1924, 2012. doi: [10.4028/www.scientific.net/amr.591-593.1920](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.591-593.1920).
- [38] S. Iwnicki, *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*. CRC Press Taylor & Francis Group, 2006, ISBN: 9780849333217. doi: [10.1201/9781420004892](https://doi.org/10.1201/9781420004892).
- [39] T. Pearce, «Wheelset Guidance-Conicity, Wheel Wear and Safety», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 210, n.º 1, págs. 1-9, 1996. doi: [10.1243/pime_proc_1996_210_321_02](https://doi.org/10.1243/pime_proc_1996_210_321_02).
- [40] L. Mazzola, S. Alfi, F. Braghin y S. Bruni, «Limit Wheel Profile for Hunting Instability of Railway Vehicles», en *Non-smooth Problems in Vehicle Systems Dynamics*, P. Thomsen y H. True, eds., Springer, 2010, ISBN: 9783642013553.
- [41] K. Knothe y S. Stichel, *Rail Vehicle Dynamics*. Berlin, Germany, 2003, ISBN: 9783319453743. doi: [10.1007/978-3-319-45376-7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-45376-7).
- [42] A. López Pita, *Infraestructuras Ferroviarias*. Ediciones UPC, 2006, ISBN: 9788483018538.
- [43] J. J. Kalker, «A Fast Algorithm for the Simplified Theory of Rolling Contact», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 11, n.º 1, págs. 1-13, 1982. doi: [10.1080/00423118208968684](https://doi.org/10.1080/00423118208968684).
- [44] K. Knothe y H. Le The, «A contribution to the calculation of the contact stress distribution between two elastic bodies of revolution with non-elliptical contact area», *Computers & Structures*, vol. 18, n.º 6, págs. 1025-1033, 1984. doi: [10.1016/0045-7949\(84\)90147-0](https://doi.org/10.1016/0045-7949(84)90147-0).

- [45] J. P. Pascal y G. Sauvage, «New Method for Reducing the Multicontact Wheelrail Problem to one Equivalent Rigid Contact Path», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 20, suppl 1, págs. 475-489, 1991. doi: [10.1080/00423119208969417](https://doi.org/10.1080/00423119208969417).
- [46] J. Piotrowski y W. Kik, «A simplified model of wheel/rail contact mechanics for non-Hertzian problems and its application in rail vehicle dynamic simulations,» *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 46, n.º 1-2, págs. 27-48, 2008. doi: [10.1080/00423110701586444](https://doi.org/10.1080/00423110701586444).
- [47] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1985, ISBN: 0521347963. doi: [10.1017/cbo9781139171731](https://doi.org/10.1017/cbo9781139171731).
- [48] J. P. Srivastava, «An Approximate Analysis for Hertzian Elliptical Wheel-Rail Contact Problem», en *Proceedings of the 1st International and 16th National Conference on Machines and Mechanisms*, iNaCoMM2013, IIT Roorkee, India, 2013.
- [49] S. Iwnicki, «Simulation of Wheel-rail Contact Forces», *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 26, n.º 10, págs. 887-900, 2003. doi: [10.1046/j.1460-2695.2003.00699.x](https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.2003.00699.x).
- [50] F. Carter, «On the action of a locomotive driving wheel», *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, vol. 112, n.º 760, págs. 151-157, 1926. doi: [10.1098/rspa.1926.0100](https://doi.org/10.1098/rspa.1926.0100).
- [51] O. Reynolds, «On rolling friction», *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 166, n.º 1, págs. 155-174, 1876. doi: [10.1098/rstl.1876.0006](https://doi.org/10.1098/rstl.1876.0006).
- [52] K. L. Johnson, «The Effect of Spin upon the Rolling Motion of an Elastic Sphere upon a Plane», *Journal of Applied Mechanics*, vol. 25, págs. 339-346, 1958.
- [53] ———, «The Effect of a Tangential Force upon the Rolling Motion of an Elastic Sphere upon a Plane», *Journal of Applied Mechanics*, vol. 25, págs. 339-346, 1958.
- [54] P. J. Vermeulen y K. L. Johnson, «Contact on Non-Spherical Bodies Transmitting Tangential Forces», *Journal of Applied Mechanics*, vol. 31, págs. 338-340, 1964. doi: [10.1115/1.3629610](https://doi.org/10.1115/1.3629610).
- [55] J. J. Kalker, «On the Rolling Contact of Two Elastic Bodies in the Presence of Dry Friction», Tesis doct., Electrical Engineering, Mathematics y Computer Science - TU Delft, 1967. doi: [10.1016/0043-1648\(68\)90178-6](https://doi.org/10.1016/0043-1648(68)90178-6).
- [56] ———, «Simplified Theory of Rolling Contact», *Delft Progr. Rep., Series C: Mechanical and Aeronautical Engineering and Shipbuilding*, n.º 1, págs. 1-10, 1973. doi: [10.1007/978-94-015-7889-9_3](https://doi.org/10.1007/978-94-015-7889-9_3).
- [57] J. Kalker, «A Programme for Three-Dimensional Steady State Rolling. I Description of the Method», 1972.
- [58] H. Goedings, «A Programme for Three-Dimensional Steady State Rolling. II Programme Description», 1972.
- [59] J. G. Goree, «Users Manual for Kalkers Simplified Nonlinear Creep Theory», Department of Mechanical Engineering. Clemson University., Clemson, EE. UU., inf. téc., 1977.
- [60] ———, «Users Manual for Kalkers Exact Nonlinear Creep Theory», Department of Mechanical Engineering. Clemson University., Clemson, EE. UU., inf. téc., 1978.
- [61] J. J. Kalker, «The Tangential Force Transmitted by Two Elastic Bodies Rolling over each other with Pure Creepage», *Wear*, vol. 11, n.º 6, págs. 421-430, 1968. doi: [10.1016/0043-1648\(68\)90551-6](https://doi.org/10.1016/0043-1648(68)90551-6).

- [62] ———, *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1990. doi: [10.1007/978-94-015-7889-9](https://doi.org/10.1007/978-94-015-7889-9).
- [63] G. Wang y J. Kalker, «Three-dimensional Rolling Contact of Two Viscoelastic Bodies», en *Contact Mechanics. Proceedings; International Symposium*, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes), 1992.
- [64] J. J. Kalker, «Users Manual of the Fortran IV Program CONTACT», Department of Mathematics e Informatics, Delft University of Technology, The Netherlands, inf. téc., 1982.
- [65] E. A. H. Vollebregt, «User's Manual CONPC92», Delft University of Technology, inf. téc., 1992.
- [66] E. A. H. Vollebregt, G. Wang y J. J. Kalker, «User's Manual CON 93 and CONPC92», Delft University of Technology, inf. téc., 1992.
- [67] E. A. H. Vollebregt, «Survey of Programs on Contact Mechanics Developed by J.J. Kalker», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 46, n.º 12, págs. 85-92, 2008. doi: [10.1080/00423110701586451](https://doi.org/10.1080/00423110701586451).
- [68] U. Olofsson, «Adhesion and friction modification», en *Wheel-rail Interface Handbook*, R. Lewis y U. Olofsson, eds., CRC Press Taylor & Francis Group, 2009, ISBN: 9781439801468. doi: [10.1533/9781845696788.1.510](https://doi.org/10.1533/9781845696788.1.510).
- [69] O. Polach, «Creep Forces in Simulations of Traction Vehicles Running on Adhesion Limit», *Wear*, vol. 258, págs. 992-1000, 2005. doi: [10.1016/j.wear.2004.03.046](https://doi.org/10.1016/j.wear.2004.03.046).
- [70] ———, «A Fast Wheel-rail Forces Calculation Computer Code», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 33, suppl 1, págs. 728-739, 1999.
- [71] E. A. H. Vollebregt, «100-fold speed-up of the Normal Contact Problem and other Recent Developments in CONTACT», en *Proceedings of the 9th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/wheel Systems*, Chengdu, China, 2012.
- [72] E. Vollebregt, S. Iwnicki, G. Xie y P. Shackleton, «Assessing the Accuracy of Different Simplified Frictional Rolling Contact Algorithms», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 50, págs. 1-17, 2011. doi: [10.1080/00423114.2011.552618](https://doi.org/10.1080/00423114.2011.552618).
- [73] M. Spiriyagin, O. Polach y C. Cole, «Creep Force Modelling for Rail Traction Vehicles Based on the Fastsim Algorithm», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 51, n.º 11, págs. 1765-1783, 2013. doi: [10.1080/00423114.2013.826370](https://doi.org/10.1080/00423114.2013.826370).
- [74] J. Evans y M. Berg, «Challenges in Simulation of Rail Vehicle Dynamics», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 47, n.º 8, págs. 1023-1048, 2009. doi: [10.1080/00423110903071674](https://doi.org/10.1080/00423110903071674).
- [75] L.-O. Jönsson, N. Nilstam e I. Persson, «Using Simulations for Approval of Railway Vehicles: A Comparison between Measured and Simulated Track Forces», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 46, suppl 1, págs. 869-881, 2008. doi: [10.1080/00423110802037123](https://doi.org/10.1080/00423110802037123).
- [76] L. Mazzola, «Possibilities and Challenges for the Virtual Homologation of the Railway Rolling Stock», Tesis doct., Politecnico di Milano, Milano, Italia., 2009.

- [77] S. Bruni, J. Vinolas, M. Berg, O. Polach y S. Stichel, «Modelling of suspension components in a rail vehicle dynamics context», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 49, n.º 7, págs. 1021-1072, 2011. doi: [10.1080/00423114.2011.586430](https://doi.org/10.1080/00423114.2011.586430).
- [78] B. Eickhoff, J. Evans y A. Minnis, «A Review of Modelling Methods for Railway Vehicle Suspension Components», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 24, n.º 6-7, págs. 469-496, 1995. doi: [10.1080/00423119508969105](https://doi.org/10.1080/00423119508969105).
- [79] EN 13906-1:2013 Standard, *Cylindrical Helical Springs made from Round Wire and Bars. Calculation and Design. Part 1: Compression Springs*, Comité Européen de Normalisation (CEN), 2013. doi: [10.3403/02546961u](https://doi.org/10.3403/02546961u).
- [80] S. Duym, R. Stiens y K. Reybrouck, «Evaluation of Shock Absorber Models», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 27, n.º 2, págs. 109-127, 1997. doi: [10.1080/00423119708969325](https://doi.org/10.1080/00423119708969325).
- [81] F. H. Besinger, D. Cebon y D. J. Cole, «Damper Models for Heavy Vehicle Ride Dynamics», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 24, n.º 1, págs. 35-64, 1995. doi: [10.1080/00423119508969081](https://doi.org/10.1080/00423119508969081).
- [82] K. Reybrouck, «A Non Linear Parametric Model of an Automotive Shock Absorber», *Vehicle Suspension System Advancements SAE SP-1031. Journal of Passenger Cars-VI03-6*, págs. 79-86. 1994. doi: [10.4271/940869](https://doi.org/10.4271/940869).
- [83] R. Van Kasteel, W. Cheng-Guo, Q. Lixin, L. Jin-Zhao e Y. Guo-Hong, «A New Shock Absorber Model for Use in Vehicle Dynamics Studies», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 43, n.º 9, págs. 613-631, 2005. doi: [10.1080/0042311042000266720](https://doi.org/10.1080/0042311042000266720).
- [84] X. Carrera Akutain, J. Vinolas, J. Savall y J. Biera, «A Parametric Damper Model Validated on a Track», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 13, n.º 3, págs. 145-162, 2006. doi: [10.1504/ijhvs.2006.010015](https://doi.org/10.1504/ijhvs.2006.010015).
- [85] A. Alonso, «Damper Modelling and its Implementation in Railway Simulation Program», en *Non-smooth Problems in Vehicle Systems Dynamics*, H. Grove Thomsen P.; True, ed., 1.ª ed., Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010, cap. 11, págs. 123-135, ISBN: 978-3-642-01356-0. doi: [10.1007/978-3-642-01356-0_11](https://doi.org/10.1007/978-3-642-01356-0_11).
- [86] SIMPACK, *Force Element Catalogue*, Release v.8.6. SIMPACKAG, 2003.
- [87] ———, *Wheel Rail Element Reference*, Release v.8.904. SIMPACKAG, 2010.
- [88] J. Evans, «The Modelling of Railway Passenger Vehicles, the Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 20, suppl 1, págs. 144-156, 1992. doi: [10.1080/00423119208969394](https://doi.org/10.1080/00423119208969394).
- [89] M. Presthus, «Derivation of air spring model parameters for train simulation», Tesis de mtría., Luleå University of Technology, Luleå, Sweden, 2002.
- [90] A. Alonso, J. Gimenez Ortiz, J. Nieto y J. Vinolas, «Air Suspension Characterisation and Effectiveness of a Variable Area Orifice», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 48, suppl 1, págs. 271-286, 2010. doi: [10.1080/00423111003731258](https://doi.org/10.1080/00423111003731258).

- [91] N. Docquier, P. Fiset y H. Jeanmart, «Multiphysic Modelling of Railway Vehicles Equipped with Pneumatic Suspensions», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 45, n.º 6, págs. 505-524, 2007. doi: [10.1080/00423110601050848](https://doi.org/10.1080/00423110601050848).
- [92] ———, «Model-based Evaluation of Railway Pneumatic Suspensions», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 46, suppl 1, págs. 481-493, 2008. doi: [10.1080/00423110801993110](https://doi.org/10.1080/00423110801993110).
- [93] ———, «Influence of Heat Transfer on Railway Pneumatic Suspensions Dynamics», en *21th IAVSD Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks*, Stockholm, Sweden, 2009.
- [94] N. Docquier, «Multiphysics Modelling of Multibody Systems: Application to Railway Pneumatic Suspensions», Tesis doct., Centre for Research in Mechatronics. Institute of Mechanics, Materials y Civil engineering. Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium, 2010. doi: [10.1080/00423110903509335](https://doi.org/10.1080/00423110903509335).
- [95] N. Oda y S. Nishimura, «Vibration of Air Suspension Bogies and their Design», *Bulletin of JSME*, vol. 13, n.º 55, págs. 43-50, 1970. doi: [10.1299/jsme1958.13.43](https://doi.org/10.1299/jsme1958.13.43).
- [96] M. Berg, «An Air Spring Model for Dynamic Analysis of Rail Vehicles», Division of Railway Technology, Department of Vehicle Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, inf. téc. 32, 1999.
- [97] F. Karlsson y A. Persson, «Modelling Non-linear Dynamics of Rubber Bushings - Parameter Identification and Validation», Tesis de mtría., Division of Structural Mechanics, LTH, Lund University, Lund, Sweden, 2003.
- [98] M. J. Garcia, «Engineering Rubber Bushing Stiffness Formulas Including Dynamic Amplitude Dependence», Tesis de mtría., Department of Aeronautical y Vehicle Engineering. School of Engineering Sciences. Royal Institute of Technology, Stockholm. Sweden, 2006.
- [99] A. Mohan, «Non-linear Investigation of the Effect of Suspension Parameters on the Hunting Stability of a Railway Truck», Tesis de mtría., Virginia Polytechnic Institute y State University, 2003.
- [100] P. Jawahar y K. Gupta, «Mathematical Modeling for Lateral Dynamic Simulation of a Railway Vehicle with Conventional and Unconventional Wheelsets», *Mathematical and Computer Modelling Journal*, vol. 14, págs. 989-994, 1990. doi: [10.1016/0895-7177\(90\)90326-i](https://doi.org/10.1016/0895-7177(90)90326-i).
- [101] G. Yang, «Dynamic Analysis of Railway Wheelsets and Complete Vehicle Systems», Tesis doct., Delft Technological University, Delft, Netherlands, 1993, isbn: 9037000800.
- [102] M. Shah, M. Thirumalai, K. Cui e I. Haque, «Symbolic Methods for Modeling Rail Vehicle Systems.», *International Journal of Vehicle Design*, vol. 18, n.º 5, págs. 487-517, 1997. doi: [10.1504/IJVD.1997.062070](https://doi.org/10.1504/IJVD.1997.062070).
- [103] Y. Lu, S. Li y N. Chen, «Research on Damping Characteristics of Shock Absorber for Heavy Vehicle», *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, vol. 5, n.º 3, págs. 842-847, 2013, issn: 2040-7459. doi: [10.19026/rjaset.5.5030](https://doi.org/10.19026/rjaset.5.5030).
- [104] S. Yang, L. Chen y S. Li, «Dynamic Analysis of a Heavy Vehicle Using Lumped Parameter Model», en *Dynamics of Vehicle-Road Coupled System*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2015, págs. 23-68, isbn: 978-3-662-45957-7. doi: [10.1007/978-3-662-45957-7_2](https://doi.org/10.1007/978-3-662-45957-7_2).

- [105] A. H. Wickens, «The Dynamic Stability of Railway Vehicle Wheelsets and Bogies Having Profiled Wheels», *International Journal of Solids and Structures*, vol. 1, n.º 2, págs. 319-341, 1965. doi: [10.1016/0020-7683\(65\)90037-5](https://doi.org/10.1016/0020-7683(65)90037-5).
- [106] —, «The Dynamic Stability of a Simplified Four-wheeled Railway Vehicle Having Profiled Wheels», *International Journal of Solids and Structures*, vol. 1, n.º 4, págs. 385-406, 1965. doi: [10.1016/0020-7683\(65\)90004-1](https://doi.org/10.1016/0020-7683(65)90004-1).
- [107] —, «The Dynamics of Railway Vehicles on Straight Track : Fundamental Considerations of Lateral Stability», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings*, vol. 180, n.º 6, págs. 29-44, 1965. doi: [10.1243/pime_conf_1965_180_177_02](https://doi.org/10.1243/pime_conf_1965_180_177_02).
- [108] N. Cooperrider, «The Application of Quasi-Linearization to the Prediction of Nonlinear Railway Vehicle Response», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 4, n.º 2-3, págs. 141-48, 1975. doi: [10.1080/00423117508968479](https://doi.org/10.1080/00423117508968479).
- [109] C. P. Keizer, «Recent Calculations on the Hunting Motions of Railway Vehicles Running on 4 Wheeled Bogies», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 4, n.º 2-3, págs. 156-159, 1975.
- [110] A. H. Wickens, «Static and Dynamic Stability of a Class of Three-Axle Railway Vehicles Possessing Perfect Steering», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 6, n.º 1, págs. 1-19, 1977. doi: [10.1080/00423117708968499](https://doi.org/10.1080/00423117708968499).
- [111] R. Gasch, W. Kik y D. Moelle, «Non-Linear Bogie Hunting», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 10, n.º 2-3, págs. 145-148, 1981. doi: [10.1080/00423118108968657](https://doi.org/10.1080/00423118108968657).
- [112] A. H. Wickens, «Static and Dynamic Stability of Unsymmetric Two-Axle Railway Vehicles Possessing Perfect Steering», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 11, n.º 2, págs. 89-106, 1982. doi: [10.1080/00423118208968691](https://doi.org/10.1080/00423118208968691).
- [113] R. Gasch, D. Moelle y K. Knothe, «The Effect of Nonlinearities on the Limit Cycles of Railway Vehicles», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 12, n.º 1-3, págs. 64-67, 1983. doi: [10.1080/00423118308968721](https://doi.org/10.1080/00423118308968721).
- [114] A. H. Wickens, «Non-Linear Dynamics of Railway Vehicles», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 15, n.º 5, págs. 289-301, 1986. doi: [10.1080/00423118608968857](https://doi.org/10.1080/00423118608968857).
- [115] H. True, «Does a critical speed for railroad vehicles exist?», en *Proceedings of IEEE/ASME Joint Railroad Conference*, Chicago, IL, USA, 1994, ISBN: 0-7803-1890-0. doi: [10.1109/rrcon.1994.289013](https://doi.org/10.1109/rrcon.1994.289013).
- [116] H. True y J. C. Jensen, «Parameter Study of Hunting and Chaos in Railway Vehicle Dynamics», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 23, supp 1, págs. 508-521, 1994. doi: [10.1080/00423119308969537](https://doi.org/10.1080/00423119308969537).
- [117] —, «Chaos and Asymmetry in Railway Vehicle Dynamics», *Periodica Polytechnica Transportation Engineering*, vol. 22, n.º 1, págs. 55-68, 1994.

- [118] O. Polach, «Application Of Nonlinear Stability Analysis in Railway Vehicle Industry», en *Non-smooth Problems in Vehicle Systems Dynamics. Proceedings of the Euromech 500 Colloquium*, P. Grove Thomsen y H. True, eds., Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009, págs. 15-27, ISBN: 978-3-642-01356-0. doi: [10.1007/978-3-642-01356-0_2](https://doi.org/10.1007/978-3-642-01356-0_2).
- [119] O. Polach e I. Kaiser, «Comparison of Methods Analyzing Bifurcation and Hunting of Complex Rail Vehicle Models», *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 7, n.º 4 (8 págs.) 2012. doi: [10.1115/1.4006825](https://doi.org/10.1115/1.4006825).
- [120] X.-J. Gao, H. True e Y.-H. Li, «Lateral Dynamic Features of a Railway Vehicle», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 230, n.º 3, págs. 909-923, 2015. doi: [10.1177/0954409715572856](https://doi.org/10.1177/0954409715572856).
- [121] V. K. Garg y R. V. Dukkipati, *Dynamics of railway vehicle system*, 1.ª ed. Ontario, Canada: Academic Press, 1984, ISBN: 9780323151085.
- [122] N. Cooperrider, «The Hunting Behavior of Conventional Railway Trucks», *ASME Journal of Engineering for Industry*, vol. 94, n.º 2, págs. 752-761, 1972. doi: [10.1115/1.3428240](https://doi.org/10.1115/1.3428240).
- [123] H. True, «Asymmetric Hunting And Chaotic Motion Of Railroad Vehicles», en *Proceedings of the ASME/IEEE Spring Joint Railroad Conference*, Atlanta, GA, USA, 1992, págs. 35-40, ISBN: 0-7918-0372-3. doi: [10.1109/rrcon.1992.665125](https://doi.org/10.1109/rrcon.1992.665125).
- [124] R. Goodall y S. Iwnicki, «Non-linear Dynamic Techniques Versus Equivalent Conicity Methods for Rail Vehicle Stability Assessment», en *Proceedings of the 18th IAVSD Symposium on the Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks*, M. Abe, ed., Vehicle System Dynamics, vol. 41 (suppl.) Kanagawa, Japan, 2003, págs. 791-799.
- [125] UIC 518 Standard, *Testing and approval of railway vehicles from the point of view of their dynamic behaviour Safety Track fatigue Running behaviour*, International Union of Railways, 2009.
- [126] EN 14363 Standard, *Railway Applications Testing for the Acceptance of Running Characteristics of Railway Vehicles Testing of Running Behaviour and Stationary Tests*, Comité Européen de Normalisation (CEN), 2016. doi: [10.3403/30250659](https://doi.org/10.3403/30250659).
- [127] O. Polach, «On Non-linear Methods of Bogie Stability Assessment using Computer Simulations», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 220, n.º 1, págs. 13-27, 2006. doi: [10.1243/095440905x33251](https://doi.org/10.1243/095440905x33251).
- [128] O. Polach, A. Bottcher, D. Vannucci, J. Sima, H. Schelle, H. Chollet, G. Gotz, M. Garcia Prada, D. Nicklisch, L. Mazzola, M. Berg y M. Osman, «Validation of Simulation Models in the Context of Railway Vehicle Acceptance», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 229, n.º 6, págs. 729-759, 2015. doi: [10.1177/0954409714554275](https://doi.org/10.1177/0954409714554275).
- [129] G. Schupp, «Bifurcation Analysis of Railway Vehicles», *Multibody System Dynamics*, vol. 15, n.º 1, págs. 25-50, 2006. doi: [10.1007/s11044-006-2360-6](https://doi.org/10.1007/s11044-006-2360-6).
- [130] R. Seydel, *Practical Bifurcation and Stability Analysis: From Equilibrium to Chaos*. 3.ª ed. Springer-Verlag New York, 2010, XV, 477, ISBN: 978-1-4419-1740-9. doi: [10.1007/978-1-4419-1740-9_9](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1740-9_9).
- [131] H. True y C. Kaas-Petersen, «A Bifurcation Analysis of Nonlinear Oscillations in Railway Vehicles», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 12, n.º 1-3, págs. 5-6, 1983. doi: [10.1080/00423118308965288](https://doi.org/10.1080/00423118308965288).

- [132] O Polach e I. Kaiser, «On Bifurcation Analysis of Complex Railway Vehicle Models», en *ENOC 2011. 7th European Nonlinear Dynamics Conference*, Department of Structural y Geotechnical Engineering. Sapienza University of Rome, Italy, 2011.
- [133] M. Ahmadian y S. Yang, «Hopf Bifurcation and Hunting Behavior in a Rail Wheelset with Flange Contact», *Nonlinear Dynamics*, vol. 15, n.º 1, págs. 15-30, 1998. doi: [10.1023/A:1008278713331](https://doi.org/10.1023/A:1008278713331).
- [134] H. Fujimoto y M. Miyamoto, «Measures to Reduce the Lateral Vibration of the Tail Car in a High Speed Train», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 210, n.º 26, págs. 87-93, 1996. doi: [10.1243/pime_proc_1996_210_331_02](https://doi.org/10.1243/pime_proc_1996_210_331_02).
- [135] S. Stichel, «Limit cycle behaviour and chaotic motions of two-axle freight wagons with friction damping», *Multibody System Dynamics*, vol. 8, n.º 3, págs. 243-255, 2002. doi: [10.1023/A:1020990128895](https://doi.org/10.1023/A:1020990128895).
- [136] C. Kaas-Petersen, «PATH Users Guide», Department of Applied Mathematical Studies y Centre for Nonlinear Studies. University of Leeds, West Yorkshire, England, inf. téc., 1989.
- [137] H. True, «Railway Vehicle Chaos and Asymmetric Hunting», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 20, suppl 1, págs. 625-637, 1992. doi: [10.1080/00423119208969427](https://doi.org/10.1080/00423119208969427).
- [138] C. N. Jensen y H. True, «On a New Route to Chaos in Railway Dynamics», *Nonlinear Dynamics - An International Journal of Nonlinear Dynamics and Chaos in Engineering Systems*, vol. 13, n.º 2, págs. 117-129, 1997. doi: [10.1023/a:1008224625406](https://doi.org/10.1023/a:1008224625406).
- [139] G. Schupp, «Computational Bifurcation Analysis of Mechanical Systems with Applications in Railway Vehicles», en *Proceedings of the 18th IAVSD Symposium on the Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks*, M. Abe, ed., Vehicle System Dynamics, vol. 41 (suppl.) Kanagawa, Japan, 2003, págs. 458-467.
- [140] X.-J. Gao e Y.-H. Li, «The Resultant Bifurcation Diagram Method and Its Application to Bifurcation Behaviors of a Symmetric Railway Bogie System», *Nonlinear Dynamics*, vol. 70, n.º 1, págs. 363-380, 2012. doi: [10.1007/s11071-012-0460-9](https://doi.org/10.1007/s11071-012-0460-9).
- [141] A. D. De Pater, «The Approximate Determination of the Hunting Movement of a Railway Vehicle by Aid of the Method of Krylov and Bogoljubov», *Applied scientific research, Section A: Mechanics, heat, chemical engineering, mathematical methods*, vol. 10, n.º 205, 1961. doi: [10.1007/bf00411914](https://doi.org/10.1007/bf00411914).
- [142] L. Frýba, «Influence of Track Irregularities and Other Parameters», en *Dynamics of Railway Bridges*, trad. por S. Kadečka, Thomas Telford Ltd, London, 1996, págs. 120-129, ISBN: 978-0727734716. doi: [10.1680/dorb.34716.0007](https://doi.org/10.1680/dorb.34716.0007).
- [143] K. Popp, H. Kruse e I. Kaiser, «Vehicle-Track Dynamics in the Mid-Frequency Range», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 31, n.º 5-6, págs. 423-464, 1999. doi: [10.1076/vesd.31.5.423.8363](https://doi.org/10.1076/vesd.31.5.423.8363).
- [144] C. Huang, J. Zeng y R. Luo, «Vibration suppression of lightweight high speed carbody structure», en *Proceedings of International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks (22th IAVSD)*, Manchester, U.K., 2011.
- [145] N. Chaar y M. Berg, «Simulation of vehicle-track interaction with flexible wheelsets, moving track models and field tests», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 44, suppl. 1, págs. 921-931, 2006. doi: [10.1080/00423110600907667](https://doi.org/10.1080/00423110600907667).

- [146] ISO 2631-1:1997 Standard, *Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration – Part 1: General requirements*, 1997. doi: [10.3403/30197820u](https://doi.org/10.3403/30197820u).
- [147] J. L. Escalona, H. Sugiyama y A. A. Shabana, «Modelling of structural flexibility in multibody railroad vehicle systems», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 51, n.º 7, págs. 1027-1058, 2013. doi: [10.1080/00423114.2013.786835](https://doi.org/10.1080/00423114.2013.786835).
- [148] M. Dumitriu, «On the Critical Points of Vertical Vibration in a Railway Vehicle», *Archive of Mechanical Engineering*, vol. 61, n.º 4, 2014. doi: [10.2478/meceng-2014-0035](https://doi.org/10.2478/meceng-2014-0035).
- [149] M. Miyamoto y H. Fujimoto, «Vertical Riding Comfort of Articulated Railway Vehicles (a new method for the dynamics analysis of intermediate vehicles in a long train)», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 14, n.º 1-3, págs. 11-15, 1985. doi: [10.1080/00423118508968787](https://doi.org/10.1080/00423118508968787).
- [150] H. Fujimoto y M. Miyamoto, «Lateral Vibration and its Decreasing Measure of a Shinkansen Train(Decrease of Train Vibration with Yaw Damper between Cars)», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 25, suppl. 1, págs. 188-199, 1995. doi: [10.1080/00423119608969195](https://doi.org/10.1080/00423119608969195).
- [151] M. Götsch y M. Sayir, «Simulation of the Riding Comfort of Railway Coaches», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 37, suppl. 1, págs. 630-640, 2002. doi: [10.1080/00423114.2002.11666268](https://doi.org/10.1080/00423114.2002.11666268).
- [152] T. Tomioka y T. Takigami, «Reduction of Bending Vibration in Railway Vehicle Car-bodies using Carbody-bogie Dynamic Interaction», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 48, suppl 1, págs. 467-486, 2010. doi: [10.1080/00423114.2010.490589](https://doi.org/10.1080/00423114.2010.490589).
- [153] I. Kaiser y K. Popp, «Modeling and Simulation of the Mid-Frequency Behavior of an Elastic Bogie», en *System Dynamics and Long-Term Behaviour of Railway Vehicles, Track and Subgrade. Lecture Notes in Applied Mechanics*, K. Popp y W. Schiehlen, eds., vol. 6, Springer, Berlin, Heidelberg, 2003, págs. 101-120, ISBN: 978-3-540-45476-2. doi: [10.1007/978-3-540-45476-2_7](https://doi.org/10.1007/978-3-540-45476-2_7).
- [154] W. Zhai y K. Wang, «Lateral Hunting Stability of Railway Vehicles Running on Elastic Track Structures», *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 5, n.º 4 (9 págs.) 2010. doi: [10.1115/1.4001908](https://doi.org/10.1115/1.4001908).
- [155] I. Kaiser, «Refining the Modelling of VehicleTrack Interaction», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, Volume 50, 2012 - Issue sup1, vol. 50, suppl. 1, págs. 229-243, 2012. doi: [10.1080/00423114.2012.671948](https://doi.org/10.1080/00423114.2012.671948).
- [156] E. Di Gialleonardo, F. Braghin y S. Bruni, «The Influence of Track Modelling Options on the Simulation of Rail Vehicle Dynamics», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 331, n.º 19, págs. 4246-4258, 2012. doi: [10.1016/j.jsv.2012.04.024](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.04.024).
- [157] K. Knothe y S. Grassie, «Modelling of Railway Track and Vehicle/Track Interaction at High Frequencies», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 22, n.º 3-4, págs. 209-262, 1993. doi: [10.1080/00423119308969027](https://doi.org/10.1080/00423119308969027).
- [158] H. Tournay, «Supporting Technologies Vehicle Track Interaction», en *Guidelines to Best Practices for Heavy Haul Railway Operations: Wheel and Rail Interface Issues*, 1.ª ed., Virginia, EEUU: IHH: International Heavy Haul Association, 2001, cap. 2, págs. 18-21.

- [159] N. Matsui, «Analysis of Lateral Dynamics of a Railway Vehicle with Special Reference to Bogie Design», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 6, n.º 2-3, págs. 207-212, 1977. doi: [10.1080/00423117708968543](https://doi.org/10.1080/00423117708968543).
- [160] M. Nó y J. K. Hedrick, «High Speed Stability for Rail Vehicles Considering Varying Conicity and Creep Coefficients», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 13, n.º 6, págs. 299-313, 1984. doi: [10.1080/00423118408968780](https://doi.org/10.1080/00423118408968780).
- [161] H. Yabuno, T. Okamoto y N. Aoshima, «Effect of Lateral Linear Stiffness on Nonlinear Characteristics of Hunting Motion of a Railway Wheelset», *Meccanica*, vol. 37, págs. 555-568, 2002.
- [162] S.-Y. Lee e Y.-C. Cheng, «Hunting Stability Analysis of High-Speed Railway Vehicle Trucks on Tangent Tracks», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 282, págs. 881-898, 2005. doi: [10.1016/j.jsv.2004.03.050](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.03.050).
- [163] A. Mohan y M. Ahmadian, «Non-linear Investigation of the Effect of Suspension Parameters on the Hunting Stability of a Railway Truck», en *Proceedings of the 2006 IEEE/ASME Joint Rail Conference*, Atlanta, GA, USA, 2006, ISBN: 0-7918-4203-7. doi: [10.1109/RRCON.2006.215325](https://doi.org/10.1109/RRCON.2006.215325).
- [164] Y.-C. Cheng, S.-Y. Lee y H.-H. Chena, «Modeling and nonlinear hunting stability analysis of high-speed railway vehicle moving on curved tracks», *Journal of Sound and Vibration*, 2009.
- [165] P. Kim, J. Jung y J. Seok, «A Parametric Dynamic Study on Hunting Stability of Full Dual-Bogie Railway Vehicle», *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, vol. 12, n.º 3, págs. 505-519, 2011. doi: [10.1007/s12541-011-0064-1](https://doi.org/10.1007/s12541-011-0064-1).
- [166] Y.-C. Cheng, «Hunting Stability Analysis of a Railway Vehicle System Using a Novel Non-linear Creep Model», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 226, n.º 6, págs. 612-629, 2012. doi: [10.1177/0954409712445540](https://doi.org/10.1177/0954409712445540).
- [167] Y.-C. Cheng y C.-T. Hsu, «Hunting Stability and Derailment Analysis of a Car Model of a Railway Vehicle System», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 226, n.º 2, págs. 187-202, 2012. doi: [10.1177/0954409711407658](https://doi.org/10.1177/0954409711407658).
- [168] D. Cui, L. Li, X. Jin, J. Ding y X. Xiao, «Influence of Vehicle Parameters on Critical Hunting Speed Based on Ruzicka Model», *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, vol. 25, n.º 3, págs. 536-542, 2012. doi: [10.3901/cjme.2012.03.536](https://doi.org/10.3901/cjme.2012.03.536).
- [169] T. X. Mei y R. M. Goodall, «Use of Multiobjective Genetic Algorithms to Optimize Inter-vehicle Active Suspensions», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 26, n.º 1, págs. 53-63, 2002. doi: [10.1243/0954409021531683](https://doi.org/10.1243/0954409021531683).
- [170] C. J., L. Baeza, A. Rovira y E. García, «Technical Characteristics and Dynamic Modelling of Talgo Trains», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 46, suppl. 1, págs. 301-316, 2008. doi: [10.1080/00423110801939170](https://doi.org/10.1080/00423110801939170).
- [171] F. Braghin, S. Bruni y F. Resta, «Active Yaw Damper for the Improvement of Railway Vehicle Stability and Curving Performances: Simulations and Experimental Results», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 44, n.º 11, págs. 857-869, 2006. doi: [10.1080/00423110600733972](https://doi.org/10.1080/00423110600733972).

- [172] A. Orvnäs, E. Andersson y R. Persson, «Development of Track-Friendly Bogies for High Speed - A Simulation Study», KTH Railway Group, Stockholm, Sweden., inf. téc., ver. 0703, 2007, ISBN: 978-91-7178-726-2.
- [173] W. Wang, Y. Huang, X. Yang y G. Xu, «Non-linear Parametric Modelling of a High-speed Rail Hydraulic Yaw Damper with Series Clearance and Stiffness», *Nonlinear Dynamics*, vol. 65, n.º 1-2, págs. 13-34, 2010. doi: [10.1007/s11071-010-9871-7](https://doi.org/10.1007/s11071-010-9871-7).
- [174] R. Persson, E. Andersson, S. Stichel y A. Orvnäs, «Bogies Towards Higher Speed on Existing Tracks», *International Journal of Rail Transportation*, vol. 2, n.º 1, págs. 40-49, 2014. doi: [10.1080/23248378.2013.878294](https://doi.org/10.1080/23248378.2013.878294).
- [175] W. L. Wang, D. S. Yu, Y. Huang, Z. Zhou y R. Xu, «A Locomotives Dynamic Response to In-service Parameter Variations of Its Hydraulic Yaw Damper», *Nonlinear Dynamics*, vol. 77, n.º 4, págs. 1485-1502, 2014. doi: [10.1007/s11071-014-1393-2](https://doi.org/10.1007/s11071-014-1393-2).
- [176] C.-S. Jeon, Y.-G. Kim, J.-H. Park, S.-W. Kim y T.-W. Park, «A Study on the Dynamic Behavior of the Korean Next-generation High-speed Train», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 230, n.º 4, págs. 1053-1065, 2015. doi: [10.1177/0954409715576355](https://doi.org/10.1177/0954409715576355).
- [177] M. Ahmadian y S. Yang, «Effect of System Nonlinearities on Locomotive Bogie Hunting Stability», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 29, n.º 6, págs. 365-384, 1998. doi: [10.1080/00423119808969380](https://doi.org/10.1080/00423119808969380).
- [178] O. Polach, «Characteristic Parameters of Non-linear Wheel/rail Contact Geometry», *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, vol. 48, supp. 1, págs. 19-36, 2010. doi: [10.1080/00423111003668203](https://doi.org/10.1080/00423111003668203).
- [179] K. H. Ali Abood y R. A. Khan, «Hunting Phenomenon Study of Railway Conventional Truck on Tangent Tracks Due to Change in Rail Wheel Geometry», *Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 6, n.º 2, págs. 146-160, 2011. doi: [10.5592/co/cetra.2018.905](https://doi.org/10.5592/co/cetra.2018.905).
- [180] S. Sezer y A. E. Atalay, «Dynamic Modeling and Fuzzy Logic Control of Vibrations of a Railway Vehicle for Different Track Irregularities», *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 19, n.º 9, págs. 1873-1894, 2011. doi: [10.1016/j.simpat.2011.04.009](https://doi.org/10.1016/j.simpat.2011.04.009).
- [181] M. Spiriyagin, C. Cole, Y. Q. Sun, M. McClanachan, V. Spiriyagin y T. McSweeney, *Design and Simulation of Rail Vehicle*, 1.ª ed. FL, EEUU: CRC Press Taylor & Francis Group, 2014, ISBN: 9781466575660. doi: [10.1201/b17029](https://doi.org/10.1201/b17029).
- [182] J.-H. Park, H.-I. Koh y N.-P. Kim, «Parametric Study of Lateral Stability for a Railway Vehicle», *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 25, n.º 7, págs. 1657-1666, 2011. doi: [10.1007/s12206-011-0421-0](https://doi.org/10.1007/s12206-011-0421-0).
- [183] C. M. G. Zwarts, «Rail Vehicle Performance Monitor for Acceleration, Velocity and Distance», Division of Mechanical Engineering. National Research Council of Canada, Ottawa, Ontario, Canada, inf. téc., 1983.
- [184] N. B. Tuffillaro, T. Abbott y J. P. Reilly, *An Experimental Approach to Nonlinear Dynamics and Chaos*. Perseus Books, 1992, ISBN: 978-0201554410.
- [185] W. J. Grantham y T. L. Vincent, *Modern Control Systems Analysis and Design*. Wiley, 1993, ISBN: 0471811939.
- [186] J. M. De Freitas, *Digital Filter Design Solutions*. Artech House Publishers, 2005, ISBN: 9781580537605.

- [187] H.-C. Chiu, «Stable Correction of Digital Strong-Motion Data», *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 87, n.º 4, págs. 932-944, 1997.
- [188] D. M. Boore, «Analog-to-digital Conversion as a Source of Drifts in Displacements Derived from Digital Recordings of Ground Acceleration», *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 93, págs. 2017-2024, 2003. doi: [10.1785/B0120020239](https://doi.org/10.1785/B0120020239).
- [189] Y. K. Thong, M. S. Woolfson, A. Crowe, B. R. Hayes-Gill y D. A. Jones, «Numerical Double Integration of Acceleration Measurements in Noise», *Measurement*, vol. 36, n.º 1, págs. 73-92, 2004. doi: [10.1016/j.measurement.2004.04.005](https://doi.org/10.1016/j.measurement.2004.04.005).
- [190] S. Han y J.-B. Lee, «Analysis of Errors in the Conversion of Acceleration into Displacement», en *Proceedings of IMAC-XIX: a conference on structural dynamics* :, 2001., Hyatt Orlando, Kissimmee, Florida, 2001, págs. 1408-1413.
- [191] S. Han, «Retrieving the Time History of Displacement from Measured Acceleration Signal», *KSME International Journal*, vol. 17, n.º 2, págs. 197-206, 2003. doi: [10.1007/bf02984390](https://doi.org/10.1007/bf02984390).
- [192] Y. K. Thong, M. S. Woolfson, A. Crowe, B. R. Hayes-Gill y R. E. Challis, «Dependence of Inertial Measurements of Distance on Accelerometer Noise», *Measurement Science and Technology*, vol. 13, n.º 8, págs. 1163-1172, 2002. doi: [10.1088/0957-0233/13/8/301](https://doi.org/10.1088/0957-0233/13/8/301).
- [193] S. Han, «Measuring Displacement Signal with An Accelerometer», *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 24, n.º 6, págs. 1329-1335, 2010. doi: [10.1007/s12206-010-0336-1](https://doi.org/10.1007/s12206-010-0336-1).
- [194] J. Ribeiro, J. T. P. De Castro y J. L. F. Freire, «Problems in Analogue Double Integration to Determine Displacements from Acceleration Data», en *Proceedings of 15th International Modal Analysis Conference*, vol. 3089, Orlando, Florida, E.E.U.U., 1997, págs. 930-934.
- [195] J. Ribeiro, «Algoritmo Para Medir Deslocamento em Grandes Estruturas a partir de Sinais Acelerômetros», Tesis doct., Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica (PUC) do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, 1999.
- [196] J. Ribeiro, J. T. P. De Castro y J. L. F. Freire, «New Improvements in the Digital Double Integration Filtering Method to Measure Displacements using Accelerometers», en *Proceedings of 19th International Modal Analysis Conference*, vol. 3727, Orlando, Florida, E.E.U.U., 2001, págs. 538-542.
- [197] ———, «Using the FFT-DDI Method to Measure Displacements with Piezoelectric, Resistive and ICP Accelerometers», en *Proceedings of the Conference and Exposition on Structural Dynamics*, 2003.
- [198] Y. Yang, Y. Zhao y D. Kang, «Integration on Acceleration Signals by Adjusting with Envelopes», *Journal of Measurements in Engineering*, vol. 4, n.º 2, págs. 117-121, 2016, issn: 2335-2124.
- [199] S. M. S. Rocha, J. F. S. Feiteira, U. P. B. Mendes P. S. N. and Da Silva y R. F. Pereira, «Method to Measure Displacement and Velocity from Acceleration Signals», *International Journal of Engineering Research and Application*, vol. 6, n.º 6, (Part 4), págs. 52-59, 2016, issn: 2248-9622.
- [200] M. Carratu, A. Pietrosanto, P. Sommella y V. Paciello, «Measuring Suspension Velocity from Acceleration Integration», en *Proceedings of the IEEE 16th International Conference on Industrial Informatics (INDIN)*, Porto, Portugal, 2018. doi: [10.1109/indin.2018.8472039](https://doi.org/10.1109/indin.2018.8472039).

- [201] W. Yu y S. Thenozhi, «Position and Velocity Estimation», en *Active Structural Control with Stable Fuzzy PID Techniques*, Springer International Publishing AG Switzerland, 2016, págs. 41-55, ISBN: 978-3-319-28024-0. DOI: [10.1007/978-3-319-28025-7_3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-28025-7_3).
- [202] W. Iwan, M. M. A. y P. C.-Y., «Some Observations on Strong-motion Earthquake Measuring using a Digital Accelerograph», *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 75, págs. 1225-1246, 1985.
- [203] D. M. Boore, C. D. Stephens y W. B. Joyner, «Comments on Baseline Correction of Digital Strong-motion Data: Examples from the 1999 Hector Mine, California, Earthquake», *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 92, págs. 1543-1560, 2002. DOI: [10.1785/0120000926](https://doi.org/10.1785/0120000926).
- [204] D. M. Boore, «Long-period Ground Motions from Digital Acceleration Recordings: A New Era in Engineering Seismology», en *Proceedings of International Workshop on Future Directions in Instrumentation for Strong Motion and Engineering Seismology*, Kusadasi, Turkey, 2004.
- [205] J. Yang, J. B. Li y G. Lin, «A Simple Approach to Integration of Acceleration Data for Dynamic Soil-structure Interaction Analysis.», *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 26, n.º 8, págs. 725-734, 2006. DOI: [10.1016/j.soildyn.2005.12.011](https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2005.12.011).
- [206] B. Coelho, P. Holscher y F. Barends, «Enhancement of Double Integration Procedure through Spectral Subtraction», *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 31, págs. 716-722, 2011. DOI: [10.1016/j.soildyn.2010.12.013](https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2010.12.013).
- [207] S. Eshkabilov y A. Yunusov, «Measuring and Assessing Road Profile by Employing Accelerometers and IRI Assessment Tools», *American Journal of Traffic and Transportation Engineering*, vol. 3, n.º 2, págs. 24-40, 2018. DOI: [10.11648/j.ajtte.20180302.12](https://doi.org/10.11648/j.ajtte.20180302.12).
- [208] M. Arraigada y M. Partl, «Calculation of Displacements of Measured Accelerations, Analysis of two Accelerometers and Application in Road Engineering», en *6th Swiss Transport Research Conference (STRC)*, Monte Verità, Ascona, Switzerland, 2006.
- [209] S. Thenozhi, W. Yu y R. Garrido, «A Novel Numerical Integrator for Structural Health Monitoring», en *Proceedings of the 5th International Symposium on Resilient Control Systems*, Salt Lake City, UT, USA, 2012. DOI: [10.1109/isrcs.2012.6309300](https://doi.org/10.1109/isrcs.2012.6309300).
- [210] A. Brandt, «Time Data Analysis», en *Noise and Vibration Analysis - Signal Analysis and Experimental Procedures*, New Delhi, India.: John Wiley y Sons, 2011, págs. 35-60, ISBN: 9780470746448. DOI: [10.1007/978-3-319-03762-2_13](https://doi.org/10.1007/978-3-319-03762-2_13).
- [211] EN 12299 : 2010 Standard, *Railway Applications - Ride Comfort for Passengers - Measurement and Evaluation*, Comité Européen de Normalisation (CEN), 2010. DOI: [10.3403/30153019](https://doi.org/10.3403/30153019).
- [212] F. Lamas-Lopez, Y. J. Cui, S. Costa DAguair y N. Calon, «Assessment of Integration Method for Displacement Determination Using Field Accelerometer and Geophone Data», *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (Applied Physics & Engineering)*, vol. 18, n.º 7, págs. 553-566, 2017. DOI: [10.1631/jzus.a1600212](https://doi.org/10.1631/jzus.a1600212).
- [213] A. Brandt y K. Ahlin, «Sampling and Time-Domain Analysis», *Sound & Vibration*, vol. 44, n.º 5, págs. 13-16, 2010.
- [214] Measurement Computing Corporation (MCC), *DaqBoard/3000USB Series*. dirección: <https://www.mccdaq.com/products/db3000usbs>.

-
- [215] TE Connectivity, *Acelerómetro triaxial MS (modelo 832M1-0050)*. dirección: <https://tinyurl.com/y4losbpw>.
- [216] GARMIN, *GPS 18x-5Hz USB*. dirección: <https://tinyurl.com/y5x2uv85>.
- [217] A. Qazizadeh, «On Active Suspension in Rail Vehicles», Tesis doct., KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2017.